АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 3

УДК 534.26

К ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ДВИЖУЩЕЙСЯ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Лямшев Л. М.

Уточняется определение импеданса в акустике движущейся однородной среды. Показано, что, пользуясь понятием импеданса движущейся среды, оказывается возможным многие результаты теории отражения плоских звуковых волн неподвижными слоями распространить на движущиеся слоисто-неоднородные среды и отпадает необходимость в решении соответственных краевых задач, поскольку их решения уже имеются в «готовом виде». Рассмотрены конкретные примеры.

Отражению плоских звуковых волн слоями, когда среда неподвижна, посвящена обширная литература. Детальное изложение многих вопросов можно найти в монографии [1]. Что касается распространения звука при наличии слоя движущейся жидкости или совокупности движущихся слоев, то некоторые вопросы этой проблемы обсуждались лишь в отдельных публикациях (см., например, работы [2—7]). При этом нередко задачи распространения звука в движущейся слоистой среде рассматривались на основе уравнения распространения звука в движущейся однородной среде, а на границах раздела движущихся слоев предполагалось наличие тангенциального разрыва скорости. Как известно, течения с тангенциальными разрывами неустойчивы по отношению к начальному возмущению (см., например, работы [8—10]). Однако полученные на основе указанных представлений результаты имеют определенную область применимости [7, 11] и могут оказаться полезными для понимания особенностей распространения звука в движущихся слоисто-неоднородных средах, а также при рассмотрении некоторых вопросов неустойчивости течения жидкости.

Цель настоящей статьи — обратить внимание на то, что многие хорошо известные результаты теории отражения плоских волн неподвижными слоями можно распространить на движущиеся слоистые среды и отпадает необходимость решать заново соответственные краевые задачи акустики движущейся среды. Такая возможность вытекает из определения импеданса движущейся среды [12].

Понятие импеданса в акустике хорошо известно и широко используется при рассмотрении конкретных задач [1]. Физический смысл импеданса среды, например, весьма прост. Его величина есть не что иное, как отношение звукового давления к нормальной компоненте скорости в плоской монохроматической волне[1]. В акустике движущейся среды определение импеданса среды нуждается в уточнении, смысл которого поясняется ниже.

Рассмотрим однородную движущуюся среду, направление движения которой выберем совпадающим с положительным направлением оси x прямоугольной системы координат xoy. Напишем выражение для звукового давления в плоской монохроматической волне

$$p(x, y)=A_0 \exp\,[ik_x x+ik_y y], \tag{1}$$

[1] Импеданс среды или характеристический импеданс есть отношение звукового давления в плоской звуковой монохроматической волне и скорости смещения частиц среды в волне в направлении ее распространения. Отношением звукового давления к проекции скорости смещения частиц среды на нормаль к границе раздела сред или к границам слоев определяют нормальный импеданс. Здесь и далее удобно определять импеданс среды в смысле нормального импеданса.

где

$$k_x=\frac{k\sin\theta}{1+M\sin\theta},\quad k_y=\frac{k\cos\theta}{1+M\sin\theta},\quad k=\frac{\omega}{c},\quad M=\frac{V}{c},$$

V — скорость движения среды, c — скорость звука в покоящейся среде, ω — круговая частота, θ — угол между направлением распространения плоской волны и положительным направлением оси y. Временной фактор $\exp(-i\omega t)$ всюду опускаем.

Предположим мысленно, что в движущейся среде в какой-либо плоскости, параллельной направлению движения среды, покоится тонкая неискажающая течение и непроницаемая для потока жидкости, но полностью звукопрозрачная мембрана, поверхность которой испытывает в поле плоской волны нормальные смещения ξ. Тогда имеем в среде на поверхности воображаемой мембраны

$$\frac{\partial p}{\partial y}=-\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+V\frac{\partial}{\partial x}\right)v_y=-\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+V\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\xi \tag{2}$$

или

$$p=\frac{\omega\rho}{k_y}\left(1-M\frac{k_x}{k}\right)^2(-i\omega\xi), \tag{3}$$

где ρ — плотность среды, а v_y — нормальная компонента скорости в плоской волне.

