

УДК 534.232:539.1.04

ГЕНЕРАЦИЯ ЗВУКА В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ ПРОНИКАЮЩИМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Лямшев Л. М., Челмоков Б. И.

Теоретически исследовано дальнейшее звуковое поле, генерируемое в твердом однородном и изотропном полупространстве импульсами проникающего излучения. Проанализированы спектральные и временные зависимости звуковых импульсов, обусловленных продольными и поперечными волнами, от характерных параметров задачи.

Поглощение различных видов проникающего излучения (например, лазерных импульсов или пучка частиц, полученных из ускорителя) в твердом теле вызывает генерацию звуковых волн. Механизмы этого процесса могут быть различными. Однако в случае умеренных плотностей энергии излучения, при которых не происходит изменения агрегатного состояния вещества и механического разрушения твердого тела, основную роль, по видимому, играет тепловой механизм: генерация звуковых волн обусловлена тепловым расширением твердого тела.

Пусть на границу твердого полупространства  $z > 0$  из воздуха падает вдоль оси  $z$  импульс проникающего излучения. В линейном приближении для случая теплового механизма генерации звука имеем следующие уравнения, описывающие звуковое поле в твердом теле [1]:

$$\left( \Delta^2 - \frac{1}{c_l^2} \Delta \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{\kappa} \Delta \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\kappa c_l^2} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \right) \Phi = - \frac{(3-4/n^2) \alpha W}{\kappa c_e \rho},$$

$$\left( \Delta - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi = 0,$$
(1)

где вектор смещения твердого тела  $\mathbf{U} = \text{grad } \Phi + \text{rot } \Psi$ ,  $c_l$  и  $c_t$  — соответственно скорости распространения продольных и поперечных звуковых волн,  $n = c_l/c_t$ ,  $\alpha$  — коэффициент линейного теплового расширения,  $\kappa$  — коэффициент температуропроводности,  $c_e$  — теплоемкость единицы массы твердого тела при постоянной деформации,  $\rho$  — плотность твердого тела,  $W$  — тепловая энергия, выделяемая в единицу времени в единице объема, определяемая выражением:

$$W(x, y, z, t) = \mu H(x, y) e^{-\mu z} f(t).$$
(2)

В выражении (2)  $\mu$  — коэффициент поглощения проникающего излучения в твердом теле,  $H(x, y)$  — интенсивность излучения на границе с учетом коэффициента прохождения излучения через эту границу,  $f(t)$  — функция времени, определяющая форму импульса излучения так, что  $\max f(t) = 1$ . Кроме того, на эту функцию наложено весьма естественное ограничение, заключающееся в существовании интегралов и сходимости рядов, получаемых в процессе решения задачи. Считая для определенности  $H(x, y) = H_0 e^{-(x^2+y^2)/a^2}$ , где  $a$  — характерный радиус пучка излучения, можно показать, что в силу симметрии задачи от векторного потенциала  $\Psi$  остается лишь одна компонента, которую в дальнейшем будем обозначать просто  $\Psi$ .

Пользуясь преобразованием Фурье по времени, получим из уравнений (1):



$$\left(\Delta^2 + \frac{\omega^2}{c_l^2} \Delta + \frac{i\omega}{\kappa} \Delta + \frac{i\omega^3}{\kappa c_l^2}\right) \Phi_\omega = - \frac{(3-4/n^2)\alpha}{\kappa c_e \rho} \mu H_0 e^{-(x^2+y^2)/a^2} e^{-\mu z} F(\omega),$$

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c_l^2}\right) \Psi_\omega = 0, \quad (3)$$

где  $\omega$  — круговая частота,  $p_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} p \exp(i\omega t) dt$  — фурье-образ функции  $p$ ,

$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt$  — спектр импульса проникающего излучения.

