АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 4

УДК 534.26

О МЕТОДЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА В ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА ТЕЛАХ СО СМЕШАННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

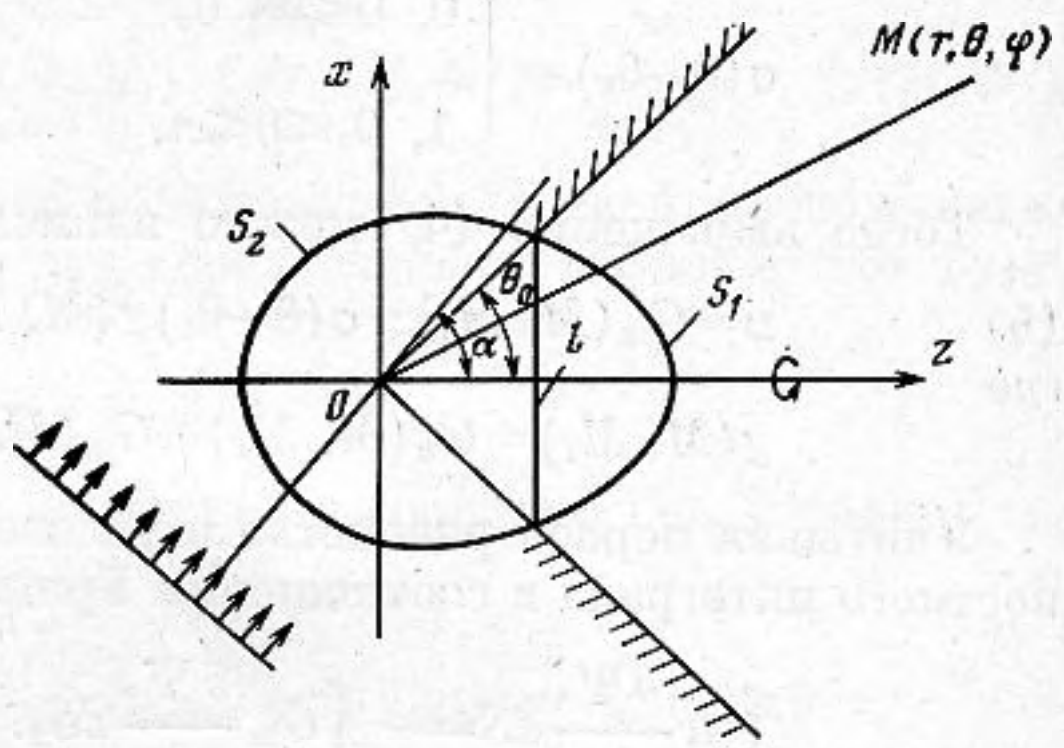
Бабайлов Э. П.

Рассматривается возможность применения метода функций Грина для решения внешних задач дифракции плоской звуковой волны на телах со смешанными граничными условиями. Показано, что при выборе вспомогательной функции в интегральной формуле Грина в форме, использованной в работе [1], решение не может быть сведено к квадратурным представлениям.

В работе [1] предложено строить решение внешних задач дифракции плоской звуковой волны на телах со смешанными краевыми условиями в виде суммы интегралов Кирхгофа по участкам граничной поверхности с различными акустическими свойствами, причем в качестве вспомогательных функций в каждом из интегралов берутся функции Грина, получаемые в том случае, когда вся поверхность тела обладает этими свойствами. В работе [2] на основании этой же концепции рассматриваются характеристики отражения звука телами со смешанными краевыми условиями с целью уменьшения обратного рассеяния.

Однако указанный подход в обеих работах никак не обосновывается, отсутствует также оценка точности получаемого решения.

Ниже мы покажем, что решение в квадратурах рассматриваемого типа дифракционных задач методом функций Грина в трактовке статьи [1] получено быть не может, и как следствие выясним смысл предложенной в ней формы решения.