Импеданс Z движущейся однородной среды определим как отношение

$$Z=\frac{p}{(-i\omega\xi)}=\frac{\rho c}{(1+M\sin\theta)\cos\theta}. \tag{4}$$

При таком определении импеданса движущейся среды оказывается возможным многие уже хорошо известные результаты теории отражения плоских волн неподвижными слоями распространить на движущиеся слоистые среды. Это вытекает из свойства непрерывности давлений p и колебательных скоростей нормальных смещений $(-i\omega\xi)$ на границах раздела движущихся однородных сред.

Действительно, можно предположить, как и выше, что на границе раздела движущихся сред (на тангенциальном разрыве) покоится тонкая непроницаемая для потока и неискажающая течение полностью звукопрозрачная мембрана. Тогда по обе стороны мембраны должно выполняться соотношение (2). Это означает, что на тангенциальном разрыве сохраняется непрерывность нормальных перемещений $\xi^{(1)}=\xi=\xi^{(2)}$ или колебательных скоростей нормальных смещений $(-i\omega\xi^{(1)})=(-i\omega\xi)=(-i\omega\xi^{(2)})$ [2].

Отражение плоской звуковой волны на границе раздела движущихся однородных сред. Вопрос этот рассматривался неоднократно. Как уже отмечалось в работе [14], некоторые из опубликованных ранее работ оказались ошибочными (см., например, работы [2, 15]). Их авторы полагали, что на границе раздела движущихся сред (на тангенциальном разрыве) сохраняется непрерывность нормальных скоростей v_y, а в действительности $v_y^{(1)}\neq v_y^{(2)}$. Кстати, следствием последнего неравенства является по существу то, что традиционное определение импеданса среды как отношения p/v_y оказывается неудобным в случае движущихся сред.

Между тем, если пользоваться представлением импеданса среды в виде (4), то выражения для коэффициентов отражения и прохождения в случае движущихся сред имеют вид аналогичных формул для покоящихся сред. В самом деле, пусть в нижнем и верхнем полупространствах покоятся две среды, параметры которых обозначим соответственно индексами 1 и 2. Предположим, что из нижнего полупространства в положительном направ-

[2] Равенство (2) вытекает из условия непроницаемости поверхности тела, совершающего малые колебания в потоке идеальной жидкости. Как показывает строгое рассмотрение, оно справедливо в рамках теории малых возмущений лишь для плоских границ, но в общем случае криволинейных границ не справедливо и должно быть заменено более точным соотношением (см., например [13]).

лении оси y на границу раздела, расположенную при $y=0$ и совпадающую с осью x, падает плоская монохроматическая звуковая волна. Для коэффициента отражения V и прохождения W имеем хорошо известные выражения

$$V=\frac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}, \tag{5}$$

$$W=\frac{2Z_2}{Z_2+Z_1}, \tag{6}$$

где Z_j, $j=1, 2$ — импеданс соответствующей покоящейся среды.

Если среды движутся соответственно со скоростями V_1 и V_2, то выражения (5) и (6) остаются справедливыми и в этом случае, только теперь Z_j — это импеданс движущейся среды, определяемый формулой (4). Действительно, подставим выражение (4) в формулу (5) и (6) и, пользуясь очевидным равенством

$$k_{x_1}=k_{x_2}=\frac{\sin\theta_1}{c_1(1+M_1\sin\theta_1)}=\frac{\sin\theta_2}{c_2(1+M_2\sin\theta_2)},$$

получаем

$$V=\frac{\rho_2c_2^2\sin(2\theta_1)-\rho_1c_1^2\sin(2\theta_2)}{\rho_2c_2^2\sin(2\theta_1)+\rho_1c_1^2\sin(2\theta_2)}, \tag{7}$$

$$W=\frac{2\rho_2c_2^2\sin(2\theta_1)}{\rho_2c_2^2\sin(2\theta_1)+\rho_1c_1^2\sin(2\theta_2)}. \tag{8}$$

Выражения (7) и (8) полностью совпадают с формулами для коэффициентов отражения и прохождения в случае отражения звука от границы движущихся сред [14] и сохраняют свой вид, если вместо углов падения θ пользоваться углами скольжения (см. работу [16]).