Решение уравнений (3) может быть написано на основании принципа взаимности [2] в следующем виде:

$$\Phi_\omega(x, y, z) = \int_{\Omega_1} g(x, y, z; x_1, y_1, z_1) \left[ - \frac{(3-4/n^2)\alpha}{\kappa c_e \rho} \mu H_0 \times \right. \\ \left. \times e^{-(x_1^2+y_1^2)/a^2} e^{-\mu z_1} F(\omega) \right] d\Omega_1; \quad (4)$$

$$\Psi_\omega(x, y, z) = \int_{\Omega_1} h(x, y, z; x_1, y_1, z_1) \left[ - \frac{(3-4/n^2)\alpha}{\kappa c_e \rho} \mu H_0 \times \right. \\ \left. \times e^{-(x_1^2+y_1^2)/a^2} e^{-\mu z_1} F(\omega) \right] d\Omega_1,$$

где  $g$  и  $h$  — решения дифракционной задачи о поле точечного источника, расположенного в точке  $x, y, z$ , где необходимо определить звуковое поле, обусловленное проникающим излучением;  $\Omega_1$  — объем, занятый тепловыми источниками звука, обусловленными действием проникающего излучения.

Считая, что точка наблюдения  $x, y, z$  находится в дальней зоне, выражения для  $g$  и  $h$  можно записать в следующем виде:

$$g(x, y, z; x_1, y_1, z_1) = - \left( \frac{\omega^2}{c_l^2} - \frac{i\omega}{\kappa} \right)^{-1} \frac{e^{i\frac{\omega}{c_l} R}}{4\pi R} \times \\ \times [e^{-ik_{lx}x_1 - ik_{ly}y_1 - ik_{lz}z_1} + V_1(\theta) e^{-ik_{lx}x_1 - ik_{ly}y_1 + ik_{lz}z_1}], \quad (5)$$

$$h(x, y, z; x_1, y_1, z_1) = - \left( \frac{\omega^2}{c_l^2} - \frac{i\omega}{\kappa} \right)^{-1} \frac{e^{i\frac{\omega}{c_l} R}}{4\pi R} V_2(\theta) \times \\ \times e^{-ik_{lx}x_1 - ik_{ly}y_1 + ik_{lz}(1/n^2 - \sin^2\theta)^{1/2} z_1},$$

где  $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$  — расстояние от начала координат до точки наблюдения  $x, y, z$ ;  $k_{lx}, k_{ly}, k_{lz}$  — компоненты волнового вектора плоской продольной волны соответственно по осям  $x, y$  и  $z$ , направленные из начала координат в точку наблюдения  $x, y, z$  ( $k_l = \omega/c_l$ );  $V_1(\theta)$  — коэффициент отражения плоской продольной волны при падении на границу плоской продольной волны;  $k_{lx}, k_{ly}$  — компоненты волнового вектора плоской поперечной волны соответственно по осям  $x$  и  $y$ , направленные из начала координат в точку наблюдения  $x, y, z$  ( $k_t = \omega/c_t$ );  $V_2(\theta)$  — коэффициент отражения плоской поперечной волны при падении на границу плоской продольной волны,  $\theta$  — угол между осью  $z$  и направлением на точку наблюдения  $x, y, z$ .

