

УДК 534.2.532

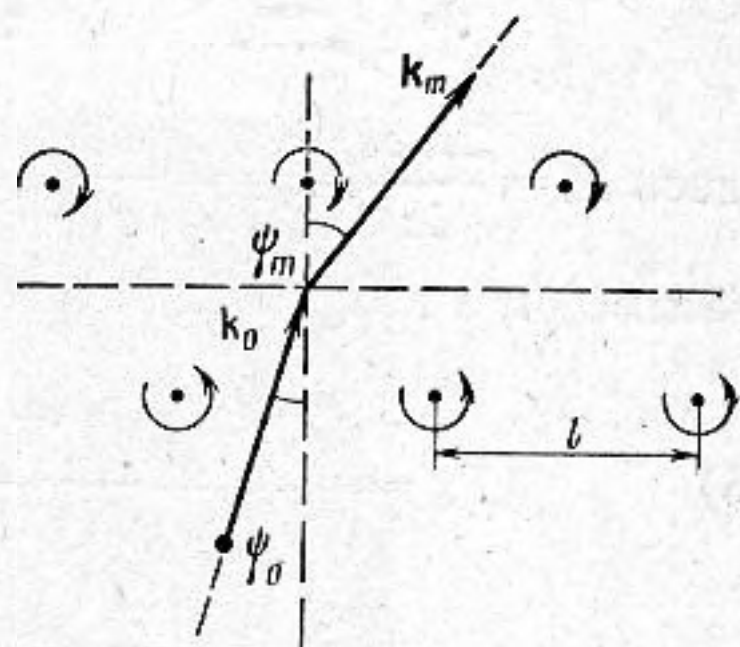
РАССЕЯНИЕ ЗВУКА НА ВИХРЕВОМ СЛЕДЕ ЗА ЦИЛИНДРОМ

Громов П. Р., Езерский А. Б., Фабрикант А. Л.

Теоретически и экспериментально исследовано рассеяние звука на вихревом следе за цилиндром. Полученные экспериментально характеристики ультразвука, прошедшего через периодический вихревой след, сравниваются с теоретически рассчитанными. Подтверждается возможность акустической диагностики вихревых следов.

Периодический вихревой след, образующийся в результате периодического срыва вихрей за плохо обтекаемым телом, является одним из наиболее практически важных и интересных в теоретическом отношении примеров вихревых течений. Несмотря на большое число имеющихся работ, посвященных исследованию этого течения [1], оно по-прежнему привлекает внимание в связи с такими проблемами, как сопротивление тел, движущихся в потоке [2], аэродинамическая генерация звука [3], аэрогидроупругость [4] и др.

Настоящая работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию рассеяния высокочастотных звуковых волн на периодическом вихревом следе за цилиндром при малых числах Маха набегающего потока. Особое внимание уделяется выяснению возможности дистанционной акустической диагностики различных характеристик вихревых следов. Теоретическая модель основана на аппроксимации следа системой точечных вихрей и использовании первого (борновского) приближения теории возмущений для амплитуды рассеяния звука. Результаты эксперимента по рассеянию ультразвука на вихревом следе за цилиндром при умеренных числах Рейнольдса ($Re \sim 10^2$) находятся в удовлетворительном согласии с теорией и позволяют судить о принципиальной возможности дистанционного определения некоторых характеристик вихревого течения на основании данных акустического зондирования.



Фиг. 1. Рассеяние плоской звуковой волны на дорожке Кармана

Рассмотрим рассеяние звука на двух бесконечных периодических цепочках точечных вихрей, расположенных в шахматном порядке (фиг. 1). Такое вихревое течение (дорожка Кармана [2]) представляет собой простейшую модель периодического следа за цилиндром. Направим ось x декартовой системы координат вдоль дорожки. Тогда для $e^{i\omega t}$ амплитуды ρ_1 колебания плотности в рассеянной звуковой волне имеем:

$$(1) \quad \rho_1 = \rho_0 \int \frac{dk_x}{2\pi} \left(e^{-ik_x x - i\eta y} \Omega_z \left(k_x - \frac{\omega}{c} \sin \psi_0, \eta - \frac{\omega}{c} \cos \psi_0 \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{(\eta \sin \psi_0 - k_x \cos \psi_0) q}{2\eta c \left(\frac{\omega}{c} - q \right)} \text{sign } y \right),$$

где ρ_0 — амплитуда плотности в падающей волне, ψ_0 — угол падения (относительно нормали к дорожке), $\eta = (\omega^2/c^2 - k_x^2)^{1/2}$, $\text{Re } \eta \cdot \text{sign } y > 0$, $q =$

