АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 3

УДК 534.26

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СДВИГОВОЙ ОБЪЕМНОЙ ВОЛНЫ В ПОВЕРХНОСТНУЮ НА НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЦЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКА

Лапин А. Д.

Исследована генерация поверхностной волны Гуляева – Блюстейна при наклонном падении сдвиговой объемной волны на неоднородную границу пьезоэлектрика.

В работах [1, 2] различными методами решена задача о генерации поверхностной волны Гуляева – Блюстейна на малых периодических неоднородностях границы пьезоэлектрика при нормальном падении сдвиговой объемной волны на эту границу. Представляет интерес рассмотреть задачу о генерации волны Гуляева – Блюстейна при наклонном падении объемной волны на неоднородную границу пьезоэлектрика. При наклонном падении можно возбудить одну поверхностную волну, бегущую вправо или влево от неоднородного участка, в то время как при нормальном падении обязательно возбуждаются две поверхностные волны, бегущие в противоположных направлениях. По этой причине при наклонном падении можно получить большее значение коэффициента преобразования объемной волны в поверхностную, чем при нормальном падении. Поскольку в случае наклонного падения период неоднородностей, эффективно преобразующих объемную волну в поверхностную, не совпадает с длиной этой поверхностной волны, то резонансные квадратичные эффекты, отмеченные в работах [1, 2], отсутствуют и расчет генерации можно произвести в линейном приближении по амплитуде неоднородностей. Ниже этот расчет выполнен на основе принципа локальности [3], учитывающего эффект многократного рассеяния.

Сформулируем задачу о преобразовании волн. Пусть пьезоэлектрик класса $C_{6v}(\equiv 6_{mm})$ занимает полупространство $y<0$ и его гексагональная ось совпадает с осью z. Сверху пьезоэлектрик ограничен идеально проводящей заземленной плоскостью $y=0$, имеющей при $|x|<L$ малую инерциальную нагрузку с поверхностной плотностью $\mu(x)$, где $\mu(x)$ – периодическая функция координаты x. Из полупространства на неоднородную границу падает гармоническая сдвиговая объемная волна со смещением

$$u_{\text{пад}}=A\exp[i(\alpha x+\beta x)], \tag{1}$$

где $\alpha>0$, $\beta=\sqrt{k_t^2-\alpha^2}>0$, A и k_t – соответственно амплитуда и волновое число сдвиговой объемной волны. Требуется рассчитать коэффициент преобразования объемной волны в поверхностную волну Гуляева – Блюстейна и исследовать зависимость этого коэффициента от угла падения объемной волны, формы неоднородностей и длины неоднородного участка. Расчет и исследование выполним для неоднородностей с периодами $\Lambda_1=2\pi/(\xi-\alpha)$ и $\Lambda_2=2\pi/(\xi+\alpha)$, где ξ – волновое число волны Гуляева – Блюстейна в структуре без неоднородностей. Согласно соотношению Брэгга, на этих периодических неоднородностях эффективно возбуждаются поверхностные волны, бегущие соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси x.

При малой инерциальной нагрузке решение задачи преобразования волн получим на основе принципа локальности [3]. Малым параметром является величина ν, равная отношению $\max|\mu|$ к плотности ρ пьезоэлектрика, умноженной на длину поверхностной волны. Будем считать, что выполняется соотношение $\nu \ll K^2$, где K — коэффициент электромеханической связи. Разделим неоднородный участок $(-L, L)$ на элементарные участки ΔX, малые по сравнению с длиной поверхностной волны, и рассчитаем преобразование объемной волны в поверхностную в отдельности на каждом из них. На данном элементарном участке влияние малых неоднородностей на акустоэлектрическое поле заменим действием сторонних источников сдвиговой силы, распределенных по плоскости $y=0$, и вычислим параметры волны Гуляева — Блюстейна, создаваемой этими источниками, при учете ее затухания из-за рассеяния на неоднородностях при распространении от источников до точки наблюдения.

В первом приближении по малому параметру ν при падающем поле, определяемом соотношением (1), получим выражение для плотности источников сдвиговой силы на участке ΔX в виде

$$f(X)=\frac{2\omega^2\beta}{(\beta-iK^2\alpha)}A\mu(X)\exp(i\alpha X), \qquad (2)$$

где ω — частота.