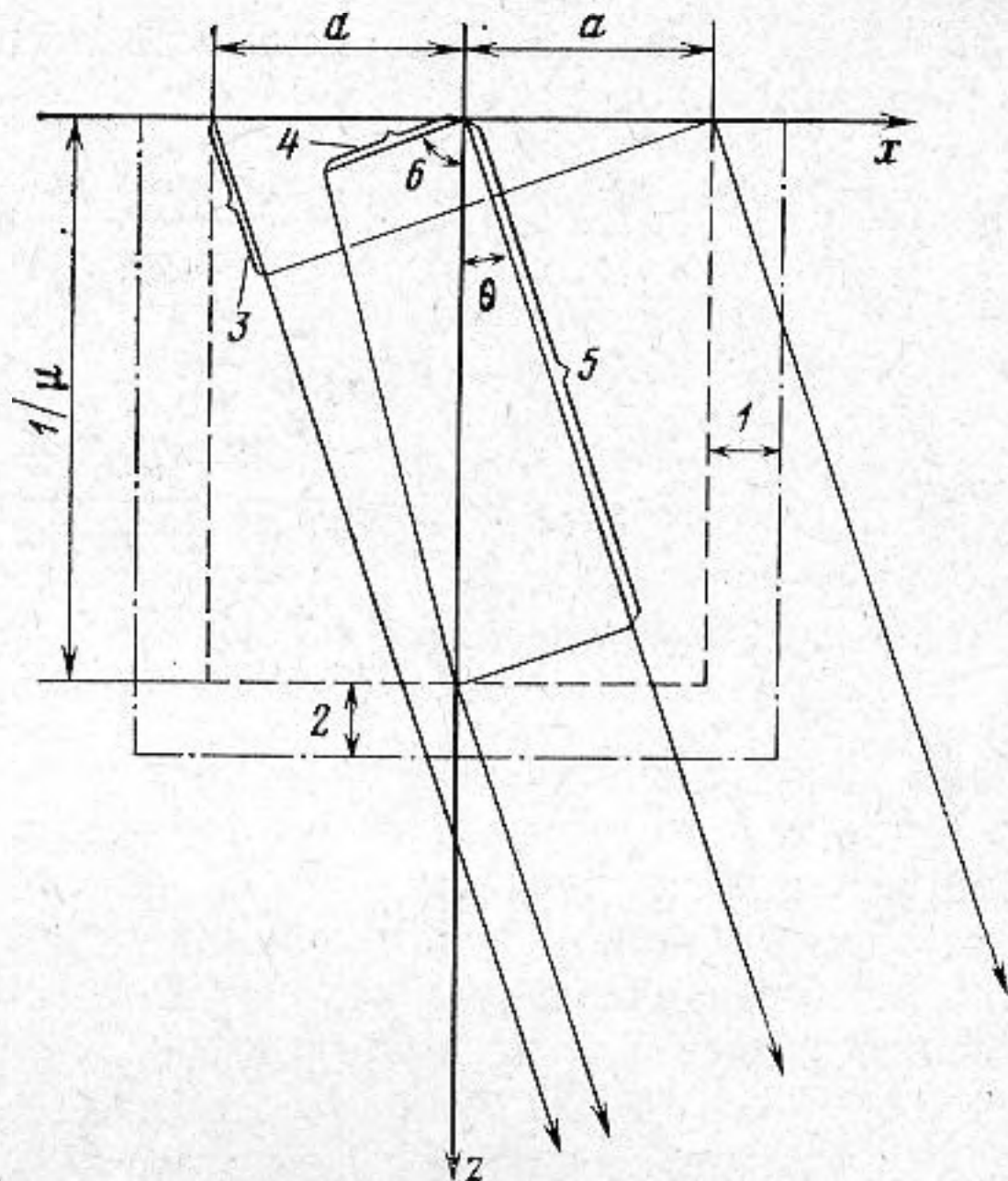
Интегрируя равенства (4) с учетом выражений (5), получаем:

$$\Phi_\omega = - \frac{(3-4/n^2)\alpha a^2 H_0}{4c_e \rho} \frac{1 - i\omega\tau_\kappa}{1 + \omega^2\tau_\kappa^2} \frac{e^{i\frac{\omega}{c_l} R}}{R} \frac{e^{-\omega^2\tau_a^2/4}}{\omega(1 + \omega^2\tau_\mu^2)} \times \\ \times \{\omega\tau_\mu [1 - V_1(\theta)] + i[1 + V_1(\theta)]\} F(\omega), \quad (6)$$



$$\Psi_{\omega} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{4c_e \rho} \frac{1 - i\omega\tau_{\kappa}}{1 + \omega^2\tau_{\kappa}^2} e^{i\frac{\omega}{c_l} R} \frac{e^{-\omega^2 n^2 \tau_a^2 / 4}}{\omega(1 + \omega^2\tau_v^2)} \times \\ \times (i - \omega\tau_v) F(\omega) V_2(\theta),$$

где  $\tau_{\mu} = \cos \theta / \mu c_l$ ,  $\tau_v = \sqrt{1/n^2 - \sin^2 \theta} / \mu c_l$  и  $\tau_a = a \sin \theta / c_l$  — характерные времена запаздывания звуковых волн от элементарных тепловых источников в вертикальном и горизонтальном сечениях области генерации звука;  $\tau_{\kappa} = \kappa / c_l^2$  — характерное время, составленное из коэффициента температуропроводности и скорости распространения продольных звуковых волн и определяющее дополнительное запаздывание звуковых волн при «расплывании» термоакустической антенны за счет теплопроводности (фиг. 1).