Фиг. 1. Падение плоской волны на тело вращения со смешанными граничными условиями

Возьмем для простоты некоторое тело вращения (фиг. 1), уравнение поверхности S которого в сферической системе координат r, θ, φ есть $r=R(\theta)$, $0\leqslant\theta\leqslant\pi$ при $0\leqslant\varphi\leqslant2\pi$. Пусть контур l, разделяющий два участка поверхности S_1 и S_2 (фиг. 1), суть линия пересечения конуса $\theta=\theta_0$ с поверхностью тела S, т. е. окружность с центром на оси z.

На тело падает плоская звуковая волна, потенциал скорости Ψ_0 которой имеет вид

$$\Psi_0=\exp[ikr(\cos\alpha\cos\theta+\sin\alpha\sin\theta\cos\varphi)],$$

где $k=\omega/c$ — волновое число в среде, окружающей тело, α — полярный угол волнового вектора $\mathbf{k}$, азимутальный угол $\mathbf{k}$ равен нулю, временной множитель $\exp(-i\omega t)$ опущен.

Требуется найти потенциал скорости рассеянного телом поля Ψ_1, удовлетворяющий однородному уравнению Гельмгольца:

$$L[\Psi_1]=\Delta\Psi_1+k^2\Psi_1=0, \tag{1}$$

граничному условию на поверхности

$$(2)\qquad \frac{\partial \Psi_1(P)}{\partial n}=-\frac{\partial \Psi_0(P)}{\partial n},\quad P\in S_1;\quad \Psi_1(Q)=-\Psi_0(Q),\quad Q\in S_2,$$

где n — нормаль к поверхности S, и условию излучения.

Будем исходить из интегрального соотношения Грина с учетом уравнения (1), имеющего вид

$$(3)\qquad -\int\limits_{D_e}\Psi_1 L[u]dV=\int\limits_{S}\left\{u\frac{\partial \Psi_1}{\partial n}-\Psi_1\frac{\partial u}{\partial n}\right\}dS,$$

где D_e — область вне тела, L — символ оператора Гельмгольца, u — вспомогательная функция. Дифференцирование производится по нормали, направленной внутрь тела.

Выберем в качестве «u» разрывную функцию вида

$$(4)\qquad u=\begin{cases} G_{ж}(M,M_1), & 0\leqslant\theta<\theta_0\\ G_{м}(M,M_1), & \theta_0<\theta\leqslant\pi\end{cases},$$

где $G_{ж}(M, M_1)$ — функция Грина задачи дифракции на абсолютно жестком теле, $G_{м}(M, M_1)$ — функция Грина той же задачи на мягком теле, $M(r, \theta, \varphi)$ — точка наблюдения, $M_1(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ — точка расположения источника.

Выбор «u» в виде (4) в соотношении Грина возможен при введении обобщенных функций, производных от них и использовании свойств содержащих их интегралов.

По аналогии с единичной функцией $1(x-x_0)$, $|x|\leqslant\infty$ введем функцию $\sigma(\theta-\theta_0)$, определенную на отрезке $[0, \pi]$:

$$\sigma(\theta-\theta_0)=\begin{cases} 0, & 0\leqslant\theta<\theta_0\\ 1, & \theta_0<\theta\leqslant\pi.\end{cases}$$

Тогда выражение (4) можно написать в едином аналитическом виде

$$(5)\qquad u=G_{ж}(M, M_1)+\sigma(\theta-\theta_0)g(M, M_1),$$

где

$$g(M, M_1)=G_{м}(M, M_1)-G_{ж}(M, M_1).$$

Учитывая первое равенство в условии (2), имеем для первого поверхностного интеграла в соотношении Грина (3)

$$\int\limits_{S} u\frac{\partial \Psi_1}{\partial n}dS=-\int\limits_{S_1}G_{ж}\frac{\partial \Psi_0}{\partial n}dS_1.$$

Вычислим производную $\partial u/\partial n$ на S. Учитывая, что для тела вращения в сферической системе координат

$$\frac{\partial}{\partial n_{|S}}=(\mathbf{n}, \nabla)_{|S}=n_r\frac{\partial}{\partial r_{|S}}+n_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta_{|S}},$$