$=k_x \sin \psi_0 + \eta \cos \psi_0$, $\Omega_z(\mathbf{k})$ — фурье-образ завихренности $\Omega_z(\mathbf{r}) = (\text{rot } \mathbf{U})_z$. Эта формула получена в борновском приближении и применима, когда $M = |\mathbf{U}|/c \ll 1$, а характерные частоты собственных колебаний потока $\Omega \ll \omega$. Завихренность в дорожке Кармана имеет вид

$$(2) \quad \Omega_z(\mathbf{r}) = 2\pi\kappa \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\delta\left(x - \frac{l}{4} - nl - U_0 t\right) \delta\left(y - \frac{h}{2}\right) - \delta\left(x + \frac{l}{4} - nl - U_0 t\right) \delta\left(y + \frac{h}{2}\right) \right).$$

Используя соотношения $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(inz) = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(z - 2\pi m)$, нетрудно получить

$$(3) \quad \Omega_z(\mathbf{k}) = \frac{2i\kappa}{l} (2\pi)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{\frac{2\pi i m}{l} U_0 t} \sin\left(\frac{\pi m}{2} + \frac{k_y h}{2}\right) \delta\left(k_x - \frac{2\pi m}{l}\right).$$

Подставляя это выражение в (1), получим рассеянное звуковое поле

$$(4) \quad \frac{\rho_1}{\rho_0} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i) M \begin{cases} T_m \exp(i\Delta\omega_m t - ik_{mx}x - ik_{my}y) & \text{при } y > 0 \\ R_m \exp(i\Delta\omega_m t - ik_{mx}x + ik_{my}y) & \text{при } y < 0. \end{cases}$$

Здесь $M = \frac{2\pi\kappa}{lc}$, $k_{mx} = \frac{\omega}{c} \sin \psi_m = \frac{\omega}{c} \sin \psi_0 + \frac{2\pi m}{l}$, $k_{my} = \frac{\omega}{c} \cos \psi_m$, $\Delta\omega_m = 2\pi m U_0/l$, а коэффициенты T_m и R_m имеют вид:

$$(5) \quad T_m = \frac{\sin(2\psi_m - 2\psi_0) \sin\left(\frac{\pi m}{2} + \frac{\omega h}{2c} (\cos \psi_m - \cos \psi_0)\right)}{\cos \psi_m \left((2\pi m c / \omega l)^2 + (\cos \psi_m - \cos \psi_0)^2 \right)},$$

$$(6) \quad R_m = \frac{\sin(2\psi_m - 2\psi_0) \sin\left(-\frac{\pi m}{2} + \frac{\omega h}{2c} (\cos \psi_m + \cos \psi_0)\right)}{\cos \psi_m \left((2\pi m c / \omega l)^2 + (\cos \psi_m + \cos \psi_0)^2 \right)}.$$

Периодическая система вихрей представляет собой движущуюся со скоростью U_0 дифракционную решетку, на которой происходит рассеяние плоской звуковой волны. Таким образом, рассеянное поле является суммой преломленных и отраженных гармоник. Гармоники с большими m экспоненциально затухают при $|y| \rightarrow \infty$, и только конечное число гармоник, удовлетворяющих условию

$$(7) \quad |\sin \psi_m| = |\sin \psi_0 + ms| \leq 1,$$

где $s = 2\pi c / \omega l = \lambda / l$ (λ — длина волны звука), являются распространяющимися под углами ψ_m однородными плоскими волнами. В результате эффекта Доплера при рассеянии на движущейся решетке возникает сдвиг частоты дифрагированного звука: частота m -й гармоники отличается от частоты падающего звука на величину $\Delta\omega_m$.

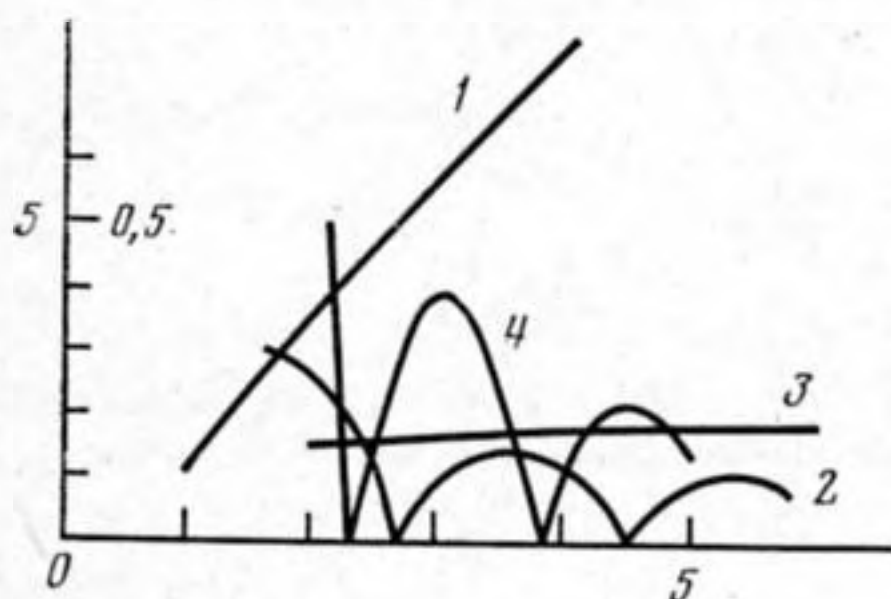
В частном случае нормального падения ($\psi_0 = 0$) гармоники распространяются под углами $\psi_m = \arcsin(ms)$, а коэффициенты преломления и отражения имеют вид (фиг. 2)