Фиг. 1. Характерные масштабы задачи о генерации звука. 1, 2, 3, 4, 5 — характерные размеры, где 1 —  $c_l \tau_{\kappa}$ , 2 —  $c_l \tau_{\kappa}$ , 3 —  $2c_l \tau_a$ , 4 —  $c_l \tau_v$ , 5 —  $c_l \tau_{\mu}$ ; 6 — угол падения продольной волны  $\arcsin [n \sin \theta]$

Рассмотрение звуковых полей в твердом теле удобно проводить в терминах компонент тензора напряжений. Можно показать, что в рассматриваемом случае фактически независимыми являются лишь компоненты  $\sigma_{RR} = \rho c_l^2 \partial^2 \Phi / \partial R^2$  и  $\sigma_{R\theta} = \rho c_l^2 \partial^2 \Psi / \partial R^2$  ( $R$  и  $\theta$  — сферические координаты), обусловленные соответственно продольными и поперечными волнами. Переходя от потенциалов  $\Phi$  и  $\Psi$  к компонентам тензора напряжений  $\sigma_{RR}$  и  $\sigma_{R\theta}$  и используя известные выражения для коэффициентов отражения  $V_1(\theta)$  и  $V_2(\theta)$  в случае свободной границы [3]

$$V_1(\theta) = \frac{2 \sin \theta \sin 2\theta (n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2} - (n^2 - 2 \sin^2 \theta)^2}{2 \sin \theta \sin 2\theta (n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2} + (n^2 - 2 \sin^2 \theta)^2} \\ V_2(\theta) = \frac{-4n \sin \theta \cos 2\theta (1 - n^2 \sin^2 \theta)^{1/2}}{2 \sin \theta \sin 2\theta (1 - n^2 \sin^2 \theta)^{1/2} + n \cos^2 2\theta} \quad (7)$$

получаем для компонент тензора напряжений  $\sigma_{RR}$  и  $\sigma_{R\theta}$  с помощью обратного преобразования Фурье:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{8\pi c_e R} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega e^{-\omega^2 \tau_a^2 / 4} e^{i\omega \left( \frac{R}{c_l} - t \right)}}{(1 + \omega^2 \tau_{\kappa}^2)(1 + \omega^2 \tau_{\mu}^2)} \times \\ \times (1 - i\omega\tau_{\kappa}) [\omega\tau_{\mu} K(\theta) + iM(\theta)] F(\omega) d\omega, \quad (8)$$



$$\sigma_{R\theta} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{8\pi c_e R} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega e^{-\omega^2 n^2 \tau_a^2/4} e^{i\omega \left(\frac{R}{c_l} - t\right)}}{(1 + \omega^2 \tau_x^2)(1 + \omega^2 \tau_v^2)} \times \\ \times (1 - i\omega \tau_x)(i - \omega \tau_v) F(\omega) V_2(\theta) d\omega,$$

где  $K(\theta) = 1 - V_1(\theta)$ ,  $M(\theta) = 1 + V_1(\theta)$ .

Выражения (8) являются исходными для дальнейшего анализа.

Найдем теперь характерные особенности акустического поля, не задаваясь конкретной формой импульса проникающего излучения или его спектра. Пусть  $\tau$  — длительность импульса излучения, определяемая некоторым образом, например по спаданию огибающей импульса, по доле заключенной в нем энергии и т. д.

Представим интегралы в выражениях (8) в виде суммы двух интегралов:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{8\pi c_e R} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 \tau_a^2/4} F(\omega) e^{i\omega \left(\frac{R}{c_l} - t\right)} \frac{\tau_x^2}{\tau_x^2 - \tau_\mu^2} \times \right. \\ \times \frac{1}{1 + \tau_x^2 \omega^2} \left\{ i \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_x} K(\theta) \right] \omega - \frac{1}{\tau_x} \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_x} K(\theta) \right] \right\} d\omega + \\ \left. + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 \tau_a^2/4} F(\omega) e^{i\omega \left(\frac{R}{c_l} - t\right)} \frac{\tau_\mu^2}{\tau_\mu^2 - \tau_x^2} \frac{1}{1 + \tau_\mu^2 \omega^2} \left\{ i \left[ M(\theta) + \frac{\tau_x}{\tau_\mu} K(\theta) \right] \omega - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\tau_\mu} \left[ K(\theta) + \frac{\tau_x}{\tau_\mu} M(\theta) \right] \right\} d\omega \right\}, \quad (9)$$