получаем следующее представление:

$$\frac{\partial u}{\partial n_{|S}}=[1-\sigma(\theta-\theta_0)]\frac{\partial G_{ж}(M,M_1)}{\partial n}+\sigma(\theta-\theta_0)\frac{\partial G_{м}(M,M_1)}{\partial n}+$$

$$+g(M,M_1)\frac{n_\theta\delta(\theta-\theta_0)}{R(\theta)},\qquad M\in S,$$

где $\delta(\theta-\theta_0)=\sigma_\theta'(\theta-\theta_0)$ — δ-функция Дирака, а n_θ на поверхности S определяется выражением

$$n_{\theta|S}=\frac{R'(\theta)}{\sqrt{R^2(\theta)+R'^2(\theta)}}.$$

Тогда для второго поверхностного интеграла в формуле Грина (3) с учетом второго равенства в условии (2), выражений для элемента поверхности $dS=R(\theta)\sin\theta\sqrt{R^2(\theta)+R'^2(\theta)}\,d\varphi d\theta$ и $n_{\theta|S}$ при использовании фильтрующего свойства δ-функции имеем

$$-\int\limits_S \Psi_1\frac{\partial u}{\partial n}dS=\int\limits_{S_2}\Psi_0\frac{\partial G_м}{\partial n}dS_2-$$

$$-R'(\theta_0)\sin\theta_0\int\limits_0^{2\pi}\Psi_1(\theta_0,\varphi,R(\theta_0))\,g(\theta_0,\varphi,R(\theta_0),\theta_1,\varphi_1,r_1)\,d\varphi$$

и, следовательно,

$$\int\limits_S\left\{u\frac{\partial\Psi_1}{\partial n}-\Psi_1\frac{\partial u}{\partial n}\right\}dS=\int\limits_{S_2}\Psi_0\frac{\partial G_м}{\partial n}dS_2- \tag{6}$$

$$-\int\limits_{S_1}\frac{\partial\Psi_0}{\partial n}G_ж dS_1-R'(\theta_0)\sin\theta_0\int\limits_0^{2\pi}(\Psi_1 g)_{|\theta=\theta_0}d\varphi.$$

Вычислим объемный интеграл в соотношении Грина. Оператор $L[u]$ с учетом формулы (5) имеет вид

$$L[u]=-\delta(M-M_1)+L[\sigma(\theta-\theta_0)\,g(M,M_1)], \tag{7}$$

где учтено, что

$$L[G_ж(M,M_1)]=-\delta(M-M_1).$$

Замечая, что

$$G_ж(M,M_1)=\frac{e^{ikR^*}}{4\pi R^*}+g_м(M,M_1);\quad G_м(M,M_1)=\frac{e^{ikR^*}}{4\pi R^*}+g_ж(M,M_1),$$

где R^* — расстояние между точкой наблюдения и точкой расположения источника, и совмещая эти точки для обоих случаев, находим, что функция $g(M,M_1)$ есть

$$g(M,M_1)=g_м(M,M_1)-g_ж(M,M_1)$$

и, следовательно, удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца

$$L[g(M,M_1)]=0. \tag{8}$$

Написав оператор Гельмгольца в сферической системе координат, с учетом соотношения (8) находим

$$L[\sigma(\theta-\theta_0)\,g(M,M_1)]=\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}[\sigma(\theta-\theta_0)\,g(M,M_1)]\right)-$$

$$-\sigma(\theta-\theta_0)\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}g(M,M_1)\right).$$

Учитывая вновь, что $\sigma_\theta'(\theta-\theta_0)=\delta(\theta-\theta_0)$, и вводя формально символ производной δ-функции $\delta'(\theta-\theta_0)$, после несложных преобразований получаем

$$L[\sigma(\theta-\theta_0)\,g(M,M_1)]= \tag{9}$$

$$=\frac{\delta(\theta-\theta_0)\left[g(M,M_1)\operatorname{ctg}\theta+2\dfrac{\partial g(M,M_1)}{\partial\theta}\right]+\delta'(\theta-\theta_0)\,g(M,M_1)}{r^2}.$$

Отметим, что использование символа $\delta'(\theta-\theta_0)$ возможно на том основании, что оператор $L[\sigma(\theta-\theta_0)\,g(M,M_1)]$ стоит под знаком интеграла.