Отражение плоской звуковой волны от движущегося слоя, разделяющего две движущиеся среды или совокупности слоев движущихся однородных жидкостей. Представим себе, что на плоский слой толщиной d падает под произвольным углом плоская звуковая волна. Среде, из которой падает волна, слою и среде, в которую проходит волна, и параметрам сред присвоим соответственно номера 3, 2, 1. Углы, образуемые направлением распространения волны в каждой из сред с нормалью к границе слоя, обозначим соответственно θ_3, θ_2 и θ_1. Пусть, как и прежде, плоскость падения волны совпадает с плоскостью xoy прямоугольной системы координат и среды движутся в положительном направлении оси x со скоростями V_3, V_2 и V_1. Выбор знака направления движения среды принципиального значения не имеет.

Напишем выражение для поля падающей и отраженной волн в среде 3:

$$p_3(x, y)=\{\exp[-ik_y^{(3)}(y-d)]+V\exp[ik_y^{(3)}(y-d)]\}\exp(ik_x^{(3)}x). \tag{9}$$

Для звукового давления в слое имеем

$$p_2(x, y)=[A\exp(-ik_y^{(2)}y)+B\exp(ik_y^{(2)}y)]\exp(ik_x^{(2)}x), \tag{10}$$

а для поля прошедшей волны в среде 1 —

$$p_1(x, y)=W\exp[-i(k_y^{(1)}y-k_x^{(1)}x)]. \tag{11}$$

В выражениях (9)—(11)

$$k_x^{(j)}=\frac{k_j\sin\theta_j}{1+M_j\sin\theta_j}\,k_y^{(j)}=\frac{k_j\cos\theta_j}{1+M_j\sin\theta_j},\quad k_j=\frac{\omega}{c_j}.$$

Определим отношение $p_2(x, y)/(-i\omega\xi_2)$ при $y=0$. Это отношение должно быть равно импедансу среды 1 в силу непрерывности давлений $p_1|_{y=0}=p_2|_{y=0}$ и колебательных скоростей смещений $(-i\omega\xi_1)_{y=0}=(-i\omega\xi_2)_{y=0}$. Из выражений (10) и (2) находим

$$\frac{B}{A}=\frac{Z_1-Z_2}{Z_1+Z_2}. \tag{12}$$

Определим теперь отношение $p_2(x, y)/(-i\omega\xi_2)$ на передней стороне слоя, т. е. при $y=d$. Из выражений (9) и (2) следует выражение

$$(13)\qquad \frac{p_2(x, y)}{(-i\omega\xi_2)}\Bigg|_{y=d}=Z_{\text{вх}}=\frac{A\exp(-ik_y^{(2)}d)+B\exp(ik_y^{(2)}d)}{A\exp(-ik_y^{(2)}d)-B\exp(ik_y^{(2)}d)}\cdot Z_2.$$

Подставляя выражение (12) в формулу (13), получаем

$$(14)\qquad Z_{\text{вх}}=\frac{Z_1-iZ_2\operatorname{tg}k_y^{(2)}d}{Z_2-iZ_1\operatorname{tg}k_y^{(2)}d}\cdot Z_2,$$

где $Z_{\text{вх}}$ — входной импеданс слоя.