$$\sigma_{R\theta} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{8\pi c_e R} V_2(\theta) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 n^2 \tau_a^2/4} F(\omega) e^{i\omega \left(\frac{R}{c_l} - t\right)} \times \right. \\ \times \frac{\tau_x^2}{\tau_x^2 - \tau_v^2} \frac{1}{1 + \tau_x^2 \omega^2} \left[ i \left( 1 - \frac{\tau_v}{\tau_x} \right) \omega - \frac{1}{\tau_x} \left( 1 - \frac{\tau_v}{\tau_x} \right) \right] d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 n^2 \tau_a^2/4} \times \\ \times F(\omega) e^{i\omega \left(\frac{R}{c_l} - t\right)} \frac{\tau_v^2}{\tau_v^2 - \tau_x^2} \frac{1}{1 + \tau_v^2 \omega^2} \left[ i \left( 1 - \frac{\tau_x}{\tau_v} \right) \omega - \frac{1}{\tau_v} \left( \frac{\tau_x}{\tau_v} - 1 \right) \right] d\omega \right\}.$$

В подынтегральных выражениях (9) спектральную ширину входящих в них функций можно определить следующим образом: для спектра импульса излучения  $F(\omega)$  верхняя граничная частота  $\omega = c_l/\tau$ , для экспоненциальных функций  $e^{-\omega^2 \tau_a^2/4}$  и  $e^{-\omega^2 n^2 \tau_a^2/4}$  верхние граничные частоты соответственно  $\omega = c_2/\tau_2$  и  $\omega = c_2/n\tau_a$ , для рациональных функций  $1/(1 + \tau_x^2 \omega^2)$ ,  $1/(1 + \tau_\mu^2 \omega^2)$ ,  $1/(1 + \tau_v^2 \omega^2)$  верхние граничные частоты соответственно  $\omega = c_3/\tau_x$ ,  $\omega = c_3/\tau_\mu$ ,  $\omega = c_3/\tau_v$ , где  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  — константы, зависящие от способа определения ширины спектра. Таким образом, в зависимости от соотношения характерных времен задачи ( $\tau$ ,  $\tau_a$ ,  $\tau_\mu$ ,  $\tau_v$ ,  $\tau_x$ ) та или иная подынтегральная функция определяет характер спада спектра спектральной плотности.

Анализ полученных выше выражений проведем сначала для компоненты тензора напряжений  $\sigma_{RR}$ , обусловленной продольными волнами.

Рассмотрим предельные соотношения  $\tau \gg \tau_a$  и  $\tau \ll \tau_a$ , которые означают, что время запаздывания продольных звуковых волн от элементарных источников в поперечном сечении области генерации звука очень мало или очень велико соответственно по сравнению с длительностью импульса излучения.

Пусть  $\tau \gg \tau_a$ . При этом условии на отрезке оси частот, где спектр импульса излучения существенен, экспоненту  $e^{-\omega^2 \tau_a^2/4}$  в первом выражении (9) можно считать единицей и представить его приближенно в следующем виде:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{8\pi c_e R} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega \left(\frac{R}{c_l} - t\right)} \frac{\tau_x^2}{\tau_x^2 - \tau_\mu^2} \frac{1}{1 + \tau_x^2 \omega^2} \times \right.$$



$$\begin{aligned} & \times \left\{ i \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] \omega - \frac{1}{\tau_\kappa} \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] \right\} d\omega + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega \left( \frac{R}{c_l} - t \right)} \frac{\tau_\mu^2}{\tau_\mu^2 - \tau_\kappa^2} \frac{1}{1 + \tau_\mu^2 \omega^2} \left\{ i \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\kappa}{\tau_\mu} K(\theta) \right] \omega - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\tau_\mu} \left[ K(\theta) + \frac{\tau_\kappa}{\tau_\mu} M(\theta) \right] \right\} d\omega \Big\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Два интеграла, входящие в выражение (10), можно оценить для случаев: а)  $\tau \gg \tau_\mu, \tau \gg \tau_\kappa$ ; б)  $\tau \ll \tau_\mu, \tau \ll \tau_\kappa$ ; в)  $\tau \ll \tau_\mu, \tau \gg \tau_\kappa$ ; г)  $\tau \gg \tau_\mu, \tau \ll \tau_\kappa$ .