Смещение Δu частиц среды и потенциал $\Delta\Phi$ электрического поля в волне Гуляева — Блюстейна, создаваемой сторонними источниками $f(X)\Delta X$, при учете ее затухания из-за рассеяния на неоднородностях определяются выражениями:

$$\begin{gathered}\Delta u=i\frac{K^2k_t^2}{\rho\omega^2}f(X)\exp\{i[(\xi+i\delta)(L\pm X)+\xi(\pm x-L)]+K^2\xi y\}\Delta X,\\ \Delta\Phi=\frac{e}{\varepsilon}\{1-\exp[(1-K^2)\xi y]\}\Delta u,\end{gathered} \qquad (3)$$

где $e=e_{15}$ — пьезоэлектрическая константа, $\varepsilon=\varepsilon_{11}$ — диэлектрическая проницаемость, δ — коэффициент затухания волны Гуляева — Блюстейна из-за рассеяния на неоднородностях [2], $|x|\geqslant L$. В формуле (3) верхний и нижний знаки выбираются соответственно при $x>L$ и при $x<-L$.

Величины K^2 и ξ^2 получим по формулам $K^2=e^2/\varepsilon(c+e^2/\varepsilon)$, $\xi^2=k_t^2/(1-K^4)=\omega^2\rho/(1-K^4)(c+e^2/\varepsilon)$, где $c=c_{44}$ — модуль упругости.

Сложив поверхностные волны от всех элементарных участков, получим поверхностную волну, возникающую на неоднородной границе пьезоэлектрика при падении на нее объемной волны (1). Смещение и потенциал в генерируемой волне Гуляева — Блюстейна определяются выражениями:

$$\begin{gathered}u(x,y)=i\frac{2K^2k_t^2\beta}{\rho(\beta-iK^2\alpha)}A\int\limits_{-L}^{L}\mu(X)\exp\{i[\alpha\mp(\xi+i\delta)]X\}\times\\ \times dX\exp\{\pm i\xi x+K^2\xi y-\delta L\},\end{gathered} \qquad (4)$$

$$\Phi(x,y)=\frac{e}{\varepsilon}\{1-\exp[(1-K^2)\xi y]\}u(x,y). \qquad (5)$$

Исследуем генерацию волны Гуляева — Блюстейна на неоднородностях с периодом Λ_1. Разделим участок $(-L, L)$ на площадки с длинами, равными Λ_1. Каждая из этих площадок обуславливает поверхностные волны справа и слева от себя. Справа от неоднородного участка $(-L, L)$ волны от всех площадок складываются синфазно и поэтому при большой длине L возникает интенсивная волна Гуляева — Блюстейна. Слева от неоднородного участка волны от разных площадок гасят друг друга и результирующая поверхностная волна обусловлена краевым эффектом; ее амплитуда мала (порядка ν) и осциллирует с возрастанием L.

При $L\gg\Lambda_1$ основной вклад в поверхностную волну справа от неоднородного участка дает пространственная гармоника с волновым числом, равным $(\xi-\alpha)$. Задав эту гармонику в виде $a_1\cos[(\xi-\alpha)x+\varphi_1]$ и выполнив интегрирование в формуле (4), получим выражение

$$u(x,y)=i\frac{2K^2k_t^2\beta}{\rho(\beta-iK^2\alpha)}AD\exp(i\xi x+K^2\xi y+i\varphi_1),\quad x>L, \qquad (6)$$

где

$$D=\frac{a_1}{\delta}\,\mathrm{sh}(\delta L)\exp(-\delta L). \tag{7}$$

Потенциал электрического поля в волне Гуляева – Блюстейна получим по формуле (5).

Коэффициент затухания δ зависит от формы периодических неоднородностей. Обозначим через μ_0 среднее значение поверхностной плотности этих неоднородностей и представим функцию $\mu(x)-\mu_0$ в виде суммы пространственных гармоник

$$\mu(x)-\mu_0=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos[n(\xi-\alpha)x+\varphi_n], \tag{8}$$

где a_n и φ_n – соответственно амплитуда и фаза n-й гармоники. Каждая пространственная гармоника неоднородностей, обуславливающая рассеянный однородный спектр, вносит свой вклад в затухание волны Гуляева – Блюстейна. Обозначим через δ_n коэффициент затухания этой волны из-за рассеяния на n-й гармонике, он пропорционален a_n^2. Коэффициент затухания волны Гуляева – Блюстейна, бегущей вдоль границы с неоднородностями (8), получим по формуле $\delta=\sum\limits_n\delta_n$, где суммирование производится по всем гармоникам, создающим рассеянные однородные спектры.