Таким образом, для объемного интеграла в соотношении Грина (3) имеем

$$(10)\qquad -\int\limits_{D_e} \Psi_1 L[u]\,dV=\Psi_1(M_1)-\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi}\int\limits_{R(\theta)}^{\infty} \Psi_1\Big\{\delta(\theta-\theta_0)\times$$

$$\times\Big[g(M,M_1)\operatorname{ctg}\theta+2\frac{\partial g(M,M_1)}{\partial\theta}\Big]+\delta'(\theta-\theta_0)\,g(M,M_1)\Big\}\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi.$$

Преобразуем объемный интеграл в правой части (10) (обозначим его через I), используя фильтрующее свойство δ-функции $\delta(\theta-\theta_0)$ и свойство интегралов, содержащих производную от δ-функции:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\delta'(x-x_0)\,dx=-f'(x_0).$$

Имеем, в частности,

$$\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi}\int\limits_{R(\theta)}^{\infty} \Psi_1 g\delta'(\theta-\theta_0)\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi=$$

$$=-\int\limits_0^{2\pi}\Big\{\cos\theta_0\int\limits_{R(\theta_0)}^{\infty}(\Psi_1 g)_{|\theta=\theta_0}dr+\sin\theta_0\Big(\frac{\partial}{\partial\theta}\int\limits_{R(\theta)}^{\infty}\Psi_1 g\,dr\Big)_{|\theta=\theta_0}\Big\}\,d\varphi$$

Здесь второй член правой части содержит операцию дифференцирования интеграла по параметру, причем и нижний предел интеграла также зависит от параметра. Функции Ψ_1, g и $R(\theta)$ удовлетворяют всем условиям, дающим возможность дифференцирования по параметру под знаком интеграла [3],

Проведя все необходимые операции, получим

$$I=\sin\theta_0\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{R(\theta_0)}^{\infty}\Big\{\Psi_1\frac{\partial g}{\partial\theta}-g\frac{\partial\Psi_1}{\partial\theta}\Big\}_{|\theta=\theta_0}dr\,d\varphi+R'(\theta_0)\sin\theta_0\int\limits_0^{2\pi}\times$$

$$\times(\Psi_1 g)_{|\theta=\theta_0}\,d\varphi,$$

где все функции, зависящие от θ, берутся при $\theta=\theta_0$.

Учитывая формулы (6), (10) и выражение для I, из соотношения Грина (3) окончательно получаем

$$(11)\qquad \Psi_1(M_1)=\int\limits_{S_2}\Psi_0\frac{\partial G_{\text{м}}}{\partial n}dS_2-\int\limits_{S_1}\frac{\partial\Psi_0}{\partial n}G_{\text{ж}}dS_1+$$

$$+\sin\theta_0\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{R(\theta_0)}^{\infty}\Big\{\frac{\partial g}{\partial\theta}\Psi_1-g\frac{\partial\Psi_1}{\partial\theta}\Big\}_{|\theta=\theta_0}dr\,d\varphi.$$

Последний член, в котором неизвестная функция Ψ_1 входит под знак интеграла, необоснованно отсутствует в представлениях работы [1].

Появление этого члена обусловлено тем, что вспомогательная функция «u», определяемая выражением (5), не является функцией Грина рассматриваемой краевой задачи.

Так как $L[g]=0$ всюду в области D_e, то интегралы по r и φ, входящие в формулу (11), и их производные есть непрерывные функции в этой области. Таким образом, поверхность конуса $\theta=\theta_0$ не является поверхностью потенциала простого или двойного слоя.

