АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 2

УДК 534.2

ОБ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ АКСИАЛЬНОГО ВИХРЯ

Копьев В. Ф., Леонтьев Е. А.

Рассмотрены двумерные задачи излучения и рассеяния звука аксиальным вихрем с постоянной завихренностью в ядре для случая малых чисел Маха стационарного течения. Дано объяснение неустойчивости вихря в сжимаемой жидкости (акустическая неустойчивость). Определены инкременты неустойчивых возмущений.

Возмущения аксиального вихря в идеальной несжимаемой жидкости с постоянной завихренностью в ядре были рассмотрены еще Кельвином [1]. При учете сжимаемости эти возмущения порождают звуковые волны, уносящие энергию на бесконечность. Если в несжимаемой жидкости эти возмущения вихря устойчивы, то при учете сжимаемости, как показано в работе [2], они становятся неустойчивыми. В данной работе дается объяснение механизма неустойчивости. Дело в том, что эти возмущения представляют собой волны с отрицательной энергией и для их создания необходимо отбирать энергию у системы. Конкретным механизмом потери энергии у вихря является акустическое излучение, отсюда и термин — акустическая неустойчивость. Из рассмотрения задачи рассеяния плоской звуковой волны аксиальным вихрем и исследования поведения амплитуды рассеяния в комплексной плоскости частоты определяются инкременты неустойчивых возмущений. Из недавних исследований рассеяния звука на вихре отметим работу [3]. В данном классе задач стационарный невозмущенный поток, связанный с вихрем Кельвина, является плоским двумерным, причем вектор завихренности $\mathbf{\Omega}$ перпендикулярен плоскости. Предполагается, что скорости стационарного потока (в отсутствие возмущений) малы по сравнению со скоростью звука.

Пусть в несжимаемой жидкости внутри области $r<a$ завихренность Ω постоянна $\Omega=\Omega_0$, вне этой области $r>a$ движение потенциально $\Omega=0$ (стационарный вихрь Кельвина). Предположим, что на это течение наложено потенциальное возмущение, такое, что при $t=0$ граница $r=a$ слабо периодически возмущена $r=a+\alpha\cos n\varphi$; $\alpha\ll a$. Таким образом, завихренность внутри возмущенной границы остается постоянной $\Omega=\Omega_0$, а снаружи $\Omega=0$. Тогда на основе линеаризованных уравнений динамики несжимаемой жидкости, Кельвином получено [1], что при $t>0$ движение границы происходит по закону

$$r=a+\alpha\cos(n\varphi-\omega_n t), \tag{1}$$

$$\omega_n=\Omega_0(n-1)/2. \tag{2}$$

При $n\geqslant 2$ граница вращается с угловой скоростью ω_n/n, при $n=1$ движение границы отсутствует, что соответствует стационарному вихрю Кельвина, центр которого сдвинут относительно начала координат на величину α. При $n=2$ с точностью до квадратичных по α членов возмущение представляет собой вращение эллипса с малым эксцентриситетом.

При учете сжимаемости среды, рассмотренное выше нестационарное движение должно сопровождаться излучением звука. На небольших расстояниях от центра вихря и при небольших временах приведенные выше результаты будут справедливы при условии $V_0n/c=Mn\ll 1$, где $V_0=\Omega_0a/2$, M — характерные скорость и число Маха соответственно. Это условие означает как малость скорости стационарного течения по сравнению со скоростью звука c, так и компактность вихря как источника звука. Акустическое излучение возмущенного вихря Кельвина при этом условии можно определить по теории Лайтхилла, согласно которой звуковое давление p' подчиняется волновому уравнению

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\nabla^2\right)p'=\rho_0\operatorname{div}[\mathbf{\Omega}\ \mathbf{v}_s]\equiv Q(r,\varphi,t). \tag{3}$$

Источник Q в правой части (3) представлен в форме Пауэлла [4], где ρ_0 — невозмущенная плотность среды, а завихренность $\mathbf{\Omega}$ и соленоидальное поле скорости $\mathbf{v}_s$ вычисляются в приближении несжимаемой жидкости. Используя явное выражение для поля скоростей в решении Кельвина, для Q будем иметь

$$Q(r,\varphi,t)=-\frac{\Omega_0{}^2\alpha}{2}[3\delta(r-a)+r\delta'(r-a)]\cos(n\varphi-\omega_n t),$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция. Источник Q сосредоточен на невозмущенной границе $r=a$ и при $\alpha=0$ естественно обращается в нуль. Решение уравнения (3), удовлетворяющее условию излучения, в волновой зоне ($k_n r\gg1$, $k_n=\omega_n/c$) имеет вид

$$p'=\sqrt{\frac{2\pi a}{r}}\frac{(n-1)^{n+1/2}\alpha}{2^n n!a}\rho_0V_0{}^2M^{n-1/2}\cos\left[n\varphi+\omega_n\left(\frac{r}{c}-t\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{\pi}{2}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]. \tag{4}$$

