АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 1

УДК 534.231.1–14

АКУСТООПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В СЛОЕ НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

Гуськов Н. К., Кожевников Е. Н.

Показано, что при нормальном падении ультразвукового пучка на слой нематического жидкого кристалла акустическое поле вызывает поворот молекул кристалла и просветление слоя в пределах ультразвукового пучка. Результаты расчета сравниваются с экспериментом.

Экспериментальное и теоретическое исследование воздействия ультразвука на слой упорядоченного нематического жидкого кристалла указывает на возможность использования жидких кристаллов для непосредственного преобразования акустической информации в оптическую [1]. Эта возможность связана с изменением направления ориентации молекул в звуковом поле или разрушением упорядоченной структуры в мощных звуковых полях, что приводит к изменению поляризации проходящего через слой света в первом случае и сильному его рассеянию во втором. Акустооптический эффект в нормально ориентированном слое нематического жидкого кристалла рассматривался теоретически в работах [2–8]. В работах [2–4] показано, что при однородном периодическом сжатии слоя ориентация молекул остается неизменной вплоть до амплитуд сжатия $5\cdot10^{-3}$. В работе [5] предполагается, что за поворот молекул ответственны моменты, обусловленные анизотропией поглощения звука: молекулы стремятся развернуться так, чтобы уменьшить потери в звуковой волне. Теоретически этот эффект возможен, однако он на 2–3 порядка меньше наблюдаемого в эксперименте. В работе [6] предполагается, что при нормальном падении на слой жидкого кристалла ультразвукового пучка поворот молекул обусловлен радиационными потоками; в действительности радиационные потоки могут возникнуть лишь вблизи границ пучка и привести к малому по сравнению с наблюдаемым эффекту. Радиационные потоки существенны при фокусировке ультразвукового пучка, падающего под углом на слой жидкого кристалла [7]. В работе [8] предложен механизм просветления слоя жидкого кристалла со свободными концами, в котором взаимодействие продольных колебаний, возникающих вследствие движения свободных концов слоя при его сжатии, и поперечных колебаний приводит к установлению стационарных потоков жидкости и как следствие повороту молекул кристалла. Соответствующая теория просветления [9] удовлетворительно согласуется с данными эксперимента.

В работе [10] предложен механизм акустооптического эффекта при нормальном падении ультразвукового пучка ограниченной ширины на слой нематического жидкого кристалла. Сжатие жидкости в слое ограничено областью падения пучка. Градиенты сжатия вблизи границ пучка приводят к продольным колебаниям частиц жидкости — в слое возникают продольные волны, распространяющиеся как внутрь области слоя, облучаемой ультразвуком, так и наружу. Если интенсивность ультразвука неоднородна по сечению пучка, продольные волны возникают и внутри облучаемой ультразвуком области. Средние по времени силы, пропорциональные произведению скорости продольных колебаний и сжатия, вызывают стационарное течение жидкости, градиенты скорости сжатия которого по толщине слоя приводят к повороту молекул кристалла. Слой жидкого кристалла, помещенный между скрещенными поляроидами, непрозрачен в отсутствие звуковой волны, поворот молекул при действии ультразвука приводит к просветлению слоя. Расчет прозрачности в работе [10] проведен

для двухмерной картины эффекта, когда течение жидкости и поворот молекул происходят в одной плоскости; такая картина соответствует сечению ультразвукового пучка в виде вытянутой полоски постоянной ширины.

В данной работе рассматривается акустооптический эффект при сжатии слоя нематического жидкого кристалла в круге радиуса R. Такое сжатие возникает при нормальном падении на слой ультразвукового пучка радиуса R либо при падении ультразвуковой волны на слой радиуса R, запрессованный между прозрачной пластиной и тонкой пластинкой или упругой пленкой. Механизм эффекта в этом случае аналогичен описанному выше, причем источником продольных волн в слое в первом случае служит неоднородность сжатия вблизи границ ультразвукового пучка, а во втором — неоднородность сжатия слоя вследствие изгиба тонкой пластинки или пленки на краях. Круговое сжатие должно приводить к фокусировке продольных волн в центральной части слоя и как следствие к максимальному просветлению в центре и повышению чувствительности слоя.