а) Если  $\tau \gg \tau_\mu, \tau \gg \tau_\kappa$ , то скорость спада спектральной плотности в обоих интегралах (10) определяет спектр импульса излучения  $F(\omega)$ . Рациональные функции можно при этом разложить в ряд и проинтегрировать. Считая, как это было оговорено выше, что ряд сходится, и ограничиваясь при этом первыми двумя членами ряда, получим следующее выражение:

$$\sigma_{RR} = - \frac{(3-4/n^2) \alpha a^2 H_0}{4c_e R} [M(\theta) f'(t-R/c_l) + \tau_\mu K(\theta) f''(t-R/c_l)]. \quad (11)$$

Из выражения (11) видно, что в этом случае форма звукового импульса зависит от огибающей импульса проникающего излучения и от параметра  $\tau_\mu$ . Здесь необходимо сделать замечание относительно того, почему в формуле (11) нельзя ограничиться первым слагаемым, а необходимо учитывать также и второе слагаемое. Дело в том, что величины  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$  зависят как от угла наблюдения  $\theta$ , так и от параметра  $n$ , изменяясь при этом от нуля до двух, причем их взаимное отношение при некоторых углах наблюдения  $\theta$  может достигать очень больших величин. Так, например, при малых углах наблюдения  $\theta$  величина  $M(\theta)$  стремится к нулю, а величина  $K(\theta)$  стремится к двум.

б) Если  $\tau \ll \tau_\mu, \tau \ll \tau_\kappa$ , то скорость спада спектральной плотности в обоих интегралах (10) определяют рациональные функции. Спектр импульса излучения  $F(\omega)$  при этом может быть приближенно заменен константой:

$$F(\omega) = \int_0^\tau f(t) \exp(i\omega t) dt \approx \int_0^\tau f(t) dt = s \quad (12)$$

(здесь  $s$  — «площадь» импульса излучения). После этого выражение для компоненты тензора напряжений  $\sigma_{RR}$  принимает вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{RR} = & \frac{(3-4/n^2) \alpha a^2 H_0 s}{8c_e R} \left\{ \left\{ \frac{1}{\tau_\kappa^2 - \tau_\mu^2} \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] \times \right. \right. \\ & \times \left[ \text{sign} \left( t - \frac{R}{c_l} \right) - 1 \right] e^{-|t-R/c_l|/\tau_\kappa} + \frac{1}{\tau_\mu^2 - \tau_\kappa^2} \left\{ \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\kappa}{\tau_\mu} K(\theta) \right] \text{sign} \times \right. \\ & \left. \left. \times \left( t - \frac{R}{c_l} \right) - K(\theta) - \frac{\tau_\kappa}{\tau_\mu} M(\theta) \right\} e^{-|t-R/c_l|/\tau_\mu} \right\} \Big\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из выражения (13) видно, что в этом случае форма звукового импульса зависит от соотношения характерных времен  $\tau_\mu$  и  $\tau_\kappa$  и не зависит от огибающей импульса излучения. Если при этом выполняется еще и условие  $\tau_\mu \gg \tau_\kappa$ , то выражение (13) упрощается до следующей формы:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3-4/n^2) \alpha a^2 H_0 s}{8c_e R \tau_\mu^2} \{ M(\theta) \text{sign}(t-R/c_l) - K(\theta) \} e^{-|t-R/c_l|/\tau_\mu}. \quad (13a)$$

Если же выполняется условие  $\tau_\kappa \gg \tau_\mu$ , то выражение (13) при этом упрощается так:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3-4/n^2) \alpha a^2 H_0 s}{8c_e R \tau_\kappa^2} \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] [\text{sign}(t-R/c_l) - 1] e^{-|t-R/c_l|/\tau_\kappa}. \quad (13b)$$