Для $n=2$ (эллиптический вихрь) формула (4) переходит в выражение, полученное Хоу [5]. Излучение звука возмущенным вихрем Кельвина имеет $2n$-польный характер, начинаясь с $n=2$, т. е. с квадрупольного излучения. В соответствии с формулой (4) легко находится звуковая мощность $W=\eta\rho_0V_0{}^3a$, где η — акустическая эффективность излучения:

$$\eta=\frac{(n-1)^{2n+1}}{2^{2n-1}(n!)^2}\left(\frac{\pi\alpha}{a}\right)^2M^{2n}. \tag{5}$$

Согласно формуле (5), эффективность падает с ростом номера n при переходе к мультиполям более высокого порядка.

Как показано в работе [2], излучающий вихрь Кельвина становится неустойчивым. Объясним природу этой неустойчивости. Для этого сравним кинетическую энергию двух течений несжимаемой жидкости: одна соответствует возмущенному течению с границей вихря (1), другая — невозмущенному течению ($\alpha=0$). Хотя эти энергии естественно бесконечны, нас интересует конечная разность их значений. Результат состоит в том, что энергия возмущенного вихря меньше энергии невозмущенного. Иначе говоря, возмущения вида (1) являются волнами с отрицательной энергией.

Вычисление разности энергий, очевидно, требует учета квадратичных по возмущениям членов в решении (1). Однако для случая $n=2$ (эллиптический вихрь) имеется точное решение задачи, полученное Кирхгофом [1, 6], из которого следует, что если граница области постоянной завихренности $\Omega=\Omega_0$ в какой-либо начальный момент времени является эллипсом с полуосями a_+ и a_-, то такой эллипс вращается как твердое тело с угловой скоростью $a_+a_-\Omega_0/(a_++a_-)^2$. Решение Кирхгофа переходит в линейное решение Кельвина с $n=2$, когда эксцентриситет эллипса стремится к нулю. Используя решение Кирхгофа, легко непосредственно подсчитать интересующую нас разность энергий, при этом следует иметь в виду, что невозмущенному состоянию соответствует круговой вихрь, площадь которого равна площади эллипса, так как в плоских задачах площадь области постоянной завихренности является интегралом движения. Опуская детали вычислений, для разности энергий между возмущенным (эллипс с полуосями a_+ и a_-) и невозмущенным (круг радиуса $\sqrt{a_+a_-}$)

течениями будем иметь

$$\Delta T=-\frac{\pi\rho_0(\Omega_0 a_+a_-)^2}{4}\ln\frac{a_++a_-}{2\sqrt{a_+a_-}}. \qquad (6)$$

Так как всегда при $a_+\neq a_-$ величина $(a_++a_-)/2\sqrt{a_+a_-}>1$, разность ΔT отрицательна. Таким образом, если существует какой-либо механизм потери энергии вихрем, то вихрь будет неустойчивым. Таким механизмом в сжимаемой жидкости является излучение звука, а соответствующая неустойчивость называется акустической.

Для эллипса с малым эксцентриситетом положим $a_\pm=a\pm\alpha$, где $\alpha\ll 1$. Тогда формула (6) принимает вид

$$\Delta T=-\frac{\pi}{8}\rho_0(\Omega_0 ad)^2=-\frac{\pi}{2}\rho_0(c\alpha M)^2. \qquad (7)$$

Вычислим теперь инкремент δ возмущения (1) с $n=2$. Легко доказать, что при малых α инкремент $\delta=-W/2\Delta T$, где W — энергия, излучаемая в единицу времени, а ΔT — энергия малого возмущения. Для вычисления главного члена разложения δ по числу M достаточно воспользоваться уже вычисленной разностью ΔT в приближении несжимаемой жидкости. Очевидно, учет сжимаемости в ΔT приводит только к поправкам по числу M к главному члену в δ. Используя для W формулу (5) при $n=2$ и формулу (7), получим

$$\delta_2=\pi M^4\Omega_0/64. \qquad (8)$$

Формула (8) совпадает с соответствующим выражением работы [2]. Приведенный здесь вывод формулы (8) не только дает правильное выражение для инкремента, но и очень просто объясняет суть дела.