Синусоидальные неоднородности $\mu(x)-\mu_0=a\cos(Qx)$ обуславливают рассеянный однородный спектр в частотном диапазоне $|Q-\xi|\leqslant k_t$. Согласно результатам работы [2], коэффициент затухания волны Гуляева – Блюстейна из-за рассеяния на этих синусоидальных неоднородностях определяется выражением

$$\delta=\frac{K^2k_t^4a^2}{4\rho^2}\,\frac{\sqrt{k_t^2-(Q-\xi)^2}}{\{k_t^2-(1-K^4)(Q-\xi)^2\}}. \tag{9}$$

Он принимает максимальное значение, равное $k_t^3a^2/8\rho^2$, при $|Q-\xi|=$ $=k_t(1-K^4/2)$.

Полагая в формуле (9) $a=a_n$, $Q=n(\xi-\alpha)$, получим величину δ_n. Например, коэффициент затухания волны Гуляева – Блюстейна на основной (первой) пространственной гармонике

$$\delta_1=\frac{K^2k_t^4a_1^2}{4\rho^2}\,\frac{\beta}{(\beta^2+K^4\alpha^2)}. \tag{10}$$

Рассчитаем коэффициент преобразования объемной волны в поверхностную. Поток энергии в объемной волне (1) через участок $(-L, L)$ границы $Q_{\text{пад}}=\omega\beta(c+e^2/\varepsilon)|A|^2L$. Поток энергии в генерируемой поверхностной волне (6) определяется выражением $Q=\dfrac{\omega}{4K^2}(c+e^2/\varepsilon)|B|^2$, где B – комплексная амплитуда этой волны, равная

$$i\frac{2K^2k_t^2\beta}{\rho(\beta-iK^2\alpha)}AD\exp(i\varphi_1).$$

Коэффициент преобразования объемной волны в поверхностную получим по формуле

$$\eta=\frac{Q}{Q_{\text{пад}}}=\frac{K^2k_t^4\beta}{\rho^2(\beta^2+K^4\alpha^2)}\,\frac{a_1^2}{\delta}\,\frac{\mathrm{sh}^2(\delta L)}{(\delta L)}\exp(-2\delta L).$$

Анализ этой формулы показывает, что наиболее эффективное преобразование волн происходит при длине $2L$ неоднородного участка, равной $1{,}2/\delta$. Оптимальный коэффициент преобразования

$$\eta_0=0{,}2\frac{K^2k_t^4\beta}{\rho^2(\beta^2+K^4\alpha^2)}\,\frac{a_1^2}{\delta}. \tag{11}$$

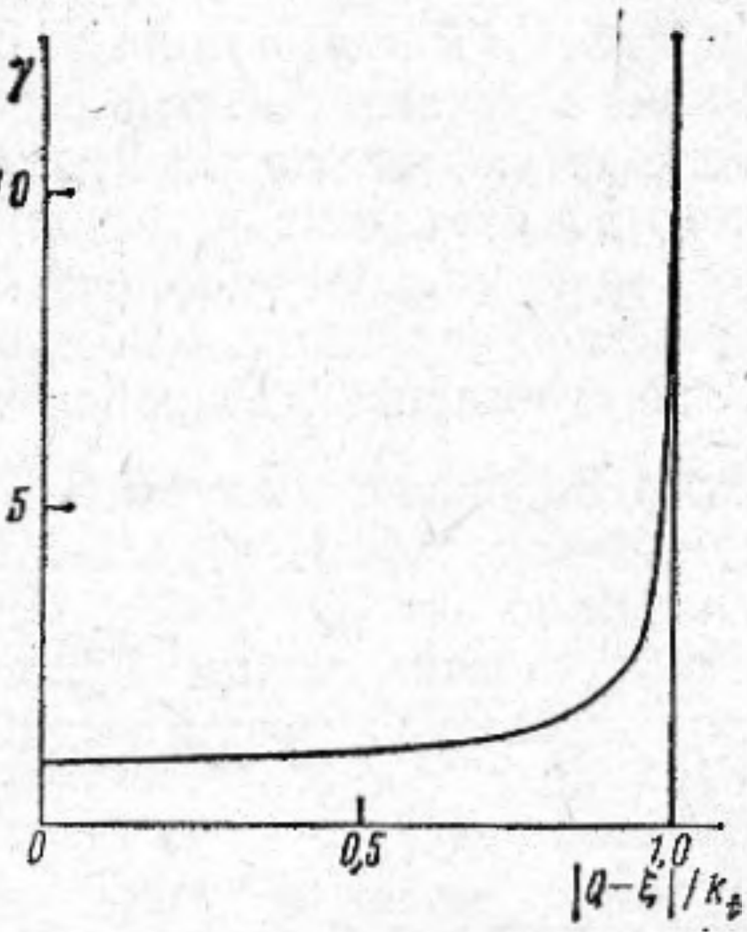
Из формулы (11) при учете соотношения (10) получим, что для чисто синусоидальных неоднородностей оптимальный коэффициент преобразования не зависит от их амплитуды и равен 0,8.