Учитывая это замечание, а также разрывный характер решения волнового уравнения, получаемого из соотношения Грина, и используя условие непрерывности функций Ψ_1 и $\partial\Psi_1/\partial\theta$ на поверхности $\theta=\theta_0$, нетрудно получить результат (11) путем применения формулы Грина отдельно для каждого из конусов $0\leqslant\theta\leqslant\theta_0$, $\theta_0\leqslant\theta\leqslant\pi$; $R(\theta_0)\leqslant r<\infty$. Однако использованный метод обобщенных функций привлекателен тем, что дает возможность

оперировать интегральной формулой Грина во всем объеме и в случае разрывных функций.

Устремляя точку M_1 к поверхности $\theta=\theta_0$, получаем из формулы (11)

$$\Psi_1(r_1,\theta_0,\varphi_1)=\sin\theta_0\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{R(\theta_0)}^{\infty}\left\{\frac{\partial g}{\partial\theta}\Psi_1-g\frac{\partial\Psi_1}{\partial\theta}\right\}_{|\theta=\theta_1=\theta_0}dr\,d\varphi+ \tag{12}$$

$$+\int\limits_{S_2}\Psi_0\frac{\partial G_{\text{м}}}{\partial n}\Big|_{\theta_1=\theta_0}dS_2-\int\limits_{S}\frac{\partial\Psi_0}{\partial n}G_{\text{ж}|\theta_1=\theta_0}dS_1.$$

Взяв производную в точке M_1 по направлению нормали к поверхности $\theta=\theta_0$ в некоторой ее точке M_0 и устремляя M_1 к M_0, после замены значения $\frac{\partial\Psi_1(r_1,\theta_0,\varphi_1)}{\partial\theta_1}$ эквивалентным ему в точке M_0 значением $\frac{\partial\Psi_1(r_1,\theta_0,\varphi_1)}{\partial\theta}$ находим из (11):

$$\frac{\partial\Psi_1(r_1,\theta_0,\varphi_1)}{\partial\theta}=\sin\theta_0\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{R(\theta_0)}^{\infty}\left\{\frac{\partial^2 g}{\partial\theta\,\partial\theta_1}\Psi_1-\frac{\partial g}{\partial\theta_1}\frac{\partial\Psi_1}{\partial\theta}\right\}_{|\theta=\theta_1=\theta_0}dr\,d\varphi+ \tag{13}$$

$$+\int\limits_{S_2}\Psi_0\frac{\partial^2 G_{\text{м}}}{\partial n\partial\theta_1}_{|\theta_1=\theta_0}dS_2-\int\limits_{S_1}\frac{\partial\Psi_0}{\partial n}\frac{\partial G_{\text{ж}}}{\partial\theta_1}_{|\theta_1=\theta_0}dS_1.$$

Уравнения (12) и (13) представляют собой систему двух интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода относительно неизвестных функций $\Psi_1(r,\theta_0,\varphi)$ и $\partial\Psi_1(r,\theta_0,\varphi)/\partial\theta$. Рассмотрение свойств этой системы и возможности ее решения выходят за рамки настоящей работы. Отметим, однако, что именно с ней связана возможность получения точного решения задачи рассматриваемым методом.

Выясним на примере сферы $r=R$ смысл решения в форме работы [1]. Предположим, что во всей области $\overline{D}_e$ решение задачи можно представить в виде разложения по сферическим волновым функциям целочисленного индекса

$$\Psi_1(M)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}A_n^m P_n^m(\cos\theta)\,h_n(kr)\cos m\varphi, \tag{14}$$

где A_n^m — неизвестные коэффициенты, $h_n(kr)$ — сферические функции Ганкеля 1-го рода.