Расчет прозрачности проведем для слоя нормально ориентированного нематического жидкого кристалла толщины h и бесконечной ширины. Это соответствует падению на слой жидкого кристалла ультразвукового пучка, радиус R которого меньше размеров слоя настолько, что отраженные от концов слоя продольные волны затухают и их можно не учитывать при определении волнового поля в слое. В цилиндрической системе координат (r, θ, z), где ось z направлена по оси ультразвукового пучка, а границы слоя имеют координаты $z=\pm h/2$, сжатие слоя зададим движением его границ в виде

$$v_r|_{z=\pm h/2}=0,$$
$$v_z|_{z=-h/2}=0, \quad v_z|_{z=h/2}=v_0\Phi(r)\cos\omega t, \tag{1}$$

где v_0 — амплитуда скорости движения верхней границы слоя, ω — частота ультразвука, функция $\Phi(r)$ описывает распределение амплитуды колебаний границы слоя и, следовательно, распределение интенсивности ультразвукового пучка по его сечению. Для расчета выберем однородное сжатие в пределах ультразвукового пучка

$$\Phi(r)=\begin{cases}1 & r\leqslant R\\ 0 & r>R.\end{cases}$$

При описании эффекта ограничимся рассмотрением частот ультразвука ω, при которых длина звуковой волны в нематическом кристалле много больше, а длина вязкой волны много меньше полутолщины слоя, считая выполняющимися неравенства

$$kh/2\ll 1, \quad qh/2\gg 1, \tag{2}$$

где $k=\omega/c$, $q=\sqrt{\rho\omega/2\eta}$ — волновые числа в звуковой и вязкой волнах, ρ и c — плотность и скорость звука в нематическом кристалле, η — динамическая сдвиговая вязкость.

Рассмотрим лишь малые углы поворота молекул $\varphi<1$ в звуковом поле, это позволяет проводить линеаризацию уравнений по углу поворота молекул кристалла.

Из условий (2) следует неравенство $\eta\omega/\rho c^2\ll k/q^2h\ll 1$; поэтому при описании продольных волн вязкие напряжения отбрасываем по сравнению с упругими. Вязкие эффекты учитываются лишь при расчете параметров вязких волн, распространяющихся от границы слоя вдоль оси z. Пусть амплитуды сжатия в слое значительно меньше величины $5\cdot 10^{-3}$, при которой взаимодействие поля скоростей и директора приводит к пороговым эффектам [4], тогда нематический кристалл можно рассматривать как изотропную жидкость с динамической сдвиговой вязкостью, соответствующей указанным вязким волнам $\eta=\eta_2+\alpha_2/2(1-\gamma_2/\gamma_1)$, где $\eta_2={}^1/_2(-\alpha_2+\alpha_4+\alpha_5)$, $\gamma=\alpha_3-\alpha_2$, $\gamma_2=\alpha_3+\alpha_2$, α_i — коэффициенты вязкости Лесли [11].

Расчет эффекта проведем методом возмущений. Решая линейное гидродинамическое уравнение для скорости $\mathbf{v}(v_r, 0, v_z)$: $\rho\frac{\partial^2\mathbf{v}}{\partial t^2}+\eta\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}-$ $-\rho c^2\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}=0$ с граничными условиями (1), получим приближенное выражение для v_r при $k^{-1}<r>R$ в виде суммы двух продольных волн, распространяющихся к центру и от центра пучка, а для v_z в виде однородного сжатия при $r<R$:

$$v_r\simeq\mathrm{Re}\left\{\frac{v_0}{kh}\sqrt{\frac{R}{r}}\cdot e^{-i\omega t}\times[e^{(1+i)q(z-h/2)}+e^{-(1+i)q(z+h/2)}-1]\times\right.$$

$$\left.\times[ie^{(ik-\delta)(R-r)}-e^{(ik-\delta)(R+r)}]\right\},\quad v_z=\frac{v_0}{2}\left(1+\frac{2z}{h}\right)\cos\omega t,$$

где $\delta=k/2qh$ — коэффициент затухания продольных волн в слое.

При $r>R$ радиальная скорость v_2 определяется продольными волнами, распространяющимися от границы ультразвукового пучка, а $v_z=0$. Решение для v_r при $r<k^{-1}$, где мало радиальное движение жидкости и мал вызванный этим движением оптический эффект, не рассматриваем, ограничиваясь далее при описании эффекта областью значений $r>k^{-1}$.

