АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 2

УДК 532.529

ВОЛНОВАЯ МОДЕЛЬ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЫ

Бескаравайный Н. М., Ковалев В. Г., Поздеев В. А.

Получено линейное интегро-дифференциальное уравнение, описывающее динамику двухкомпонентной смеси. При выводе уравнения смесь рассматривается как эквивалентная сплошная среда, для которой на основе линеаризованного уравнения Релея с учетом поверхностных и вязкостных эффектов найдено динамическое уравнение состояния. Последнее относится к классу функционалов и отражает релаксационные свойства среды.

Описание динамики двухкомпонентной газожидкостной смеси представляет интерес для ряда областей современной техники, таких как электрогидроимпульсная и взрывная обработка деталей, транспортирование жидкости по трубопроводам, ракетостроение, исследование Мирового океана. Многочисленные экспериментальные исследования показали, что присутствие в жидкости даже небольшого количества газовых пузырьков существенно изменяет условия распространения возмущений, вызывая заметные дисперсионные, диссипативные и нелинейные эффекты [1—10].

Несмотря на значительный интерес к динамике двухкомпонентных сред, их математические модели в настоящее время далеки от завершения, они носят весьма приближенный характер или же сводятся к громоздким системам уравнений.

Цель настоящей работы состоит в развитии нового подхода, предложенного в работах [11, 12] и приводящего к описанию динамики указанной смеси линейным интегро-дифференциальным уравнением особого типа.

Следуя работе [10], введем эффективную плотность среды

$$\frac{\rho}{\rho_0}=\left\{(1-\varepsilon)\left[\left(\frac{P-P_0}{A}+1\right)^{-1/n}\right]+\varepsilon\left(\frac{R}{R_0}\right)^3\right\}^{-1}, \qquad (1)$$

где ε начальная объемная концентрация газа, R — радиус пузырька, P — давление в среде.

В соответствии с принятой моделью полагаем, что плотность жидкой компоненты изменяется мгновенно и динамика средней (эффективной) плотности полностью определяется динамикой пузырька.

Из энергетических соображений нетрудно получить уравнение пульсации пузырька

$$(1-KR)R\ddot{R}+\left(\frac{3}{2}-KR\right)\dot{R}^2-\frac{B}{\rho_0}R^{-3\gamma}=-\frac{1}{\rho_0}\left(P+4\mu\frac{\dot{R}}{R}+\frac{2\sigma}{R}\right), \qquad (2)$$

где $B=P_0R_0^{3\gamma}$, $K=\varepsilon^{1/3}/R_0$, μ — коэффициент кинематической вязкости жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Это уравнение замыкает систему соотношений, определяющих состояние эквивалентной сплошной среды. Отметим, что (2) формально справедливо для пульсации сферы в несжимаемой жидкости, однако оно может быть использовано и в рамках данной модели. Действительно, как показано в работе [13], законы пульсации сферы в сжимаемой и несжимаемой жидкостях различаются слабо.

Уравнение (2) получено на основании закона сохранения энергии, записанного в интегральной форме для ячейки, содержащей пульсирующую газовую сферу. При этом учтена кинетическая энергия жидкости, потенциальная энергия сжатого газа, работа сил вязкого трения и поверхностного натяжения и работа внешних сил, приложенных к поверхности ячейки. Кинетическая энергия жидкости представлена в виде суммы энер-

гии несжимаемого потока и энергии, связанной с волновым процессом, причем последняя отброшена. Кроме того, ввиду малой сжимаемости воды, отброшена потенциальная энергия жидкой компоненты.

Таким образом, динамика эквивалентной сплошной среды описывается следующей системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}=-\dfrac{\nabla P}{\rho} \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t}+\operatorname{div}(\rho\mathbf{v})=0 \end{cases} \tag{3}$$

$$\rho=\rho(P, R(P)), \tag{4}$$

где $\mathbf{v}$ — вектор скорости возмущенного движения жидкости, а соотношение (4) представляет собой функциональную запись системы уравнений (1, 2).