Подставим в соотношение (11), переписанное для случая сферы $r=R$, выражение (14), известные выражения для функций Ψ_0, $\partial\Psi_0/\partial r$, $G_{\text{ж}}$ и $\partial G_{\text{м}}/\partial r$ в виде разложений по сферическим функциям при $r=R$, а также выражение для функции g:

$$g=\frac{1}{4\pi}\frac{k}{(kR)^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\,\varepsilon_m\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta_1)\times \tag{15}$$

$$\times\frac{h_n(kr)\,h_n(kr_1)}{h_n(kR)\,h_n'(kR)}\cos[m(\varphi-\varphi_1)],$$

$$\varepsilon_m=\begin{cases}1, & m=0,\\ 2, & m\neq 0.\end{cases}$$

Выполнив в формуле (11) все необходимые преобразования, умножив затем его обе части на $P_r^l(\cos\theta_1)\cos l\varphi_1\sin\theta_1 d\varphi_1 d\theta_1$ и проинтегрировав их по поверхности сферы произвольного радиуса r_1, после использования свойства ортогональности угловых сферических функций и учета соотно-

шения

$$\int_{\theta_0}^{\pi} P_n^m(\cos\theta) P_{n_1}^m(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta = \frac{2}{2n+1}\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\delta_{nn_1}^{mm} -$$

$$-\int_{0}^{\theta_0} P_n^m(\cos\theta) P_{n_1}^m(\cos\theta)\sin\theta d\theta, \quad \delta_{nn_1}^{mm} = \begin{cases} 1, & n=n_1, \\ 0, & n\neq n_1 \end{cases}$$

получаем для каждого значения m свою бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов A_n^m вида

$$A_n^m - \sum_{n_1=m}^{\infty} A_{n_1}^m d_{nn_1}^m = e_n^m, \quad m=0, 1, \ldots; \quad n=m, \ldots .$$

В частности, при $\alpha=0$ из всей совокупности этих систем сохраняется только одна система уравнений с $m=0$:

$$A_n - \sum_{n_1=0}^{\infty} A_{n_1} d_{nn_1} = e_n, \quad n=0, 1, \ldots, \tag{16}$$

где матричные элементы d_{nn_1} и свободные члены e_n определяются выражениями

$$d_{nn_1} = \frac{\sin^2\theta_0}{2kR}(2n+1)\frac{h_{n_1}(kR)}{h_n'(kR)}[P_n(\cos\theta_0)P_{n_1}'(\cos\theta_0) - \tag{17}$$

$$-P_n'(\cos\theta_0)P_{n_1}(\cos\theta_0)]\left[\frac{1}{n+n_1+1} - kR\frac{h_{n-1}(kR)}{h_n(kR)(n-n_1)(n+n_1+1)} + \right.$$

$$\left. +kR\frac{h_{n_1-1}(kR)}{h_{n_1}(kR)(n-n_1)(n+n_1+1)}\right],$$

$$e_n = -i^n(2n+1)\frac{j_n(kR)}{h_n(kR)} + \frac{2n+1}{2}\sum_{q=0}^{\infty} i^q(2q+1)\times \tag{18}$$

$$\times\left[\frac{j_q(kR)}{h_n(kR)} - \frac{j_q'(kR)}{h_n'(kR)}\right]\int_0^{\theta_0} P_n(\cos\theta)P_q(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta,$$

$j_q'(kR)$, $h_n'(kR)$, $P_n'(\cos\theta_0)$, $P_{n_1}'(\cos\theta_0)$ — символы производных по аргументу от указанных функций.