Для коэффициента отражения V (амплитуды отраженной волны в среде 3) теперь можно написать

$$(15)\qquad V=\frac{Z_{\text{вх}}-Z_3}{Z_{\text{вх}}+Z_3}.$$

Подставляя выражение (14) в формулу (15), получаем

$$(16)\qquad V=\frac{(Z_1+Z_2)(Z_2-Z_3)\exp(-ik_y^{(2)}d)+(Z_1-Z_2)(Z_2+Z_3)\exp(ik_y^{(2)}d)}{(Z_1+Z_2)(Z_2+Z_3)\exp(-ik_y^{(2)}d)+(Z_1-Z_2)(Z_2-Z_3)\exp(ik_y^{(2)}d)}.$$

В частном случае, когда по обе стороны движущегося слоя среды одинаковы, т. е. $\rho_3=\rho_1$, $c_3=c_1$ и $V_3=V_1$, имеем

$$(17)\qquad V=\frac{Z_2^2-Z_1^2}{Z_1^2+Z_2^2+2iZ_1Z_2\operatorname{ctg}k_y^{(2)}d}.$$

Выражение для коэффициента прохождения W (амплитуды прошедшей волны в среде 1) получим, пользуясь условием непрерывности поля на границах слоя при $y=0$ и $y=d$:

$$(18)\qquad W=\frac{4Z_1Z_2}{(Z_1-Z_2)(Z_2-Z_3)\exp(ik_y^{(2)}d)+(Z_1+Z_2)(Z_2+Z_3)\exp(-ik_y^{(2)}d)}$$

Нетрудно убедиться, что при $d=0$, когда слой отсутствует, выражения (16) и (18) переходят в формулы (5) и (6) для коэффициентов отражения и прохождения в случае границы раздела двух сред 1 и 3.

Теперь представим себе, что между двумя полубесконечными движущимися средами, которым припишем номера 1 и $n+1$, находится $n-1$ движущихся однородных жидких слоев с номерами $2, 3 \ldots n$. Пусть на границу слоя $n+1$ под произвольным углом θ_{n+1} падает плоская монохроматическая волна, плоскость падения которой, как и выше, совпадает с плоскостью xoy. Опуская детальные рассуждения, подобные изложенным выше (см. также работу [1], с. 53), можем написать сразу для коэффициента отражения

$$(19)\qquad V=\frac{Z_{\text{вх}}^{(n)}-Z_{n+1}}{Z_{\text{вх}}^{(n)}+Z_{n+1}},$$

где

$$(20)\qquad Z_{\text{вх}}=\frac{Z_{\text{вх}}^{(n-1)}-iZ_n\operatorname{tg}y_n}{Z_n-iZ_{\text{вх}}^{(n-1)}\operatorname{tg}y_n}\cdot Z_n$$

— входной импеданс произвольной системы движущихся слоев, который может быть получен последовательным применением формулы (14). Здесь $y_j=k_y^{(j)}d_j$ — набег фазы при распространении волны в слое, $d_j=y_j-y_{j-1}$ — толщина слоя, y_j — координата границы между слоями j и $j+1$, $k_y^{(j)}=(k_j\cos\theta_j)/(1+M_j\sin\theta_j)$, $Z_j=\rho_jc_j/(1+M_j\sin\theta_j)\cos\theta_j$ — импеданс среды j.

Пользуясь условиями непрерывности давлений и колебательных скоростей смещений $(-i\omega\xi_j)$ на границах слоев, получаем для коэффициента

прохождения

$$W=\prod_{j=1}^{n}\frac{Z_{j+1}+Z_{\text{вх}}^{(j)}}{Z_j+Z_{\text{вх}}^{(j)}}\exp(-i\varphi_j). \tag{21}$$

Если сравнить формулы (17)—(21) с аналогичными выражениями для коэффициентов отражения и прохождения звука в случае неподвижного слоя, лежащего на границе двух различных покоящихся сред, либо соответственно для случая совокупности неподвижных слоев (см. монографию [1], с. 55—56), то можно убедиться, что эти формулы и выражения ничем внешне не отличаются, лишь в формулах (17)—(21) под импедансом Z_j следует понимать импеданс движущейся однородной среды номера j.