Полная система уравнений (3), (4) существенно нелинейна, что затрудняет ее исследование. Линеаризуем уравнения (3), (4). Воспользуемся обычными допущениями, принимаемыми при выводе волнового уравнения. Будем полагать $|\delta P/(An)|^2 \ll 1$, $|\delta\rho/\rho_0|^2 \ll 1$, $|v/c_0| \ll 1$ (или что то же $|\dot{R}/c_0| \ll 1$. При этом уравнения (3) примут вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}=-\frac{\nabla P}{\rho_0}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t}=-\rho_0 \operatorname{div} \mathbf{v}. \tag{5}$$

Воспользуемся принятыми допущениями о малости величин $|\delta P/(An)|$ и $|\delta\rho/\rho_0|$ и пренебрежем их квадратами по сравнению с единицей, тогда из уравнения (1) получим

$$\frac{\partial \rho}{\rho_0}-\left(\frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)^2=\frac{\partial P}{An}-\varepsilon\left[1-\frac{\delta P}{An}-\left(1+\frac{\delta R}{R_0}\right)^3\right]+\frac{n+1}{2}\left(\frac{\delta P}{An}\right)^2. \tag{6}$$

Далее заметим, что благодаря наличию независимого малого параметра концентрации пузырьков — использование линеаризованных уравнений (5), (6) не требует, вообще говоря, линеаризации уравнения (1). Иными словами, при малых концентрациях нелинейность пузырьков может оказаться доминирующей.

В настоящей работе мы однако, не будем учитывать нелинейные эффекты. Из уравнения (1) найдем величину (R/R_0) и подставим ее выражение в уравнение (2), после чего полученное уравнение линеаризуем относительно величин $\delta\rho/\rho_0$ и $\delta P/(An)$. В результате имеем

$$\frac{1-\varepsilon}{n}\left(\ddot{P}^{*}+\frac{4\mu^{*}}{1-\alpha}\dot{P}^{*}\right)+\frac{3}{1-\alpha}\left[\frac{1-\varepsilon}{n}(\gamma-2\sigma^{*})+\varepsilon A^{*}\right]\cdot P^{*}=$$

$$=\Delta\ddot{\rho}^{*}+\frac{4\mu^{*}}{1-\alpha}\Delta\dot{\rho}^{*}+\frac{3}{1-\alpha}(\gamma-2\sigma^{*})\Delta\rho^{*}, \tag{7}$$

где $P^{*}=(P-P_0)/A$; $\alpha=\varepsilon^{1/3}$; $t^{*}=(t/R_0)(P_0/\rho_0)^{1/2}$; $\Delta\rho^{*}=\rho^{*}-1$; $\mu^{*}=(\mu/R_0)\times\times(P_0\rho_0)^{-1/2}$; $\rho^{*}=\rho/\rho_0$; $A^{*}=A/P_0$; $\sigma^{*}=\sigma/R_0P_0$. Записанное выражение позволяет получить связь между давлением и плотностью в виде

$$P-P_0=\int_0^{t^{*}} G(t^{*}-\tau^{*})\cdot\Delta\rho^{*}(\tau^{*})\,d\tau^{*}, \tag{8}$$

где

$$G(\tau^{*})=\frac{nA}{1-\varepsilon}\left\{\delta(\tau^{*})-\frac{3\varepsilon A^{*}n}{(1-\alpha)(1-\varepsilon)\omega^{*}}\cdot\exp\left(-\frac{2\mu^{*}}{1-\alpha}\tau^{*}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\omega^{*}\tau^{*}\right\}, \quad (\omega^{*})^2=\frac{3}{1-\alpha}\left(\frac{\varepsilon A^{*}n}{1-\varepsilon}+\gamma-2\sigma^{*}\right)-(2\mu^{*}/(1-\alpha))^2.$$

Как и было отмечено ранее, уравнение состояния двухкомпонентной смеси является функционалом. Уравнения (8) и (5) образуют замкнутую

систему, из которой при характерных для импульсных процессов нулевых начальных условиях можно получить искомое уравнение, описывающее распространение возмущений в двухкомпонентной смеси

$$\frac{1-\varepsilon}{c_0^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}-\Delta\Phi=\Delta\int_0^t (G_1(t-\tau)\Phi)\,d\tau \qquad (9)$$

где

$$G_1=[3\varepsilon A^{*}n/((1-\alpha)(1-\varepsilon)\omega^{*})]\exp\left(-\frac{2\mu^{*}}{1-\alpha}\tau^{*}\right)\sin\omega^{*}\tau^{*}.$$

Полученное уравнение имеет простой физический смысл: оно свидетельствует о том, что распространение волны в жидкости вызывает появление в ней дополнительных равномерно распределенных источников волн.

Влияние дисперсии на характер распространения звуковых волн экспериментально исследовано достаточно надежно и может служить своеобразным тестом для проверки модели.