$$(8) \quad T_m = \frac{ms \sin\left(\frac{\alpha}{s} (\cos \psi_m - 1) + \frac{m\pi}{2}\right)}{\cos \psi_m - 1},$$

$$(9) \quad R_m = \frac{ms \sin(\alpha/s (\cos \psi_m + 1) - m\pi/2)}{\cos \psi_m + 1}$$

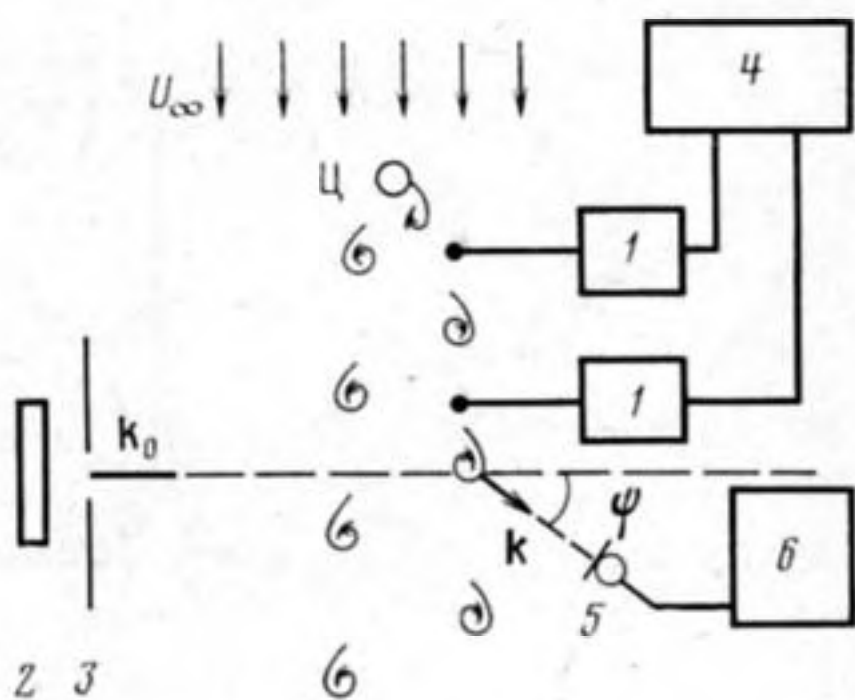
Здесь $\alpha = \pi h / l$ и для устойчивой дорожки Кармана: $\alpha = \text{arcsch } \sqrt{2} \approx 0,883$ [2].

С целью проверки применимости теоретических результатов, основанных на рассмотренной здесь сильно идеализированной модели вихревого следа, и для выяснения возможностей акустической диагностики по дифракции на периодической цепочке вихрей была проведена серия экс-