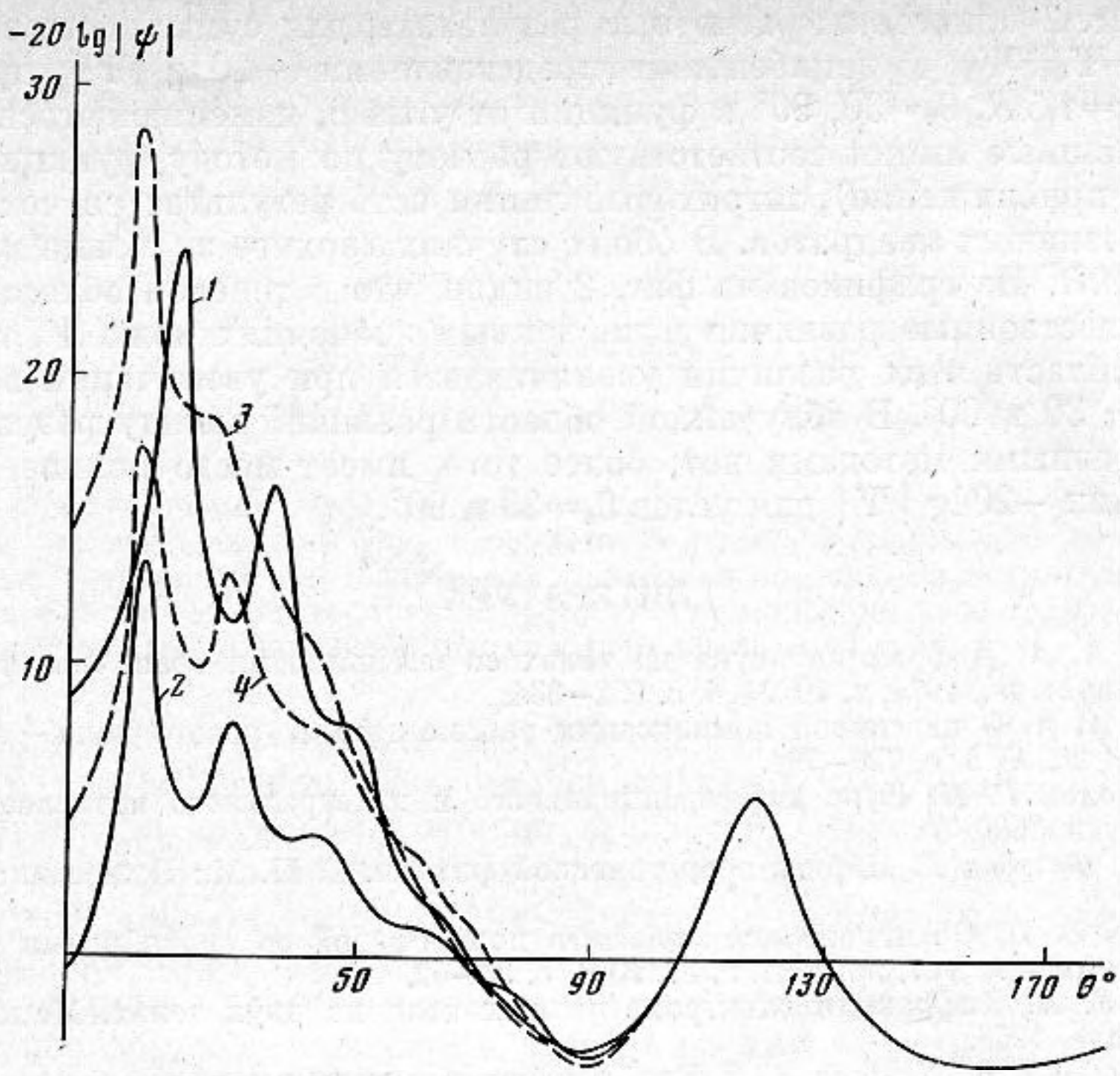
При написании выражения для d_{nn_1} использовано значение интеграла $\int h_n(kr)h_{n_1}(kr)dr$, $n\neq n_1$, приведенное в работе [4], а также тот факт, что при $r\to\infty$ этот интеграл стремится к нулю. Интегралы же от произведения полиномов Лежандра на отрезке $[0, \theta_0]$ могут быть представлены, например, в виде, предложенном в работе [5].

Анализ бесконечной системы (16) показывает, что она не удовлетворяет ни одному из известных признаков разрешимости таких систем [6—8] и не может быть регуляризована путем введения новых неизвестных $a_n = \beta_n A_n$. Это следует из того, что в выражении для первого приближения решения системы (16) итерационным методом

$$A_n^{(1)} = \sum_{n_1=0}^{\infty} d_{nn_1}e_{n_1} + e_n,$$

где в качестве нулевого приближения берется столбец свободных членов $A_n^{(0)} = e_n$, ряд по n_1, как можно показать, расходится и никакая замена неизвестных типа $a_n = \beta_n A_n$ не изменяет его характера.