Как отмечалось выше, отражение звука слоем движущейся жидкости и совокупностью движущихся слоев рассматривалось в [2—7]. Работы [2, 3] оказались ошибочными. Результаты, изложенные в статьях [4, 5], посвященных анализу отражения звука движущимся жидким слоем, по существу сводятся к анализу выражения (17) настоящей работы. Результаты статьи [7], в которой рассматривается проблема звукопрозрачности совокупности движущихся слоев, изложены, как нам представляется, в мало удобной для обсуждения и анализа форме. Между тем, как это можно видеть, формулы (19)—(21) имеют «привычный» вид, их подробное рассмотрение применительно к неподвижным средам содержится в работе [1], что существенно упрощает анализ этих формул в случае движущихся сред.

Отражение звука тонкой упругой пластиной на границе движущихся сред. Пользуясь определением импеданса движущейся среды, можно распространить формулы для коэффициентов отражения и прохождения в случае тонкой упругой пластины, лежащей на границе раздела покоящихся сред на случай, когда жидкости по обе стороны пластины движутся.

В самом деле, если среда неподвижна, то имеем (см. работу [17])

$$V=\frac{2(Z_+Z_--2Z_1Z_2)+(Z_2-Z_1)(2Z_+-Z_-)}{2(Z_+Z_1+2Z_1Z_2)+(Z_2+Z_1)(2Z_++Z_-)}, \tag{22}$$

$$W=\frac{2Z_2(2Z_+-Z_-)}{2(Z_+Z_-+2Z_1Z_2)+(Z_2+Z_1)(2Z_++Z_-)}, \tag{23}$$

где

$$Z_+=\frac{2E_1}{\omega h}\frac{[1-(k_x^{(1)}/k_l)^2]}{\left[1+\sigma_1^2-\left(\frac{k_x^{(1)}}{k_l}\right)^2\right]}, \tag{24}$$

а

$$Z_-=-i\omega m_s\left[1-\left(\frac{k_x^{(1)}}{k_f}\right)^4\right]. \tag{25}$$

Здесь Z_+ и Z_- — соответственно импедансы тонкой пластины для поперечных колебаний сжатия и изгибных колебаний пластины [18], Z_1 и Z_2 — импедансы среды соответственно в нижнем и верхнем полупространствах, $m_s=\rho_s h$, h — толщина, ρ_s, E_1 и σ_1 — плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона пластины, $k_f=\omega/c_f$, $k_l=\omega/c_l$, c_f и c_l — соответственно скорость изгибных и продольных волн в тонкой пластине.

Если среды в нижнем и верхнем полупространствах движутся со скоростями V_1 и V_2, то формулы (22)—(25) остаются справедливыми и в этом случае, только в качестве Z_1 и Z_2 следует брать импедансы движущейся среды, определяемые формулой (4).

Рассмотрим частный случай тонкой пластины в однородной движущейся среде. Тогда с учетом, что $Z_1=Z_2=\rho c/\cos\theta(1+M\sin\theta)$ и $k_x^{(1)}=k_x^{(2)}=$

$=k\sin\theta/(1+M\sin\theta)$, получаем

$$V=\frac{Z_+Z_-\cos^2\theta(1+M\sin\theta)^2-2\rho^2c^2}{[Z_+\cos\theta(1+M\sin\theta)+\rho c][Z_-\cos\theta(1+M\sin\theta)+2\rho c]}, \tag{26}$$

$$W=\frac{\rho c\cos\theta(1+M\sin\theta)}{[Z_+\cos\theta(1+M\sin\theta)+\rho c][Z_-\cos\theta(1+M\sin\theta)+2\rho c]}, \tag{27}$$

где

$$Z_+=\frac{2E_1}{\omega h}\frac{\left[1-\dfrac{c_l\sin\theta}{c^2(1+M\sin\theta)^2}\right]}{\left[1+\sigma_1^2-\dfrac{c_l^2\sin^2\theta}{c^2(1+M\sin\theta)^2}\right]}, \tag{28}$$

$$Z_-=-i\omega m_s\left[1-\frac{c_f^4\sin^4\theta}{c^4(1+M\sin\theta)^4}\right]. \tag{29}$$

Формулы (26)—(29) полностью совпадают с полученными ранее в работе [19].