Из уравнения (9), опустив член, ответственный за диссипацию энергии, и приняв $\sigma=0$, можно получить дисперсионное соотношение для гармонической волны частоты ω, откуда находится выражение для фазовой скорости звука:

$$c^{-2}=(1-\varepsilon)c_0^{-2}+\frac{3\varepsilon}{\omega_0^2-\omega^2}\frac{1}{R_0^2}, \qquad (10)$$

где $\omega_0^2=3\gamma P_0/\rho_0 R_0^2$ совпадающее с работой [14].

Как видно из выражения (10) предлагаемая волновая модель газожидкостной смеси справедлива при концентрациях порядка $\varepsilon\leqslant\gamma P_0/(An)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Когарко Б. С.* Ударные волны в пузырьковых смесях.– В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, ин-т теплофизики СО АН СССР, 1977, с. 74–79.
2. *Акуличев В. А., Алексеев В. Н.* Акустические волны в жидкости с паровыми пузырьками.– В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, ин-т теплофизики СО АН СССР, 1977, с. 114–121.
3. *Козяев Е. Ф., Наугольных К. А.* О параметрическом излучении звука в двухфазной среде.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 1, с. 91–98.
4. *Борисов А. А., Гельфанд Е. Е., Губайдуллин А. А., Губин С. А., Губанов А. В., Ивандеев А. И., Нигматулин Р. И., Филин Н. В., Тимофеев Е. И., Хабеев Н. С.* Усиление ударных волн в жидкости с пузырьками пара.– В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, ин-т теплофизики СО АН СССР, 1977, с. 67–74.
5. *Акуличев В. А., Алексеев В. Н., Юшин В. П.* Рост паровых пузырьков в ультразвуковом поле.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 6, с. 801–809.
6. *Богуславский Ю. А.* О поглощении и дисперсии звуковых волн в двухфазной среде.– В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, ин-т теплофизики СО АН СССР, 1977, с. 54–61.
7. *Гасенко В. Г., Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р.* Приближение Бюргерса – Кортевега-де-Вриза в волновой динамике газожидкостных систем.– В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, ин-т теплофизики СО АН СССР, 1977, с. 17–31.
8. *Ван Вейнгарден Л.* Одномерные течения жидкости с пузырьками газа.– В кн.: Реология суспензий. М.: Мир, 1975, с. 68–103.
9. *Гасенко В. Г., Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р.* Двухволновая модель распространения возмущений в жидкости с пузырьками газа.– ПМТФ, 1979, № 6, с. 119.
10. *Иорданский С. В.* Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа.– ПМТФ, 1960, № 3, с. 102–110.
11. *Бескаравайный Н. М., Поздеев В. А.* Математическая модель кавитации в реальной жидкости.– В кн.: II Всес. симп. по физике акустико-гидродинамических явлений в опто-акустике. Тез. докл., М.: Наука, 1979, с. 38–39.
12. *Бескаравайный Н. М., Ковалев В. Г., Поздеев В. А.* Математическая модель распространения возмущений в двухкомпонентных средах.– В кн.: Электрический разряд в жидкости и его применение в промышленности. Тез. докл. II Всес. научно-техн. конф., Киев, Наук. думка, 1980, с. 66–68.
13. Мощные ультразвуковые поля / под ред. Розенберга Л. Д., М.: Наука, 1968, 268 с.
14. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975, 288 с.

Проектно-конструкторское бюро
электрогидравлики

Поступила в редакцию
6.X.1981

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 2

УДК 534.222.2

АКТИВНАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ПУЗЫРЬКОВ

Бункин Ф. В., Власов Д. В., Заболотская Е. А., Кравцов Ю. А.

Рассмотрены 2 схемы акустической спектроскопии пузырьков: вынужденное комбинационное рассеяние звука на пузырьках и активная спектроскопия рассеяния звука. Анализ проведен на основе укороченных уравнений. Показано, что активная спектроскопия имеет ряд преимуществ по сравнению с другими методами.

Как известно, многие нелинейные волновые процессы, реализованные в оптике, могут иметь свои акустические аналоги. В данной работе обращается внимание на возможность осуществления активной акустической спектроскопии пузырьков, которая в своих существенных чертах повторяет оптические схемы [1—3]. В первую очередь имеется в виду вынужденное комбинационное рассеяние звука на пузырьках и активная спектроскопия пузырьков.