Таким образом, на примере сферы выяснено, что решение в форме работы [1] представляет собой не более чем нулевое приближение для



Фиг. 2. Угловое распределение величины $-20\lg|\Psi|$ при $kR=10$, $\alpha=0$, $r=1{,}5$ для жестко-мягкой сферы: *1* – $\theta_0=30°$; *2* – $\theta_0=90°$ (метод функций Грина, нулевое приближение для коэффициентов A_n: $A_n^{(0)}=e_n$); *3* – $\theta_0=30°$; *4* – $\theta_0=90°$ (метод наименьших квадратов)

бесконечной нерегуляризуемой системы алгебраических уравнений. Одновременно заключаем, что точное решение задачи рассматриваемым методом в форме (14) вообще получено быть не может.

Так как коэффициенты $A_n^{(0)}=e_n$ при $n>kR$ экспоненциально стремятся к нулю, то ряд в приближенном решении

$$\Psi_1^{(0)}(\theta,r)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n^{(0)}P_n(\cos\theta)h_n(kr)$$

сходится всюду в области D_e, однако, например, второе равенство в условии (2) не может быть удовлетворено; погрешность определяется выражением

$$\Delta(\theta,R)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{q=0}^{\infty}\frac{2n+1}{2}i^q(2q+1)P_n(\cos\theta)\times$$

$$\times\frac{j_q(kR)h_n'(kR)-j_q'(kR)h_n(kR)}{h_n'(kR)}\int_0^{\theta_0}P_n(\cos\theta)P_q(\cos\theta)\sin\theta d\theta,$$

$$\theta_0\leqslant\theta\leqslant\pi.$$

Нетрудно показать (положив $q=0$, используя значение интеграла

$$\int_0^{\theta_0}P_n(\cos\theta)\sin\theta d\theta=\frac{P_{n-1}(\cos\theta_0)-\cos\theta_0P_n(\cos\theta_0)}{n+1}$$

и асимптотическое представление для полиномов Лежандра), что в точке $\theta=\theta_0$ ряд для $\Delta(\theta, R)$ расходится. (Заметим, что точно так же доказывается и расходимость ряда в выражении для $A_n^{(0)}$).

На фиг. 2 приведены расчетные результаты для суммарного звукового поля $\Psi=\Psi_0+\Psi_1$ в децибельном представлении $-20\lg|\Psi|$ при $\alpha=0$, $kR=10$, $r=1{,}5R$, $\theta_0=30$, $90°$ в функции от угла θ, изменяющегося от 0 до 180°. Сплошные линии соответствуют расчету по методу функций Грина (нулевое приближение), штриховые линии есть результат расчета по методу наименьших квадратов. В обоих случаях верхнее значение n бралось равным $2kR$. Из графиков на фиг. 2 видно, что в теневой области имеют место существенные различия в численных значениях поля Ψ, при этом угловая область этих различий увеличивается при увеличении величины угла θ_0 от 30 и 90°. В облученной области различий между результатами расчета разными методами нет; более того, имеет место полное совпадение величин $-20\lg|\Psi|$ для углов $\theta_0=30$ и 90°.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Клещев А. А.* Дифракция звука на телах со смешанными граничными условиями.– Акуст. ж., 1974, т. 20, № 4, с. 632–634.
2. *Клещев А. А.* О пассивной компенсации рассеянного звукового поля.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 5, с. 726–731.
3. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. II. М.: Наука, 1966.
4. *Морз Ф., Фешбах Г.* Методы теоретической физики. Т. II. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
5. *Бабайлов Э. П.* Об искажении звукового поля сферой со смешанными краевыми условиями.– Акуст. ж., 1981, т. 27, № 1, с. 36–42.
6. *Иванов Е. А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск: Наука и техника, 1968.
7. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. М.: Физматгиз, 1958.
8. *Шендеров Е. Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступила в редакцию 14.I.1981