В заключение рассмотрим распространение звука в слоисто-неоднородной движущейся жидкости. В этом случае неоднородную движущуюся среду можно представить себе как бы состоящую из большого числа тонких соприкасающихся друг с другом плоскопараллельных однородных движущихся слоев, на границах которых имеется тангенциальный разрыв скорости. При переходе от слоя к слою свойства среды будут меняться скачком. Однако, устремляя в пределе толщину слоев к нулю, а их число к бесконечности, получаем неоднородную движущуюся среду с непрерывно меняющимися параметрами.

Пусть в слое с номером 0, непосредственно прилегающем к плоскости $y=0$, задана плоская волна амплитуды A_0 (см. выражение (1)). Падая на границу со слоем 1, волна преломляется и частично отражается. Коэффициенты отражения и прохождения даются выражениями (5) и (6). Поскольку импедансы среды в соседних слоях очень близки, то отражениями волны на границах слоев можно пренебречь, а последовательный учет преломления на границах слоев приводит (см. работу [1]) к следующему значению амплитуды волны в произвольной точке:

$$A(y)=A_0\sqrt{\frac{Z(y)}{Z(0)}}. \tag{30}$$

Что касается фазы волны, то x-компонента фазы остается неизменной в силу условий непрерывности поля. Набег фазы в y-направлении в пределе будет определяться интегралом, где подынтегральная функция зависит от изменения фазовой скорости волны в направлении y. Для полного набега фазы окончательно можно написать

$$\varphi(x,y)=\int_0^y k_y(y)\,dy+k_x(0)\,x, \tag{31}$$

где

$$k_y(y)=\frac{k(y)\cos\theta(y)}{1+M(y)\sin\theta(y)} \tag{32}$$

Окончательно для звукового давления имеем

$$p(x,y)=A_0\sqrt{\frac{Z(y)}{Z(0)}}\exp\left\{i\left[\int_0^y\frac{k(y)\cos\theta(y)}{1+M(y)\sin\theta(y)}dy+\right.\right. \tag{33}$$

$$\left.\left.+\frac{k(0)\sin\theta(0)}{1+M(0)\sin\theta(0)}x\right]\right\}.$$

Выражение (33) описывает первое геометро-акустическое приближение решения задачи. Можно показать, что учет однократного, двукратного и т. д. отражений на границах слоев соответствует второму, третьему и т. д. приближениям. Вид этих формул, в этом нетрудно убедиться, не отличается от соответственных аналогичных выражений для случая неподвижной слоисто-неоднородной среды [1].

Плоскую волну нередко оказывается удобным рассматривать как предельный случай волны, создаваемой точечным источником. В этом случае выражения для компонент волнового вектора k_x и k_y принимают вид [20]

$$k_x = \frac{k}{1-M^2}(\sin\theta - M),$$

$$k_y = \frac{k}{\sqrt{(1-M)^2}}\cos\theta$$

и для импеданса среды вместо формулы (4) имеет место выражение

$$Z = \frac{\rho c(1-M\sin\theta)^2}{\cos\theta(1-M^2)^{3/2}}. \tag{34}$$

Здесь угол θ определен в так называемой «поджатой» системе координат [20].

Проблема распространения звука в движущейся слоисто-неоднородной среде, как уже отмечалось выше, рассматривалась, как правило, на основе уравнения распространения звука в движущейся однородной среде, которое вытекает из волнового уравнения, если при переходе от движущейся к неподвижной системе координат воспользоваться преобразованием Галилея. Между тем более последовательным было бы использование преобразования Лоренца (см., например, работы [7, 16]). Формулы для коэффициентов отражения и прохождения по-прежнему сохраняют свой вид и в этом случае, если определить импеданс движущейся среды так, чтобы, как и выше, выполнялось условие его непрерывности при переходе через границы раздела движущихся сред.