В комплексной форме записи решения (1) (зависимость от времени $\exp(-i\omega t)$) полученный результат означает, что при учете сжимаемости собственные частоты (2) получают положительную мнимую добавку $\omega_n\to\omega_n+i\delta_n$. При $n=2$ эта добавка определяется выражением (8), при произвольном n будет получена ниже из решения задачи рассеяния, так как амплитуда рассеяния должна иметь полюсы в верхней полуплоскости ω, положение которых и определяет δ_n.

Пусть на стационарный вихрь Кельвина перпендикулярно к его оси падает плоская звуковая волна. Рассеянное поле будем определять в линейном приближении без учета квадратичных по M членов.

Нам будет удобно пользоваться двумя различными эквивалентными системами уравнений. Во внутренней области $r<a$ это будут уравнения непрерывности и сохранения импульса (уравнения Эйлера). Во внешней области $r>a$ будем пользоваться уравнением Блохинцева — Хоу для энтальпии торможения [4], уравнением Гельмгольца для завихренности и уравнениями движения в форме Громеко — Лэмба [7]. В обоих случаях необходимо использовать уравнение состояния, выражающее условие постоянства энтропии.

В цилиндрической системе координат основное течение стационарного вихря Кельвина определяется следующими соотношениями: для отличной от нуля φ-компоненты скорости имеем $V_{0\varphi}=\Omega_0 r/2$ при $r\leqslant a$, $V_{0\varphi}=\Omega_0 a^2/2r$ при $r>a$, для энтальпии торможения — основной переменной в уравнении Блохинцева — Хоу, $B_0=\Omega_0 r^2/2$ при $r\leqslant a$, $B_0=\Omega_0 a^2/2$ при $r>a$.

Линеаризуем исходные уравнения и, пользуясь аксиальной симметрией основного течения, разложим малые возмущения скорости $\mathbf{v}'=(v_r', v_\varphi')$, давления p', завихренности $\mathbf{\Omega}'$ и энтальпии торможения B' в ряд по угловым гармоникам вида $\exp(in\varphi-i\omega t)$, где n — целое. Тогда, если за основные переменные взять p', v_r' и v_φ', для амплитуд гармоник p, v_r и v_φ получим следующую систему уравнений:

$$i\gamma v_r+\frac{2V_{0\varphi}v_\varphi}{r}=c^2\frac{d\Pi}{dr}-\Pi\frac{V_{0\varphi}^2}{r};\quad \Omega_0 v_r-i\gamma v_\varphi=-ic^2n/r; \qquad (9)$$

$$-i\gamma\Pi+v_r(1+V_{0\varphi}^2/c^2)/r+dv_r/dr+inv_\varphi/r=0,$$

где $\Pi=p/\rho_0 c^2$ — безразмерная амплитуда давления, $\gamma=\omega-nV_{0\varphi}/r$, c, ρ_0 — скорость звука и плотность неподвижной среды. Взяв за основные переменные B', Ω', v_r' и v_φ', для соответствующих амплитуд B, Ω, v_r и v_φ будем иметь

$$\gamma^2\frac{B}{c^2}+i\gamma\frac{v_r}{c^2}\frac{dB_0}{dr}+\frac{i\omega V_{0\varphi}^2 v_r}{c^2 r}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dB}{dr}\right)-\frac{n^2B}{r^2}=$$

$$=2\Omega\Omega_0+v_\varphi\frac{d\Omega_0}{dr}+V_{0\varphi}\frac{d\Omega}{dr}; \qquad (10)$$

$$-i\gamma\Omega+v_r\frac{d\Omega_0}{dr}+\Omega_0\left(\frac{v_r}{r}+\frac{dv_r}{dr}\right)+in\frac{\Omega_0}{r}v_\varphi=0;$$

$$-i\omega v_r+\frac{dB}{dr}=\Omega_0 v_\varphi+\Omega V_{0\varphi};\quad i\omega v_\varphi-\frac{inB}{r}=\Omega_0 v_r.$$

Выпишем также соотношения, устанавливающие связь между системами уравнений (9) и (10): $B=\Pi c^2+V_{0\varphi}v_\varphi;\ \Omega=\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rv_\varphi)-\frac{inv_r}{r}$.