Формулу (11) можно преобразовать к виду $\eta_0=0{,}8/\chi$, где

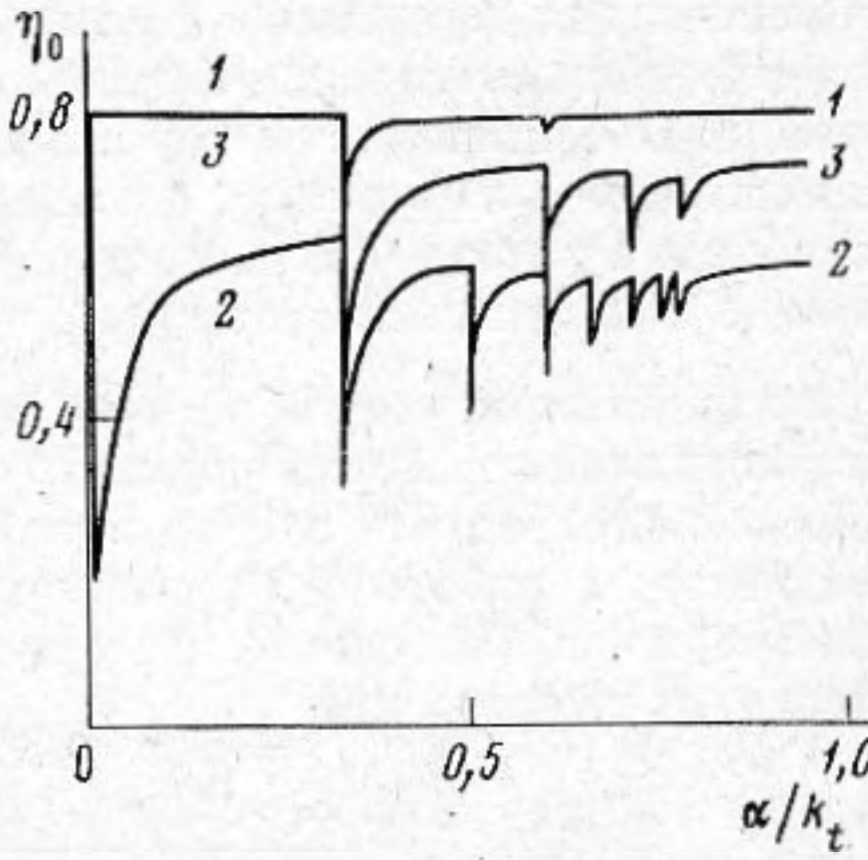
$$\chi=\delta/\delta_1=\sum_n \delta_n/\delta_1\geqslant 1 \tag{12}$$

Безразмерная величина χ характеризует влияние формы периодических неоднородностей на преобразование объемной волны в поверхностную.

Исследуем эффективность преобразования волн на неоднородной границе в зависимости от угла падения объемной волны и от формы неоднородностей. Параметры пьезоэлектрика выберем следующими: $\omega/k_t=3\cdot10^3$ м/с, $K^2=0{,}04$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость нормированного коэффициента затухания волны Гуляева-Блюстейна от величины $|Q-\xi|/k_t$

Фиг. 2. Зависимости оптимального коэффициента преобразования от величины α/k_t при различной форме периодических неоднородностей

На фиг. 1 приведен график нормированного коэффициента затухания волны Гуляева – Блюстейна, бегущей вдоль границы с синусоидальными неоднородностями $\mu(x)-\mu_0=a\cos(Q\ x)$. По оси ординат отложена величина $\gamma=4\rho^2\delta/K^2k_t^3a^2$, по оси абсцисс – величина $|Q-\xi|/k_t$. При помощи этого графика можно определить коэффициент затухания волны Гуляева – Блюстейна из-за ее рассеяния на любой пространственной гармонике неоднородностей. В самом деле, положим $a=a_n$, $Q=n(\xi-\alpha)$ и тогда на графике сразу получим величину $\gamma_n=4\rho^2\delta_n/K^2k_t^3a_n^2$.