Итак, пользуясь понятием импеданса движущейся среды, оказывается возможным распространить многие результаты теории отражения плоских звуковых волн неподвижными слоистыми средами на случай слоисто-неоднородной движущейся среды и отпадает необходимость в решении соответственных краевых задач, поскольку их решения уже имеются в «готовом виде». Примеры некоторых из них, служивших ранее предметом отдельного рассмотрения, были приведены выше.

Изложенные выше рассуждения допускают дальнейшие обобщения. Так, например, решения ряда краевых задач о распространении звука в каналах или трубах с потоком, а также дифракции и излучения звука криволинейными упругими или неподвижными поверхностями в потенциальном потоке идеальной жидкости можно написать немедленно на основе уже известных, имеющихся в «готовом виде» решений аналогичных краевых задач для неподвижной среды, если, как и выше, уточнить понятие импеданса моды или импеданса формы колебаний в движущейся среде.

Автор признателен А. Д. Лапину за полезную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.
2. *Franken P., Ingard U.* Sound Propagation into a Moving Medium.– JASA, 1956, v. 28, № 1, p. 126–127.
3. *Yeh C.* Reflection and Transmission of Sound Waves by a Moving Fluid Layer.– JASA, 1967, v. 41, № 4, p. 817–821.
4. *Yeh C.* A further Note on the Reflection and Transmission of Sound Waves by a Moving Fluid Layer.– JASA, 1968, v. 43, № 6, p. 1454–1455.
5. *Кикина Н. Г., Санников Д. С.* Отражение звуковых волн от движущегося плоскопараллельного слоя.– Акуст. ж., 1969, т. 15, № 4, с. 543–546.
6. *Graham E. W., Graham B. B.* Effect of a Shear Layer on Plane Waves of Sound in a Fluid.– JASA, 1969, v. 46, № 1, p. 169–175.

7. *Kong J. A.* Interaction of Acoustic Waves with Moving Media.– JASA, 1970, v. 48, № 1, p. 236–241.
8. *Рэлей.* Теория звука. Т. 2. М.: Гостехиздат, 1955.
9. *Miles J. W.* On the Disturbed Motion of a Plane Vortex Sheet.– J. Fluid Mech., 1958, v. 4, p. 538–552.
10. *Fejer J. A., Miles J. W.* On the stability of a Plane Vortex Sheet with respect to Three-dimensional disturbances.– J. Fluid Mech., 1963, v. 15, p. 335–336.
11. *Миронов М. А.* Воздействие гармонического источника объемной скорости на течение с плоским тангенциальным разрывом (плоская задача).– Акуст. ж., 1975, т. 21, № 1, с. 79–85.
12. *Лямшев Л. М.* Об определении импеданса в акустике движущейся среды.– Докл. АН СССР, 1981, т. 261, № 1, с. 74–78.
13. *Myers M. K.* On the Acoustic Boundary Condition in the Presence of Flow.– J. Sound and Vibration, 1980, v. 71, № 3, p. 429–434.
14. *Miles J. W.* On the Reflection of Sound at an Interface of relative motion.– JASA, 1957, v. 29, № 2, p. 226–228.
15. *Keller J.* Reflection and Transmission of Sound by a Moving Medium.– JASA, 1955, v. 27, № 6, p. 1044–1047.
16. *Morse Philip M., Ingard Uno K.* Theoretical Acoustics. Mc Grow Hill., 1968, Chaps 6 and 11.
17. *Коузов Д. П.* О низкочастотных движениях тонкого упругого слоя, разделяющего две жидкости.– В кн.: Проблемы дифракции и распространения волн. Л.: Изд-во ЛГУ, 1966, вып. 6, с. 150–179.
18. *Лямшев Л. М.* Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
19. *Лямшев Л. М.* Отражение звука от движущейся тонкой пластины.– Акуст. ж., 1960, т. 6, № 4, с. 505–507.
20. *Лямшев Л. М.* К вопросу об отражении звука от границы раздела движущихся сред.– Акуст. ж., 1964, т. 10, № 2, с. 247–249.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25.VII.1981