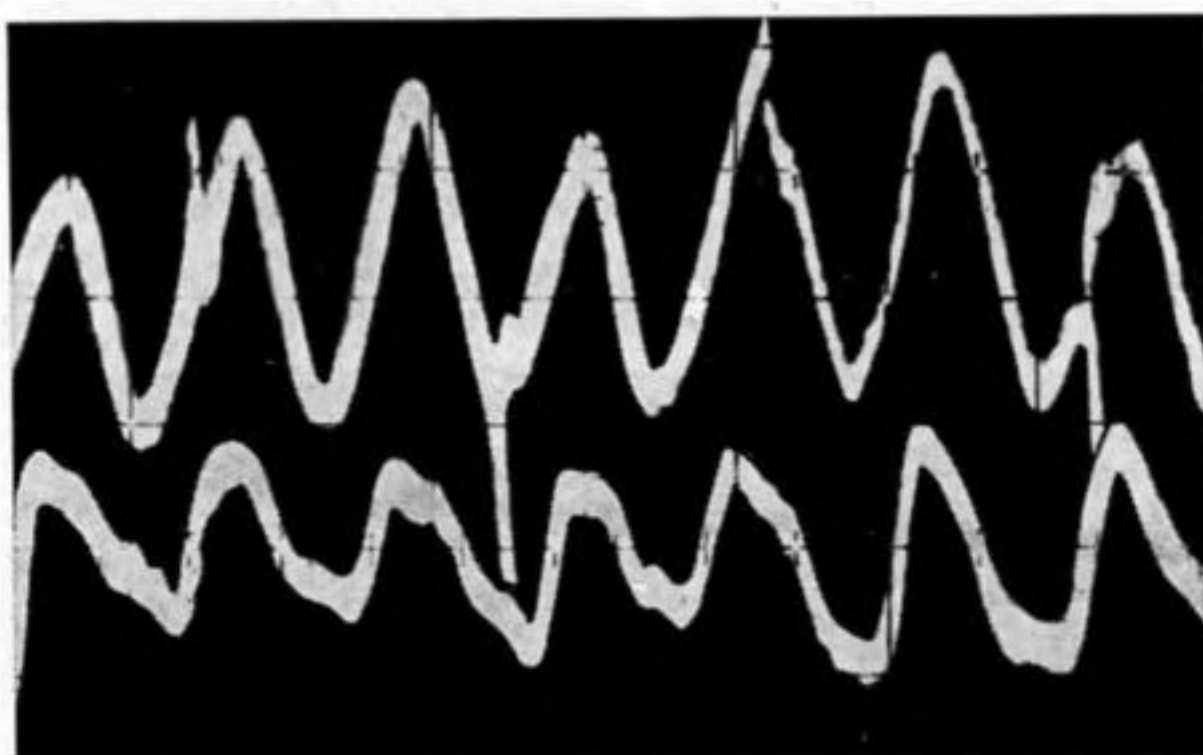
Фиг. 2

Фиг. 2. Коэффициенты отражения $|R_{1,2}|$ и преломления $|T_{1,2}|$ на гармониках с различными m для плоской звуковой волны нормально падающей на дорожку Кармана в зависимости от $S^{-1} = \omega l / 2\pi c$. Кривая 1 — $|T_1|$, 2 — $|R_1|$, 3 — $|T_2|$, 4 — $|R_2|$



Фиг. 3

Фиг. 3. Блок-схема эксперимента. Ц — цилиндр, 1 — термоанемометры, 2 — излучатель, 3 — диафрагма, 4 — двухлучевой осциллограф, 5 — микрофон, 6 — анализатор спектра



Фиг. 4. Осциллограммы колебаний скорости потока, регистрируемые двумя термоанемометрами, когда расстояние вдоль потока между нитями термоанемометров равно периоду вихревой цепочки — 0,6 см

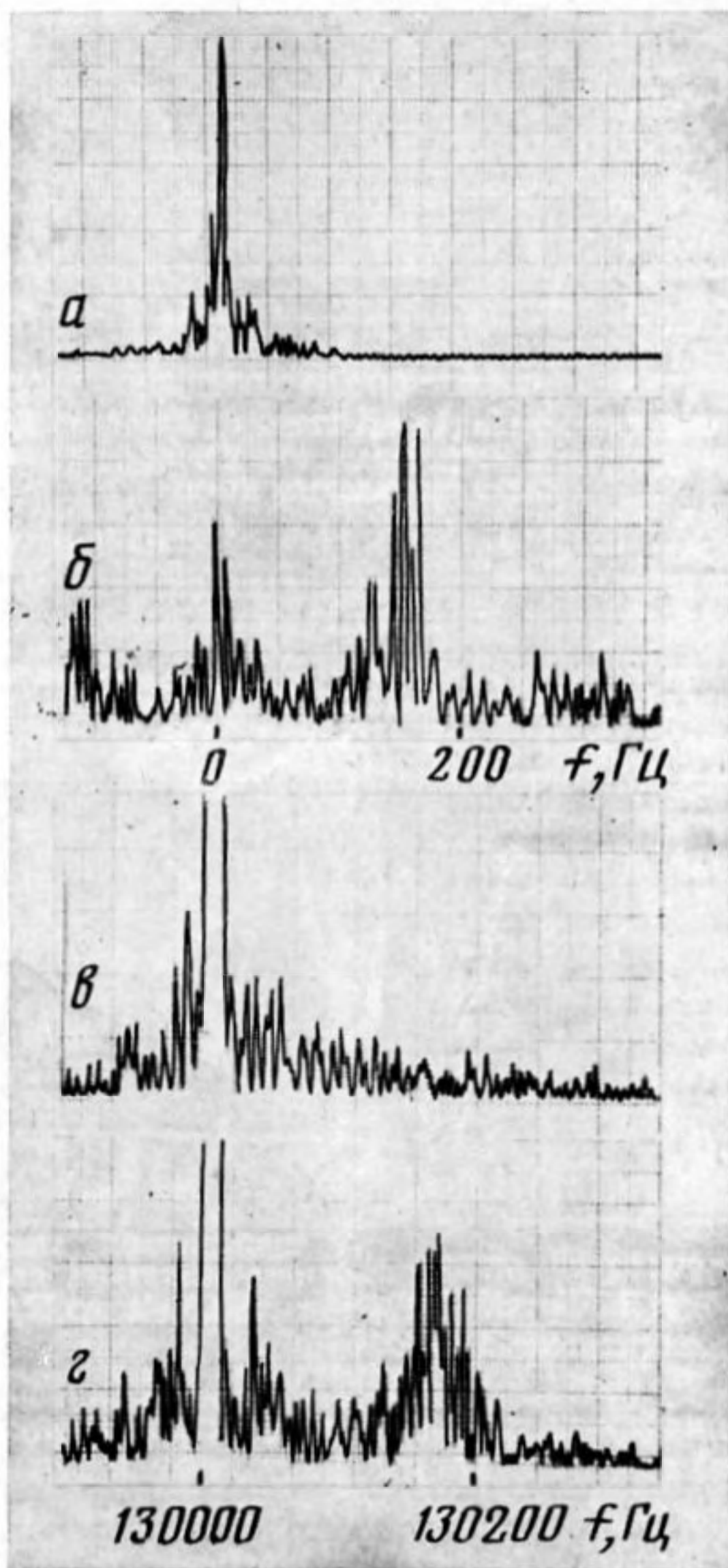
периментов по рассеянию ультразвука на следе за обтекаемым потоком цилиндром. Схема экспериментальной установки приведена на фиг. 3.