Обратимся теперь к граничным условиям. Суммарное поле на бесконечности есть суперпозиция плоской и расходящейся цилиндрической волны

$$p'=p_0'\left[e^{ikr\cos\varphi}+\frac{f(\varphi)}{\sqrt{\pi kr}}e^{ikr}\right]e^{-i\omega t},\ k=\omega/c, \qquad (11)$$

где p_0' — амплитуда звукового давления в падающей волне, φ — угол между направлением плоской волны и направлением рассеяния. Воспользовавшись разложением плоской волны в ряд по цилиндрическим функциям и представив амплитуду рассеяния $f(\varphi)$ в виде

$$f(\varphi)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n e^{in\varphi}, \qquad (12)$$

равенство (11) можно переписать следующим образом:

$$p'=p_0'\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{i^nJ_n(kr)+\frac{c_ne^{ikr}}{\sqrt{\pi kr}}\right\}e^{in\varphi-i\omega t}. \qquad (13)$$

Потребуем конечности решения при $r=0$, а также равенства давлений и нормальных скоростей на границе $r=a$.

Решение во внешней области удобно находить из системы уравнений (10), поскольку при $r>a$ $B=\mathrm{const}$ и $\Omega_0=0$. Тогда для амплитуды B получается уравнение Бесселя

$$\frac{d^2B}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dB}{dr}+B\left[k^2-\frac{\nu^2(n)}{r^2}\right]=0, \qquad (14)$$

где $\nu^2(n)=n^2+(\omega na^2\Omega_0)/c^2$, а амплитуды других величин выражаются через B следующим образом: $v_r=-\frac{i}{\omega}\frac{dB}{dr}$; $v_\varphi=\frac{n}{\omega r}B$; $\Omega=0$. Из уравнения (14) для B имеем $B=a_nJ_{\nu(n)}(kr)+b_nN_{\nu(n)}(kr)$.

Решение во внутренней области находим из системы (9). Для безразмерной амплитуды Π снова имеем уравнение Бесселя

$$\frac{d^2\Pi}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\Pi}{dr}+\Pi\left(\beta_n^2-\frac{n^2}{r^2}\right)=0, \qquad (15)$$

где $\beta_n^2=\frac{(\gamma_0^2-\Omega_0^2)}{c^2}-\frac{\Omega_0^2}{2c^2}-\frac{n\Omega_0^3}{4\gamma_0c^2}$, $\gamma_0=\omega-\frac{\Omega_0 n}{2}$, а для амплитуд скоростей имеем соотношения

$$v_r=\frac{ic^2}{\gamma_0^2-\Omega_0^2}\left[-\gamma_0\frac{d\Pi}{dr}+\frac{\gamma_0 V_{0\varphi}^2}{rc^2}\Pi+\frac{n\Omega_0}{r}\Pi\right],$$

$$v_\varphi=\frac{c^2}{\gamma_0^2-\Omega_0^2}\left[-\Omega_0\frac{d\Pi}{dr}+\frac{\Omega_0 V_{0\varphi}^2}{rc^2}\Pi+\frac{n\gamma_0}{r}\Pi\right].$$

Конечное в нуле решение уравнения (15) для амплитуды Π имеет вид $\Pi=d_nJ_{|n|}(\beta_n r)$.

Воспользовавшись условиями на границе $r=a$ и асимптотическим выражением решения на бесконечности (13), для четырех констант a_n, b_n, d_n и c_n получим систему из четырех линейных алгебраических уравнений, разрешая которую относительно коэффициентов c_n разложения (12) для амплитуды рассеяния, будем иметь

$$c_n=(1+i)/(Q_n-i), \tag{16}$$

где $Q_n=\dfrac{\gamma_0\vartheta_nN_{\nu(n)}(z_1)-z_1(\gamma_0^2-\Omega_0^2)N_{\nu(n)}(z_1)J_{|n|}(z_0)}{\gamma_0\vartheta_nJ_{\nu(n)}(z_1)-z_1(\gamma_0^2-\Omega_0^2)J'_{\nu(n)}(z_1)J_{|n|}(z_0)}$,

$$\vartheta_n=-(\omega M^2+n\Omega_0)J_{|n|}(z_0)+\gamma_0z_0J'_{|n|}(z_0),\qquad z_1=ka,\qquad z_0=\beta_na.$$