С учетом первого из условий (2) в виде $1/r<(\partial/\partial r)\sim k\ll\partial/\partial z\sim\pi/h$ можно получить, следуя работе [12], уравнение для радиальной скорости стационарного течения v_{r2} в виде

$$\frac{\partial^3 v_{r2}}{\partial z^3}=\frac{\rho}{\eta}\left[\frac{\partial^2}{\partial z\partial r}\langle v_r^2\rangle+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\langle v_r v_z\rangle\right],\tag{3}$$

где скобки $\langle\ \rangle$ означают усреднение по времени.

При тех же соотношениях уравнение для угла поворота молекул φ_2 [11] принимает вид

$$K_3\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial z^2}\simeq\alpha_2\frac{\partial v_{r2}}{\partial z},\tag{4}$$

где K_3 — упругая постоянная Франка.

Решая систему уравнений (3)—(4) при условиях прилипания жидкости и постоянства ориентации молекул на границах слоя: $v_{r2}|_{z=\pm h/2}=0$, $\varphi_2|_{z=\pm h/2}=0$, а также условии замкнутости течения в виде $\int\limits_{-h/2}^{h/2}v_{r2}dz=0$, найдем угол φ_2, необходимый при определении оптического эффекта:

$$\varphi_2=\frac{v_0^2\rho\alpha_2}{\eta_2K_3kqh}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{2z^3}{h^2}+\frac{z^2}{h}-\frac{z}{2}-\frac{h}{4}\right)F_1(r)+\right.$$

$$\left.+\frac{3}{q}\left(\frac{z^3}{h^3}-\frac{z}{4h}\right)F_2(r)\right\},$$

где функции F_1 и F_2 описывают распределение угла поворота молекул по радиусу:

$$F_1=\sqrt{\frac{R}{r}}\{e^{-\delta(R-r)}[\cos(k(R-r))+\sin(k(R-r))]+$$

$$+e^{-\delta(R+r)}[\cos(k(R+r))+\sin(k(R+r))]\}\Phi(r),$$

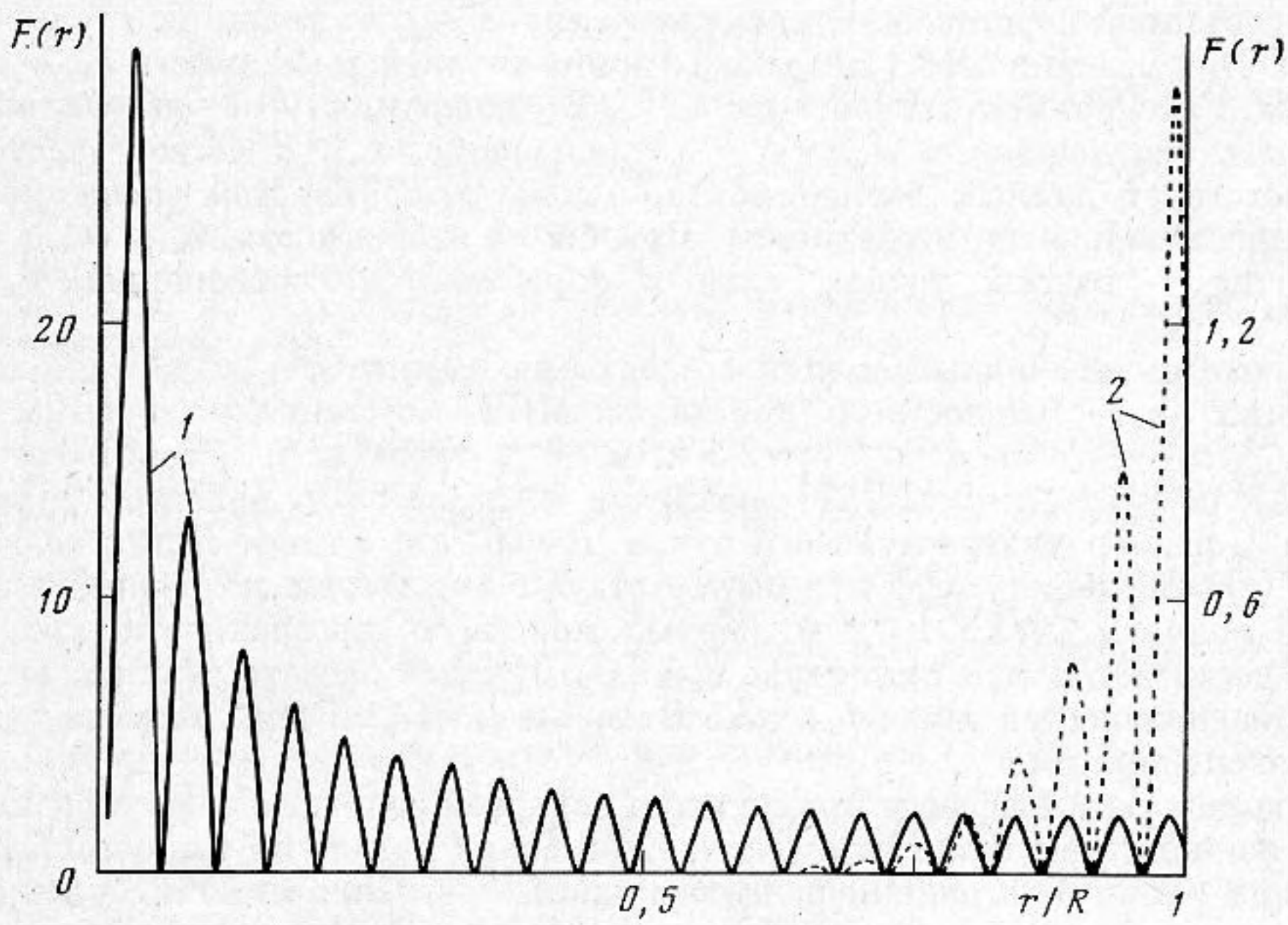
$$F_2=\frac{R}{r}e^{-\delta R}\cos 2kr\Phi(r).$$