Вынужденное комбинационное рассеяние звука в жидкости с пузырьками очень похоже на вынужденное комбинационное рассеяние света, при этом аналогом собственных колебаний молекул здесь служат собственные колебания пузырьков. Схематически возникновение вынужденного комбинационного рассеяния звука может быть описано следующим образом.

Пусть в воде с пузырьками воздуха распространяется волна накачки с частотой ω_1. Рассеиваясь на собственных колебаниях пузырьков, обусловленных, скажем, тепловыми флуктуациями, волна накачки возбуждает комбинационные волны, в частности разностную волну: $\omega_2=\omega_1-\omega$, $\omega\approx\omega_0$. Разностная волна, взаимодействуя с накачкой, раскачивает колебания пузырьков, а те в свою очередь рассеивают волну накачки и тем самым усиливают разностную волну.

Основные уравнения, описывающие процесс распространения и взаимодействия волн в воде с пузырьками воздуха, включают волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}=\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-\rho_0 n\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{1}$$

и уравнение движения одиночной газовой полости

$$\ddot{v}+\omega_0^2 v+f\dot{v}-\alpha v^2-\beta(2\ddot{v}v+\dot{v}^2)=-\varepsilon p. \tag{2}$$

Здесь p — звуковое давление, v — изменение объема пузырька, c_0 — скорость звука в воде, n — концентрация пузырьков. Коэффициенты уравнения (2) выражаются через равновесный объем v_0 (или радиус пузырька R_0) и через показатель адиабаты в уравнении состояния газа γ следующим образом: $\omega_0^2=3\gamma p_0/\rho_0 R_0^2$, $\alpha=\omega_0^2(\gamma+1)/2v_0$, $\varepsilon=4\pi R_0/\rho_0$, $f=\delta\omega_0$, $\beta=1/6v_0$, где p_0 — равновесное давление в среде, δ — безразмерный коэффициент затухания.

Решение уравнений (1) и (2) естественно искать в виде бегущих волн с медленно меняющимися амплитудами:

$$p=\frac{1}{2}[P_1 e^{i(\omega_1 t-k_1 x)}+P_2 e^{i(\omega_2 t-k_2 x)}+P e^{i(\omega t-kx)}+\text{к. с.}],$$

$$v=\frac{1}{2}[V_1 e^{i(\omega_1 t-k_1 x)}+V_2 e^{i(\omega_2 t-k_2 x)}+V e^{i(\omega t-kx)}+\text{к. с.}].$$

Укороченные уравнения для комплексных амплитуд P и P_2 имеют вид:

$$-2ik_2\frac{dP_2}{dx}=\gamma_1P_1P^*e^{-i\Delta kx}-\gamma_2|P_1|^2P_2, \tag{3}$$

$$-2ik\frac{dP}{dx}=\gamma_3P_1P_2^*e^{-i\Delta kx}-\gamma_4P. \tag{4}$$

Здесь $k_2^2=\omega_2^2/c_0^2+(\rho_0n\omega_2^2\varepsilon)/(\omega_0^2-\omega_2^2)$, $\Delta k=k_1-k-k_2$,

$$\gamma_1=\rho_0n\omega_2^2\chi\varepsilon^2/[(\omega_0^2-\omega_1^2)(\omega_0^2-\omega_2^2)(\omega_0^2-\omega^2-i\omega f)],$$
$$\gamma_2=\rho_0n\omega_2^2\chi^2\varepsilon^3/[(\omega_0^2-\omega_1^2)^2(\omega_0^2-\omega_2^2)^2(\omega_0^2-\omega^2-i\omega f)],$$
$$\gamma_3=\rho_0n\omega^2\chi\varepsilon^2/[(\omega_0^2-\omega_1^2)(\omega_0^2-\omega_2^2)(\omega_0^2-\omega^2+i\omega f)],$$
$$\gamma_4=\rho_0n\omega^2\varepsilon/(\omega_0^2-\omega^2+i\omega f);\quad \chi=\alpha-\beta(\omega_1^2+\omega_2^2-\omega_1\omega_2).$$