Цилиндр представлял собой закрепленную вертикально полированную стальную проволоку диаметром $d=0,15$ см. Были приняты меры к демпфированию возможных собственных колебаний цилиндра, чтобы исключить их влияние на рассеяние звука.

Набегающий поток представлял собой плоскую воздушную струю сечением 6×20 см, пропущенную через мелкоячеистую многослойную сетку с размером ячеек $\leq 0,03$ см. Цилиндр помещался на расстоянии 1 см от сетки. В этой области турбулентность в набегающем потоке составляла не более 6% от средней скорости $U_\infty = 160 \pm 15$ см/с. В то же время здесь были несущественны эффекты перемежаемости, связанные с колебаниями границ струи.

Средняя скорость потока измерялась трубкой Пито, соединенной с манометром, предназначенным для измерения малых скоростей, а пульсации скорости двумя термоанемометрами, помещенными вблизи следа так, чтобы они вносили минимальные возмущения в поток. Сигналы от термоанемометров подавались на двухлучевой осциллограф с запоминанием. В стороне от оси следа колебания скорости были близки к синусоидаль-

ным, а на оси — имели ярко выраженные гармоники, что находится в соответствии с известными ранее результатами [1]. При удалении термоанемометра вниз по потоку периодический сигнал уменьшался по амплитуде и исчезал на фоне шумов, когда нить термоанемометра находилась от цилиндра на расстоянии, превышающем $L=3$ см. Сравнивая фазы двух



Фиг. 5. *a* — Спектр колебаний скорости в набегающем потоке; *б* — спектр колебаний скорости за цилиндром; *в* — спектр звука, рассеянного на турбулентности набегающего потока; *г* — спектр звука, рассеянного на следе за цилиндром

периодических колебаний скорости в точках, где расположены термоанемометры, можно было определить расстояние между вихрями (фиг. 4).

Была измерена также среднеквадратичная величина колебаний скорости V относительно среднего потока на оси цилиндра. На основе теории дорожки Кармана [2] можно выразить эту величину через циркуляцию вихрей 2Γ . Действительно:

$$(10) \quad V^2 = 1/l \int_0^l (v_x^2 + v_y^2)_{y=0} dx - (1/l) \int_0^l v_x(y=0) dx)^2,$$

где v_x и v_y — компоненты скорости относительно набегающего на цилиндр потока. Используя выражение для комплексной скорости [2]

$$(11) \quad -v_x + iv_y = \frac{i\pi\kappa}{l} \left\{ \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{l} \left(x + iy - U_0 t - \frac{l}{4} - \frac{ih}{2} \right) \right) - \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{l} \left(x + iy - U_0 t + \frac{l}{4} + \frac{ih}{2} \right) \right) \right\},$$