Просветление слоя при повороте молекул характеризуют прозрачностью m, под которой понимают отношение светового потока, прошедшего

через второй поляроид к световому потоку, падающему на слой после первого поляроида. При плавно меняющемся на длине световой волны угле поворота молекул для определения прозрачности можно воспользоваться известной формулой [13], в которой выражение $h\varphi_2^2$ заменено на $\int\limits_{-h/2}^{h/2} \varphi_2^2 dz$:

$$m=\sin^2\left\{\frac{\Delta n}{2} k_0 \int\limits_{-h/2}^{h/2} \varphi_2^2 dz\right\} \cdot \sin^2 2\theta,$$

где $\Delta n=n_\parallel-n_\perp$, $n_\parallel$ и $n_\perp$ — показатели преломления света вдоль и перпендикулярно оптической оси кристалла, k_0 — волновое число света в вакууме, θ — угол между плоскостью поворота молекул и ориентацией одного из поляроидов.



Распределение прозрачности слоя: *1* — соответствует значениям $h=10^{-4}$ м, $\omega=10^7$ с$^{-1}$, *2* — значениям $h=10^{-5}$ м, $\omega=10^7$ с$^{-1}$

Интегрируя φ_2^2 по z, получим следующее выражение для прозрачности:

$$m=\sin^2\{B\cdot F(r)\}\cdot\sin^2 2\theta, \text{ где } B=\frac{\Delta n}{840}\frac{k_0\alpha_2^2 v_0^4\rho^2 h}{K_3^2\eta_2^2 k^2 q^2}.$$

Функция $F(r)=F_1^2(r)+\frac{3}{2qh}F_1(r)F_2(r)+\frac{9}{2(qh)^2}F_2^2(r)$ описывает распределение прозрачности по ширине слоя жидкого кристалла.

При $r>R$ функция $F(r)\equiv 0$, область просветления слоя ограничена размерами ультразвукового пучка. На слое должна наблюдаться система чередующихся светлых и темных круговых полос, расстояние между центрами светлых полос порядка длины звуковой волны. График функции $F(r)$, описывающей зависимость прозрачности от радиуса r для двух случаев, приведен на фигуре. В слое большой толщины, когда $\delta R=kR/2qh<1$, продольные волны слабо затухают при распространении вдоль слоя и фокусируются в центре, где наблюдается максимальный оптический эффект. В слое малой толщины, когда $\delta R>1$, затухание продольных волн приводит к ослаблению эффекта в центре. При большом поглощении эффект «прижимается» к границе ультразвукового пучка. При постоянной интенсивности ультразвука по сечению пучка должны наблюдаться тем-

ные области, соответствующие углам $\theta=\pi p/2$ ($p=0$, 1, 2, 3). Указанная картина просветления может искажаться в эксперименте из-за неоднородности поля внутри пучка.