Члены $\gamma_1P_1P^*\exp(-i\Delta kx)$ и $\gamma_3P_1P_2^*\exp(-i\Delta kx)$ уравнений (3) и (4) определяют параметрическое взаимодействие волн и зависят от расстройки между волновыми векторами, член же $\gamma_2|P_1|^2P_2$, характеризующий вынужденное комбинационное рассеяние, от расстройки не зависит. Заметим, что этот член является, по существу, кубическим, хотя в исходных уравнениях учитывается только квадратичная нелинейность. Это связано с учетом повторных взаимодействий — «каскадный эффект». Предыстория члена $\gamma_2|P_1|^2P_2$ такова: основная волна P_1, ω_1 взаимодействует с волной P, ω, в которой учитывается не только часть, содержащаяся первоначально (первый член правой части уравнения (3)), но и часть, образованная взаимодействием основной волны с разностной волной P_2, ω_2. Если расстройка достаточно велика ($\Delta kL\gg1$, L — область взаимодействия), то можно пренебречь параметрическим взаимодействием волн. Тогда уравнения (3), (4) расщепляются, и из них сразу же получается выражение для амплитуды рассеянной волны:

$$P_2=P_{20}e^{\mu x}, \tag{5}$$

$$\mu=\rho_0n\omega_2^2\chi^2\varepsilon^3|P_1|^2/[2(\omega_0^2-\omega_1^2)^2(\omega_0^2-\omega_2^2)^2\omega_0fk_2]. \tag{6}$$

Численные оценки величины коэффициента нарастания μ показывают, что μ максимально вблизи резонансной частоты. Например, при $\omega_1=1{,}5\omega_0$ и $\omega_2=0{,}5\omega_0$ имеем $\mu\approx0{,}3I$ см$^{-1}$, где I — интенсивность волны накачки, выраженная в Вт/см^2. При вычислении μ удельный объем пузырьков предполагался равным $nv_0=10^{-5}$, а для частоты собственных колебаний пузырьков было принято значение $\nu_0=\omega_0/2\pi=20$ кГц.

При учете параметрического взаимодействия волн коэффициент экспоненциального нарастания амплитуды P_2 определяется выражением

$$\mu_{1,2}=\frac{1}{2}(\alpha_2-\bar{\alpha}_4\pm\sqrt{(\alpha_2+\bar{\alpha}_4)^2-4\alpha_1\alpha_3}). \tag{7}$$

Здесь обозначено: $\alpha_1=\gamma_1P_1/2ik_2$, $\alpha_2=\gamma_2|P_1|^2/2ik_2$, $\alpha_3=\gamma_3^*P_1^*/2ik$, $\alpha_4=\gamma_4^*/2ik$, $\alpha_4=\alpha_4+i\Delta k$. Анализ выражения (7) показывает, что при больших расстройках, когда $(\alpha_2+\bar{\alpha}_4)^2\gg4\alpha_1\alpha_3$, коэффициент усиления стоксовой волны (т. е. волны с частотой $\omega_2=\omega_1-\omega_0$) максимален и равен $\alpha_2=\mu$.

Вынужденное комбинационное рассеяние звука на пузырьках может быть использовано для усиления акустических волн, а также для спектроскопии пузырьков.

В акустике возможны также аналоги активных методов спектроскопии, широко используемых в оптике. Допустим, что в среде с пузырьками возбуждаются две волны накачки с частотами ω_1 и ω_2, удовлетворяющими условию $\omega_1-\omega_2=\omega\approx\omega_0$. Эти две волны раскачивают собственные колебания пузырьков. Зондирующий сигнал с частотой ω_3, рассеиваясь на колебаниях пузырьков, порождает комбинационные волны с частотами $\omega_4=\omega_3\pm\omega_0$. Амплитуды этих волн пропорциональны числу пузырьков с собственной частотой ω_0, приведенных в интенсивное движение волнами накачки с частотами ω_1 и ω_2. Изменяя одну из частот накачек (ω_1 или ω_2) и измеряя каждый раз амплитуду комбинационной волны с частотой ω_4,

можно определить функцию распределения пузырьков по размерам. Предполагается, что функция распределения пузырьков по размерам такова, что частоты ω_1, ω_2, ω_3 и ω_4 не попадают в резонанс с колебаниями пузырьков.