нетрудно получить

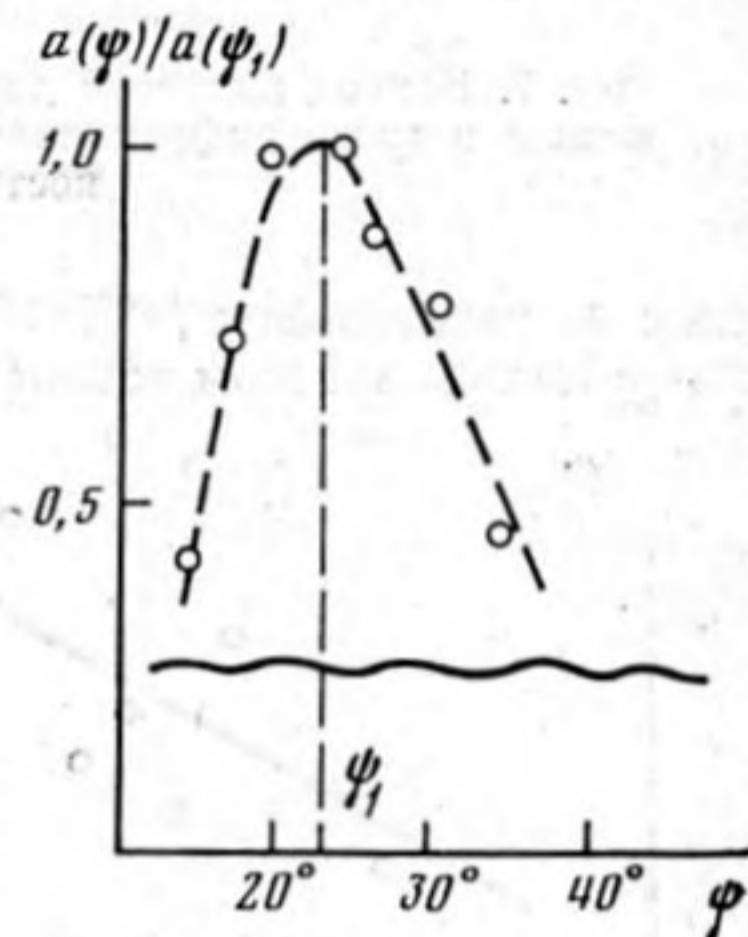
$$(12) \quad \nabla = \frac{2\pi\kappa}{l} (\sqrt{2}-1)^{1/2} \approx 0,64 \frac{2\pi\kappa}{l}.$$

Результаты измерений параметров следа с помощью термоанемометров приведены в таблице. Для сравнения здесь же приведены данные полуэмпирической теории и известных в литературе экспериментов для $Re \sim 1,6 \cdot 10^2$, взятые из обзора [1].

Звуковое поле с частотой $f = 100 \div 200$ кГц создавалось плоским излучателем, помещенным за экраном с круглым отверстием радиуса $r_0 = 0,6$ см. Положение излучателя с экраном выбиралось таким образом, чтобы след за цилиндром находился во френгоферовой зоне (на расстоянии $R = 10r_0^2/\lambda$) и в пределах одного лепестка диаграммы направленности излучателя. При таких условиях звуковая волна, падающая на след, близка к плоской. Измерение падающего и рассеянного звука проводилось с помощью микрофона размером 0,5 см, сигнал от которого подавался на спектр-анализатор.

Рассеянные волны имели квазидискретный спектр с хорошо выраженным спектральным максимумом (фиг. 5, г), сдвинутым относительно частоты падающего звука на величину $\Delta f_1 = f_0$. Найденная таким образом частота срыва вихрей f_0 удовлетворительно совпадает с результатом прямых измерений (см. таблицу).

Угловая диаграмма направленности (фиг. 6) амплитуды гармоники $m=1$ измерялась микрофоном, расположенным достаточно далеко от следа.



Фиг. 6. Диаграмма направленности рассеянного звука ($f = 160$ кГц). Волнистой линией обозначен уровень шумов