При больших частотах ($\omega/\Omega_0\gg1$) в разложении (12) существенный вклад вносит большое количество членов, суммирование которых представляет собой самостоятельную задачу. При малых частотах ($\omega/\Omega_0=O(1)$) можно ограничиться несколькими членами ряда (12) и получить главный по числу M член амплитуды рассеяния. Выражение для Q_n в этом случае приобретает вид

$$Q_n=\frac{(|n|-1)!|n|!}{\pi\left(\dfrac{\omega}{\Omega_0}M\right)^{2n}}\cdot\frac{2\omega\,\mathrm{sgn}(n)-\Omega_0(|n|-1)}{\Omega_0},\qquad n\neq0, \tag{17}$$

$$Q_0=-\pi^{-1}(\omega M/\Omega_0)^{-4},\ n=0.$$

Если ω и Ω_0 таковы, что числитель в (17) не обращается в нуль ни при каком n (нерезонансное рассеяние), то $Q_n\sim M^{-2|n|}$. Тогда пренебрегая в (16) мнимой единицей в знаменателе по сравнению с большим Q_n, получим, что $c_n\sim M^{2|n|}$ и главный член амплитуды рассеяния $f(\varphi)$ имеет вид $f(\varphi)=c_1e^{i\varphi}+c_{-1}e^{-i\varphi}=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}e^{-i\pi/4}\pi(ka)^2\dfrac{\Omega_0}{\omega}\sin\varphi\sim M^2$. При этом для рассеянного поля можно написать

$$p_s'=-p_0'\sqrt{\frac{2\pi}{kr}}\frac{(ka)^2}{4}\frac{\Omega_0}{\omega}\sin\varphi e^{-i\omega t+ikr-i\pi/4}. \tag{18}$$

Если соотношение между ω и Ω_0 таково, что при некотором n числитель в (17) обращается в нуль (резонансное рассеяние), то $c_n=-\sqrt{2}\exp(-i\pi/4)$. Значит кроме c_1 и c_{-1}, определяющих нерезонансную часть амплитуды рассеяния, в разложении (12) необходимо учесть также член $c_n\exp(in\varphi)$, соответствующий резонансу. Обращение числителя в нуль достигается на частотах $\omega_n=\Omega_0(n-1)/2$, которые совпадают с соответствующими собственными частотами (2). Резонансная часть рассеянного поля будет равна

$$p_s'=-p_0'\sqrt{\frac{2c}{\pi\omega_nr}}\exp\left[in\varphi+i\omega_n\left(\frac{r}{c}-t\right)-i\pi/4\right]. \tag{19}$$

На резонансных частотах (2) рассеянное поле состоит из двух частей: нерезонансного (18) и резонансного (19) членов, при этом, как следует из указанных формул, нерезонансное рассеяние мало по сравнению с резонансным. Сравнение скоростей, соответствующих рассеянному полю, со скоростями возмущенного вихря Кельвина вида (1) показывает, что вдали от резонансов (2) падающая звуковая волна заставляет вихрь колебаться как целое без изменения формы с амплитудой $p_0'/\rho_0 c\omega$, которая совпадает с амплитудой смещения частиц в падающей плоской волне. Этому соответствует формула (1) при $n=1$ с α, зависящей от времени по гармоническому закону $\exp(-i\omega t)$ и $|\alpha|=p_0'/\rho_0 c\omega$. Такое колебание вихря приводит к вторичному излучению, представляющему собой нерезонансное рассеянное звуковое поле. На резонансных частотах (2) сохраняется только что описанное колебательное движение вихря как целого и связанное с ним нерезонансное рассеяние. Кроме того, круговая граница вихря деформируется в соответствии с формулой (1), в которой амплитуда α определяется следующим выражением:

$$\alpha=\alpha_n=\frac{n!}{4\pi(n-1)^{n+1}}\cdot\frac{\rho_0' a}{\rho_0 c^2}\cdot\left(\frac{2}{M}\right)^{n+2}. \tag{20}$$

Резонансное рассеяние есть вторичное излучение, порождаемое таким движением вихря. Подстановка α, определяемой согласно (20), в формулу (4) естественно приводит к резонансному рассеянному полю (19).