В данном случае решение уравнений (1), (2) целесообразно представить в виде

$$p=\frac{1}{2}\left(P_1e^{i(\omega_1t-k_1x)}+P_2e^{i(\omega_2t-k_2x)}+Pe^{i(\omega t-kx)}+\right.$$

$$\left.+P_3e^{i(\omega_3t-k_3x)}+P_4e^{i(\omega_4t-k_4x)}+\text{к. с.}\right),$$

$$v=\frac{1}{2}\left(V_1e^{i(\omega_1t-k_1x)}+V_2e^{i(\omega_2t-k_2x)}+Ve^{i(\omega t-kx)}+\right.$$

$$\left.+V_3e^{i(\omega_3t-k_3x)}+V_4e^{i(\omega_4t-k_4x)}+\text{к. с.}\right).$$

При этом укороченное уравнение для амплитуды комбинационной волны имеет вид

$$-2ik_4\frac{dP_4}{dx}-k_4^2P_4+\frac{\omega_4^2}{c_0^2}P_4=\rho_0\omega_4^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}N(\omega_0)V_4(\omega_0)\,d\omega_0, \qquad (8)$$

где

$$V_4=\frac{\varepsilon^3[\alpha-\beta(\omega_1^2+\omega_2^2-\omega_1\omega_2)][\alpha-\beta(\omega^2+\omega_3^2+\omega\omega_3)]P_1P_2^*P_3}{(\omega_1^2-\omega_0^2)(\omega_2^2-\omega_0^2)(\omega_3^2-\omega_0^2)(\omega_4^2-\omega_0^2)(\omega_0^2-\omega^2+i\omega f)},$$

$N(\omega_0)d\omega_0$ — число пузырьков с собственной частотой $\omega_0\leqslant\omega\leqslant\omega_0+d\omega$; для определенности принято, что $\omega_4=\omega_3+\omega_0$.

Решение уравнения (8) в предположении, что $\Delta k=k_3+k_1-k_2-\omega_4/c_0=0$, можно представить в виде

$$P_4=-\frac{\rho_0\omega_4^2LN(\omega_0)\pi\varepsilon^2\chi_1\chi_2P_1P_2^*P_3}{4k_4\omega_0(\omega_1^2-\omega_0^2)(\omega_2^2-\omega_0^2)(\omega_3^2-\omega_0^2)(\omega_4^2-\omega_0^2]}. \qquad (9)$$

Через χ_1 и χ_2 здесь обозначены выражения, стоящие в квадратных скобках в формуле для V_4, а через L — длина области взаимодействия.

Анализ выражения (9) показывает, что амплитуда комбинационной волны P_4 пропорциональна числу пузырьков с собственной частотой $\omega_0=\omega_1-\omega_2$, амплитудам накачки $P_{1,2}$ и амплитуде зондирующего сигнала P_3. Определение функции $N(\omega_0)$ по измеренным значениям $P_{1,2,3,4}$ представляется не намного более сложным, чем в случае регистрации комбинационных частот [4, 5]. В то же время активное возбуждение пузырьков на их собственных частотах имеет и определенные преимущества. Главное из них связано с использованием только высоких частот $\omega_{1,2,3,4}$, что позволяет избавиться от некоторых недостатков измерений на низких частотах (повышенные фоновые помехи и реверберации). Другое достоинство заключается в возможности повысить отношение сигнал/шум за счет увеличения амплитуд накачек P_1 и P_2.

Существенным преимуществом вынужденного комбинационного рассеяния звука применительно к диагностике пузырьков является то обстоятельство, что взаимодействие между волнами определяется только нелинейностью и не зависит от расстройки волн по скоростям. Здесь не нужно заботиться о выполнении условий синхронизма. Кроме того, наличие повторных взаимодействий приводит к обострению резонансного пика, что, по-видимому, позволит увеличить точность измерений.

В заключение заметим, что в акустике, как и в оптике, возможны многочисленные разновидности активной спектроскопии. Например, в качестве зондирующего сигнала может быть использована одна из накачек ($\omega_3=\omega_1$ или $\omega_3=\omega_2$) или какая-либо комбинация накачек.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ахманов С. А.* Когерентная активная спектроскопия комбинационного рассеяния с помощью перестраиваемых генераторов, сравнение со спектроскопией спонтанного рассеяния.– В кн.: Нелинейная спектроскопия / Под ред. Бломбергена Н. М.: Мир, 1979, с. 267.
2. *Ахманов С. А., Коротеев Н. И.* Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света. М.: Наука, 1981.
3. *Бункин Ф. В., Коротеев Н. И.* Нелинейная лазерная спектроскопия газов, газовых потоков и низкотемпературной плазмы.– УФН, 1981, т. 134, № 1, с. 93–124.
4. *Наугольных К. А., Островский Л. А., Сутин А. М.* Нелинейная акустика.– В кн.: Нелинейные волны. М.: Наука, 1981, с. 166–186.
5. *Кобелев Ю. А., Сутин А. М.* Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 6, с. 860–865.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27.XII.1981