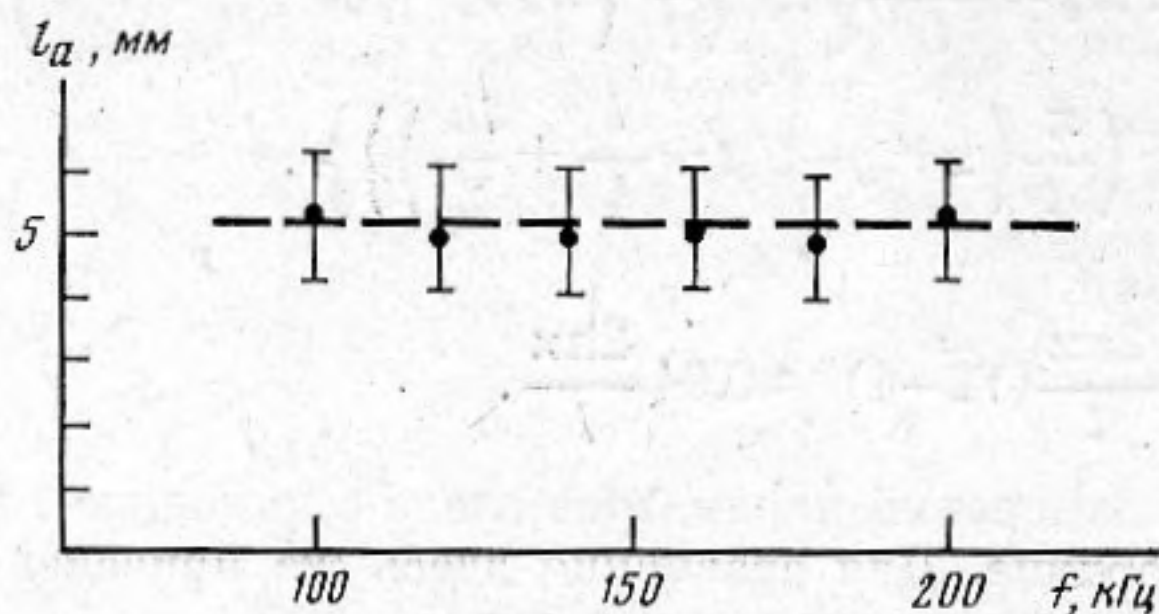
Результаты прямых и косвенных измерений параметров следа

	f_0 , Гц	$St = \frac{df_0}{U_\infty}$	l , см	l/d	Γ	$\frac{2\pi\kappa}{l}$, см/с
Полуэмпирическая теория и известные эксперименты I	190 ± 30	$0,18 \pm 0,02$	$0,65 \pm 0,15$	$4,5 \pm 1,0$	$0,4 \pm 0,05$	64 ± 10
Прямые измерения с помощью термоанемометров	165 ± 10	$0,16 \pm 0,02$	$0,55 \pm 0,05$	$3,7 \pm 0,4$	$0,43 \pm 0,1$	69 ± 15
Расчет по данным измерения рассеянного звука	175 ± 15	$0,17 \pm 0,03$	$0,52 \pm 0,05$	$3,5 \pm 0,3$	$0,33 \pm 0,1$	53 ± 15

Она имела ярко выраженный максимум при $\psi = \psi_1$, свидетельствующий о наличии пространственной периодичности в следе. На фиг. 7 приведена зависимость от частоты величины $l_a = c/f \sin \psi_1$. Найденное по этим данным среднее значение $l = \langle l_a \rangle$ удовлетворительно совпадает с пространственным

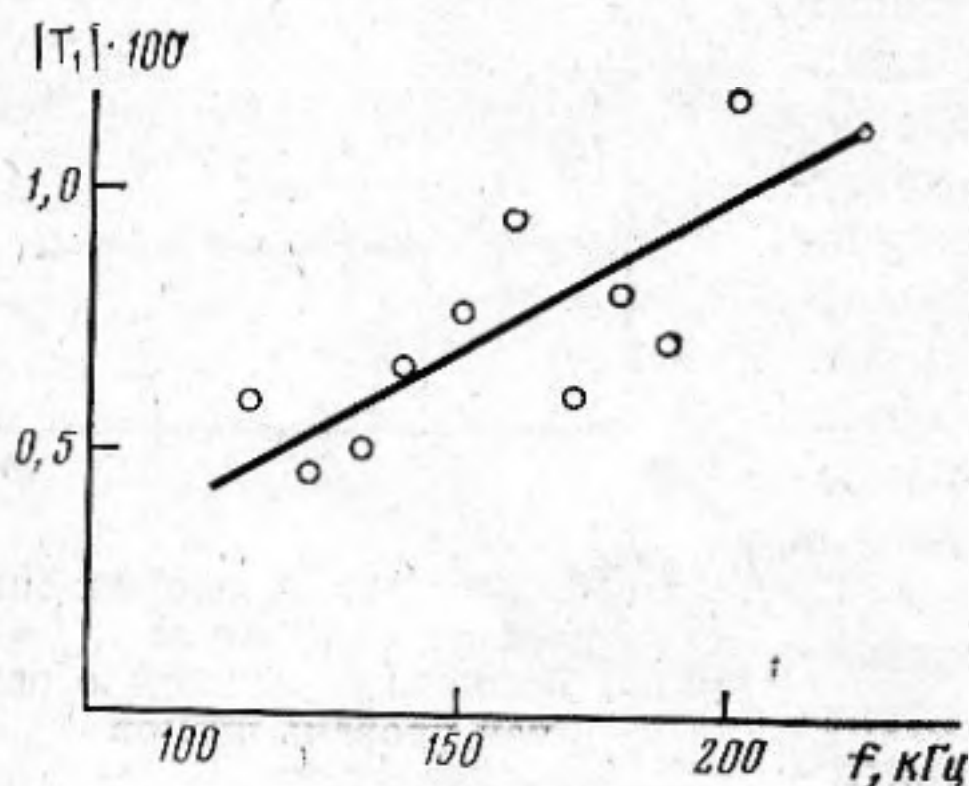
периодом следа (см. таблицу), что подтверждает наличие дифракции звука на движущейся периодической вихревой структуре.