Продолжим исследование амплитуды рассеяния как функции комплексной частоты ω в окрестности резонанса $\omega=\omega_n$, определяемого формулой (2). С учетом (16) и (17) вблизи ω_n амплитуду рассеяния $f(\varphi)$ можно представить в виде

$$f(\varphi)\simeq\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{\delta_n}{\omega-\omega_n-i\delta_n}e^{in\varphi+i\pi/4},$$

где

$$\delta_n=\frac{\pi(n-1)^{2n}M^{2n}\,\Omega_0}{2^{2n+1}(n-1)!\,n!}. \tag{21}$$

Как и следовало ожидать, амплитуда рассеяния вблизи соответствующего резонанса имеет особенность типа простого полюса, причем полюсы лежат в верхней полуплоскости ($\delta_n>0$). Как известно, полюсы в амплитуде рассеяния соответствуют элементарным возбуждениям рассеивающей системы. Комплексные частоты, определяющие положение полюсов $\tilde{\omega}_n=\omega_n+i\delta_n$, характеризуют возмущения или собственные колебания вихря Кельвина. Действительная часть $\tilde{\omega}_n$ определяет собственные частоты, а мнимая — декремент или инкремент возмущений. В данном случае речь идет об инкременте, так как δ_n — положительная величина. При $n=2$ инкремент, вычисленный по формуле (21), совпадает с результатом (8). Таким образом, формула (21) обобщает формулу (8) на произвольные значения n, для которых выполняется низкочастотное условие применимости формулы (17) $\omega_n/\Omega_0=O(1)$. Заметим, что, согласно формуле (21), инкремент возмущений или неустойчивость уменьшается с ростом числа n, причем наибольшей неустойчивостью обладает гармоника $n=2$, т. е. эллиптический вихрь. Это физически вполне понятно, так как инкремент определяется эффективностью излучения звука, которая по формуле (5) уменьшается с увеличением порядка мультипольности возмущения как источника звука.

Как уже отмечалось, при резонансном рассеянии падающая волна с частотой $\omega=\omega_n$ возбуждает n-е собственное состояние (1) вихря Кельвина. Соответствующая амплитуда α_n дается формулой (20) и определяется амплитудой p_0' падающей волны. Иными словами, амплитуда n-го возбужденного состояния вихря задается падающей волной и не нарастает, при этом вихрь черпает энергию из падающей волны и переизлучает ее в виде рассеянного поля. В этом смысле воздействие звуком частоты ω_n на n-е неустойчивое состояние вихря стабилизирует это состояние. Однако состояние системы, представляющее собой падающую звуковую волну частоты ω_n, n-е возбужденное состояние вихря и рассеянное поле, все равно будет неустойчивым из-за того, что существуют другие неустойчивые состояния вихря. Воздействуя на вихрь звуком частоты $\omega_2=\Omega_0/2$, соответствующей наиболее неустойчивому состоянию вихря $n=2$, можно ожидать существенного увеличения времени жизни вихря $\tau\sim\delta^{-1}$, грубо говоря, в M^{-2} раз, поскольку оно определяется теперь инкрементом возмущения с $n=3$ (21).

Возмущениям вихря Кельвина можно сопоставить число Струхаля Sh_n, основанное на частоте $f_n=\omega_n/2\pi$, диаметре вихря $2a$ и характерной скорости $\Omega_0 a/2$, $\mathrm{Sh}_n=2\omega_n/\pi\Omega_0=(n-1)/\pi$. Если представить себе, что в турбулентном потоке имеются структуры, подобные вихрям Кельвина (наиболее подходящими кандидатами на эту роль могут быть тороидальные вихри), то воздействие звуком на частотах, соответствующих числам Sh_n (особенно при $n=2$), может привести к существенному изменению картины течения и излучаемого шума.

Несколько слов о влиянии вязкости: описанные результаты, возможно в несколько измененной форме, будут справедливы, если характерное время, связанное с акустической неустойчивостью $\tau=\delta_2^{-1}$, будет много меньше времени вязкой диффузии вихря a^2/ν, где ν — кинематическая вязкость. Пользуясь формулой (8), указанное условие можно записать в виде $M^4\,\mathrm{Re}/10\gg1$. Это условие может быть выполнено для вихрей достаточно большого размера a даже при малых числах M.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.: Гостехиздат, 1947.
2. *Broadbent E. G., Moore D. W.* Acoustic destabilisation of vortices.— Phil. Trans. Roy. Soc., 1979, v. A290, p. 353–371.
3. *Големшток Г. М., Фабрикант А. Л.* Рассеяние и усиление звуковых волн цилиндрическим вихрем.— Акуст. ж., 1980, т. 26, № 3, с. 383–390.
4. *Мунин А. Г., Кузнецов В. М., Леонтьев Е. А.* Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981.
5. *Howe M. S.* Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute.— J. Fluid Mech., 1975, v. 71, № 4, p. 625–673.
6. *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
7. *Мизес Р.* Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.

Поступила в редакцию
11.I.1982