В экспериментальных исследованиях слой жидкого кристалла помещают в воду. В этом случае при близких плотностях и скоростях звука в кристалле и в воде можно представить амплитуду колебательной скорости V_0 в падающем на слой ультразвуковом пучке через амплитуду v_0 скорости движения пластин в виде $V_0=v_0/2kh$. Параметр B в выражении для прозрачности примет вид $B=\frac{4}{105}\frac{\Delta n k_0 \eta \alpha_2^2 \omega h^5}{K_3^2 \eta_2^2 c^4} J^2$, где $J=\rho c V_0^2$ — интенсивность падающего на слой ультразвука. Предсказываемая теорией зависимость прозрачности от интенсивности ультразвука по закону $m\simeq \simeq\sin^2(\mathrm{const}\cdot J^2)$, а при малых интенсивностях по закону $m\sim J^4$ согласуется с данными эксперимента [8, 14]. Принимая в качестве условного порога наблюдения эффекта значение $m=10^{-2}\sin^2 2\theta$, определим зависимость соответствующей пороговой интенсивности звука $J_{\text{пор}}$ от толщины слоя и частоты. При условии $\delta R<1$ предсказываемая теорией зависимость $J_{\text{пор}}\sim h^{-2,5}$ близка к экспериментальной $J_{\text{пор}}\sim h^2$ [1, 3], зависимость от частоты определяется соотношением $J_{\text{пор}}\sim\omega^{-0,5}$. Уменьшение $J_{\text{пор}}$ с ростом частоты соответствует данным эксперимента, однако степень этой зависимости экспериментально не исследована. При $\delta R>1$ зависимость $J_{\text{пор}}$ от ω и h различна в разных точках слоя и определяется соотношением $J_{\text{пор}}\sim \sim\omega^{-0,5}h^{-2,5}e^{-\delta(R-r)}$.

Проведем численные оценки эффекта на частоте $\omega=10^7$ с$^{-1}$ для слоя толщины $h=10^{-4}$ м жидкого кристалла МББА с данными: $\eta_2=10,3$ кг·м$^{-1}$ с$^{-1}$, $\alpha_2=-7,8$ кг·м$^{-1}$ с$^{-1}$, $\eta=2,5$ кг·м$^{-1}$ с$^{-1}$, $\rho=10^3$ кг·м$^{-3}$, $c=1500$ м·с$^{-1}$, $K_3=0,7\cdot10^{-11}$ н, $\Delta n=0,12$ [11]; волновое число света k_0 полагаем равным 10^7 м$^{-1}$, размер ультразвукового пучка $R=10^{-2}$ м, $\theta=\pi/4$. При $r=0,04\cdot R$, где $F(r)\simeq30$, порогу эффекта соответствуют амплитуды колебаний в звуковой волне $u_{\text{пор}}=1,5\ 10^{-10}$ м, первый максимум прозрачности при тех же r достигается при амплитуде $u_1=3,0\ 10^{-10}$ м. Соответствующие значения интенсивностей звука $J_{\text{пор}}=3,5$ Вт·м$^{-2}$ и $J_1=13,5$ Вт·м$^{-2}$ близки к данным эксперимента.

Оценим теперь эффект при падении звуковой волны на запрессованный слой жидкого кристалла радиуса R. Если волна падает на тонкую пластину (или пленку), ограничивающую жидкий кристалл, пластина смещается по нормали как единое целое всюду, кроме непосредственной близости от краев слоя. Неоднородность сжатия жидкости в слое вблизи краев, обусловленная изгибом пластины, служит источником продольных волн и приводит к появлению стационарных потоков и как следствие просветлению слоя. Оценим амплитуды скорости в продольных волнах при движении пластины в центре по закону $v_0\cos\omega t$. Ограничиваясь толщинами пластины H, меньшими длины звуковой волны в ней, запишем уравнение для перемещения пластины ξ с учетом ее инерции в виде [14] $d\left[\left(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r}\right)\frac{d}{dr}\right]^2\xi+\rho_n H\omega^2\xi=P$, где P — внешнее давление, $d=EH^3/12(1-\nu^2)$ — изгибная жесткость пластины, ρ_n, E, ν — плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона пластины. Вдали от краев слоя, где изгибные напряжения меньше инерционных $d\left[\left(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r}\right)\frac{d}{dr}\right]^2\xi<\rho_n H\omega^2\xi$, пластина движется как единое целое по закону $\xi=v_0\cos\omega t$. Вблизи краев, где преобладают изгибные напряжения $d\left[\left(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r}\right)\frac{d}{dr}\right]^2\xi>\rho_n H\omega^2\xi$, пластина изгибается. Из равенства $\rho_n H\omega^2\xi=d\left[\left(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r}\right)\frac{d}{dr}\right]^2\xi\simeq\frac{d}{b^4}\xi$ оценим ширину области изгиба пластины и неоднородного сжатия слоя $b\simeq[d/\rho_n H\omega^2]^{1/4}$.