Интенсивность рассеянной гармоники $m=1$ измерялась в точке, сравнительно близкой к следу. Рассеянное поле мало отличается от плоской



Фиг. 7. Период вихревой дорожки $l_a = c / f \sin \psi_1$, определяемой по положению первого дифракционного максимума ψ_1 диаграммы направленности рассеянного звука

волны на расстояниях $l \ll R \ll L$. Такое соотношение могло быть выполнено лишь с малым запасом точности, так как число вихрей в следе было сравнительно невелико. Поэтому экспериментальные значения отношения



Фиг. 8. Коэффициент преломления T_1 . Теоретическая кривая вычислена для параметров $l=0,55$ см, $M=0,156$

амплитуды гармоники $m=1$ к амплитуде падающей волны (коэффициента преломления T_1) в зависимости от частоты падающего звука сравнительно плохо (с коэффициентом корреляции $r=0,74$) группируются около теоретической кривой, соответствующей минимальному среднеквадратичному отклонению экспериментальных точек (фиг. 8). Величина $M=0,156$, для которой вычислена эта кривая, позволяет найти значение безразмерной циркуляции $\Gamma = 2\pi k / U_\infty l$ (таблица).

Отраженная гармоника $m=1$ и преломленная гармоника $m=2$ были на уровне шумов, что говорит о малости коэффициентов $|R_1|$ и $|T_2|$. Это также согласуется с теоретическими результатами (см. фиг. 2).

Заключение

Бесконечная двойная цепочка точечных вихрей является сильно идеализированной моделью вихревого следа. Отличие модели дорожки Кармана от реального течения привело к некоторому расхождению теоретических и экспериментальных результатов.

В частности, в наших экспериментах след имел конечную длину и содержал сравнительно небольшое число вихрей $N=2L/l \leq 10$. Поэтому рассеянное звуковое поле на частоте $f+\Delta f_1$ представляло собой не плоскую волну, распространяющуюся под углом ψ_1 , а имело сравнительно широкую диаграмму направленности с максимумом при $\psi=\psi_1$.

Расхождение теоретических и экспериментальных значений коэффициента преломления $|T_1|$, возможно, определяется не только отличием рассеянного поля от плоской волны, но также и отличием реальных вихрей от модели однородных и прямолинейных вихревых нитей. Кроме того, существенным фактором, ограничивающим точность измерений на уровне шумов, являлась турбулентность в набегающем потоке.

Следует, однако, отметить, что дифракция на движущейся периодической структуре является достаточно грубым эффектом, слабо зависящим от перечисленных дефектов периодичности и других возмущений. Поэтому, несмотря на сравнительно грубую аппроксимацию течения, экспериментальные результаты вполне удовлетворительно согласуются с теоретическими. Это подтверждает возможность определять некоторые параметры вихревого течения по измерениям рассеянного звука, не проводя прямых измерений непосредственно в потоке [5, 6].

Авторы выражают благодарность А. С. Пиковскому, В. П. Реутову и В. И. Таланову за обсуждение экспериментальной методики и полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chen J. N.* 60 Jahre forschung über die Karmanschen wibelstrassen — Ein Rückhlick Schweizerische Bauzeitung, 1978, v. 21, № 44, p. 1079—1096.
2. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. 1—2. М.: Физматгиз, 1963.
3. *Блохинцев Д. И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.—Л.: ГИТТЛ, 1946.
4. *Вольмир А. С.* Оболочки в потоке жидкости и газа. Задача гидроупругости. М.: Наука, 1979.
5. *Громов П. Р., Езерский А. Б., Фабрикант А. Л.* Рассеяние звука вихревыми течениями. Горький: Препринт ИПФ АН СССР, 1981.
6. *Ferziger J. H.* Low-frequency acoustic scattering from a trailing vortex.— J. Acoustic Soc. Amer., 1974, v. 56, № 6, p. 1705—1707.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3.VIII.1981г.