Влияние формы неоднородностей на эффективность преобразования волн характеризуется коэффициентом χ, определяемым по формуле (12). Эту формулу можно представить в виде $\chi=\sum\limits_n(a_n/a_1)^2\gamma_n/\gamma_1$, где величина γ_n определяется при помощи графика, приведенного на фиг. 1.

На фиг. 2 даны зависимости оптимального коэффициента преобразования $\eta_0=0{,}8/\chi$ от величины α/k_t, характеризующей угол падения объемной волны, для границы с пилообразными неоднородностями. Кривая *1* соответствует «пиле с симметричными треугольными зубцами» $(a_n/a_1=1/2n^2[1+(-1)^{n+1}])$, кривая *2* – «пиле с несимметричными треугольными зубцами» $(a_n/a_1=1/n)$, кривая *3* – «пиле с прямоугольными зубцами» $(a_n/a_1=1/2n[1+(-1)^{n+1}])$. В узком интервале $0<\alpha<(\xi-k_t)/2$ затухание волны Гуляева – Блюстейна обусловлено ее рассеянием только на основной (первой) гармонике неоднородностей и оптимальный коэффициент преобразования равен 0,8 для неоднородностей любой формы. Для симметричных неоднородностей, не содержащих четных гармоник, коэффициент η_0 равен 0,8 в более широком интервале $0<\alpha<(2\xi-k_t)/3$. При $\alpha>(2\xi-k_t)/3$ третья и другие высшие гармоники неоднородностей вносят свой вклад в затухание поверхностной волны. Изломы кривых происходят при значениях α, удовлетворяющих соотношению

$$|n(\xi-\alpha)-\xi|=k_t(1-K^4/2), \tag{13}$$

где n — целое число. Эти изломы вызваны тем, что при выполнении соотношения (13) парциальный коэффициент затухания δ_n, обусловленный рассеянием волны Гуляева — Блюстейна на n-й гармонике неоднородностей, имеет острый максимум. Поскольку отношение амплитуд a_n/a_1 для «пилы с несимметричными треугольными зубцами» больше, чем для «пилы с прямоугольными зубцами» и для «пилы с симметричными треугольными зубцами», то кривая *2* лежит ниже кривых *3* и *1*.

Аналогичным способом можно исследовать генерацию волны Гуляева — Блюстейна на неоднородностях с периодом $\Lambda_2=2\pi/(\xi+\alpha)$. При падающем поле, определяемом выражением (1), эти неоднородности обуславливают интенсивную поверхностную волну, бегущую в отрицательном направлении оси x, при этом не возникают рассеянные спектры, уносящие звуковую энергию от границы. Расчет показывает, что оптимальное преобразование объемной волны в поверхностную происходит при длине неоднородного участка, равной $1{,}2/\delta$, где $\delta=\delta_1$ — коэффициент затухания поверхностной волны из-за рассеяния на неоднородностях. Он определяется по формуле (10), где a_1 — амплитуда основной (первой) гармоники. Оптимальный коэффициент преобразования η_0 равен 0,8 для неоднородностей любой формы.

Все полученные результаты не применимы в интервале $0<\alpha/k_t\lesssim\nu^2$, т. е. при нормальном падении объемной волны и близком к нему. Согласно результатам работ [1, 2], при расчете преобразования волн на неоднородностях с периодом, равным или близким длине поверхностной волны, необходимо учитывать и квадратичные эффекты по малому параметру ν.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Взаимное преобразование сдвиговых объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенной поверхности твердого тела.– Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, № 9, с. 563–566.
2. *Лапин А. Д.* Взаимное преобразование сдвиговых поверхностных и объемных волн на периодических неоднородностях границы твердого тела.– Акуст. ж., 1981, т. 27, № 5, с. 767–773.
3. *Урусовский И. А.* О принципе локальности в теории рассеяния волн на неровных поверхностях.– В кн.: VI Всес. акуст. конф., М.: 1968, A'V9.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11.I.1982