Если $kb<1$, амплитуды скорости продольных колебаний частиц жидкости в слое можно оценить выражением $v_r|_{r=R-b} \approx v_0 \frac{b}{h}$.

В этом случае при $r<R-b$ должна наблюдаться та же картина просветления слоя нематического жидкого кристалла, что и при падении ультразвукового пучка на слой неограниченной ширины; для оценок прозрачности можно по-прежнему пользоваться формулой (5), в которой коэффициент B заменен на $B(2kb)^2$ и радиус R – на $R-b$. Зависимость $J_{пор}$ от частоты оказывается более сильной, чем в предыдущем случае $J_{пор} \sim \omega^{-1}$, зависимость $J_{пор}$ от h остается прежней.

Для реальных значений параметров $H=10^{-4}$ м, $E=10^{11}$ кг·м$^{-1}$ с$^{-2}$, $\rho_n=2{,}5\cdot 10^3$ кг·м$^{-3}$, $\nu=0{,}3$ на частоте $\omega=10^7$ с$^{-1}$ получим: $b\simeq 10^{-4}$ м ($kb<1$); $v_{r|r=R-b}\simeq v_0$ амплитуды колебаний в звуковой волне $u_{пор}$, u_1 и интенсивности звука $J_{пор}$ и J_1 близки к полученным выше для ультразвукового пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Капустина О. А.* Акустооптические свойства жидких кристаллов и их применение. М.: Акуст. ин-т АН СССР, 1979.
2. *Helfrich W.* Orienting Action of Sound on Nematic Liquid Crystals.– Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, N 11, p. 1583–1586.
3. *Nagai S., Iizuka K.* Ultrasonic imaging utilizing a Nematic Liquid Crystals.– Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1978, v. 45, p. 83–101.
4. *Чабан И. А.* Акустогидродинамическая неустойчивость нематических жидких кристаллов.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 1, с. 124–134.
5. *Dion J. L., Jacob A. D.* A new hypothesis on ultrasonic interection with a nematic liquid crystal.– Appl. Phys. Lett., 1977, v. 31, N 8, p. 490–493.
6. *Nagai S., Peters A., Candau S.* Acousto-optic Effect in a Nematic Liquid Crystal.– Rev. de Phys. Appl., 1977, v. 12, p. 12–30.
7. *Letcher S., Leburn J., Candau S.* Acousto-optic effect in nematic liquid crystals.– JASA, 1978, v. 61, N 1, p. 55–58.
8. *Sripaipan C., Hayes C. F., Fang G. T.* Ultrasonically-induced optical effect in a nematic liquid crystal.– Phys. Rev., 1977, v. A15, N 3, p. 1297–1303.
9. *Кожевников Е. Н.* Просветление слоя нематического жидкого кристалла со свободными концами в звуковом поле.– Акуст. ж., 1981, т. 27, № 4, с. 533–538.
10. *Кожевников Е. Н.* Акустооптический эффект в нормально-ориентированном слое нематического жидкого кристалла при падении на него ультразвукового пучка.– ЖЭТФ, 1982, т. 82, № 1, с. 161–166.
11. *Stephen M. J., Straley J. P.* Physics of Liquid Crystals.– Rev. Mod. Phys., 1974, v. 46, N 4, p. 617–705.
12. Физическая акустика/Под редакцией Мэзона У., ПБ, гл. 5 М.: Мир, 1969.
13. *Борн М., Вольф М.* Основы оптики. М.: Наука, 1970.
14. *Brüchmüller H.* Die Flüssigkristalle als akusto-optisher Wandler.– Acustica, 1978, v. 40, N 3, p. 155–166.
15. *Федосеев В. И.* Сопротивление материалов. Гл. 10, М.: Наука, 1979.

Куйбышевский государственный университет

Поступила в редакцию 17.XII.1981