в) Если  $\tau \ll \tau_\mu$ ,  $\tau \gg \tau_\kappa$ , то скорость спадающей спектральной плотности в первом интеграле (10) определяется спектром импульса излучения, а во втором — рациональной функцией. Разлагая при этом рациональную функцию в первом интеграле в ряд, а во втором — заменяя спектр импульса излучения константой, получим в результате интегрирования

$$\sigma_{RR} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{8c_\epsilon R \tau_\mu} \left\{ 2K(\theta) f(t - R/c_l) + \frac{s}{\tau_\mu} [M(\theta) \operatorname{sign}(t - R/c_l) - K(\theta)] e^{-|t - R/c_l|/\tau_\mu} \right\}, \quad (14)$$

При этом звуковой импульс практически определяется формой импульса излучения с некоторой малой добавкой, пропорциональной малому параметру  $\tau/\tau_\mu$ .

г) Если  $\tau \gg \tau_\mu$ ,  $\tau \ll \tau_\kappa$ , то скорость спадающей спектральной плотности в первом интеграле (10) определяется рациональной функцией, а во втором — спектром импульса излучения. Заменяя при этом в первом интеграле спектр импульса излучения константой, а во втором — разлагая рациональную функцию в ряд, в результате интегрирования получим:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0}{8c_\epsilon R \tau_\kappa^2} \left\{ s \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] [\operatorname{sign}(t - R/c_l) - 1] \times \right. \\ \left. \times e^{-|t - R/c_l|/\tau_\kappa} - 2 [\tau_\mu K(\theta) + \tau_\kappa M(\theta)] f(t - R/c_l) \right\}. \quad (15)$$

При этом форма звукового импульса определяется как формой импульса излучения, так и соотношением характерных параметров  $\tau_\mu$  и  $\tau_\kappa$ , а также величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$ .

Таким образом, в рассмотренном случае импульсов проникающего излучения, длинных по сравнению с характерным временем  $\tau_a$ , форма звукового импульса, обусловленного продольными волнами, не зависит от характерного времени  $\tau_a$  и определяется либо формой импульса излучения, либо отношением характерных времен  $\tau_\mu$  и  $\tau_\kappa$ , либо и тем и другим.

Рассмотрим теперь противоположный случай  $\tau \ll \tau_a$ . При этом условии спектральная плотность ограничена частотами  $\omega < 1/\tau_a$  и, следовательно,  $\omega\tau < \tau/\tau_a \ll 1$ . Поэтому оказывается справедливым представление (12), и выражение для компоненты тензора напряжений  $\sigma_{RR}$  принимает вид:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0 s}{8\pi c_\epsilon R} \left\{ \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 \tau_a^2/4} e^{i\omega \left( \frac{R}{c_l} - t \right)} \frac{\tau_\kappa^2}{\tau_\kappa^2 - \tau_\mu^2} \times \right. \right. \\ \times \frac{1}{1 + \tau_\kappa^2 \omega^2} \left\{ i \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] \omega - \frac{1}{\tau_\kappa} \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] \right\} d\omega + \\ \left. \left. + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2 \tau_a^2/4} e^{i\omega \left( \frac{R}{c_l} - t \right)} \frac{\tau_\mu^2}{\tau_\mu^2 - \tau_\kappa^2} \frac{1}{1 + \tau_\mu^2 \omega^2} \left\{ i \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\kappa}{\tau_\mu} K(\theta) \right] \omega - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\tau_\mu} \left[ K(\theta) + \frac{\tau_\kappa}{\tau_\mu} M(\theta) \right] \right\} d\omega \right\}. \quad (16)$$

Выражение (16) можно легко проинтегрировать:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3 - 4/n^2) \alpha a^2 H_0 s}{8c_\epsilon R} \left\{ \frac{1}{\tau_\mu^2 - \tau_\kappa^2} e^{\frac{\tau_a^2}{4\tau_\kappa^2}} \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] e^{\frac{t - R/c_l}{\tau_\kappa}} \times \right. \\ \times \operatorname{Erfc} \left( \frac{\tau_a}{2\tau_\kappa} + \frac{t - R/c_l}{\tau_a} \right) + \frac{1}{\tau_\mu^2 - \tau_\kappa^2} e^{\frac{\tau_a^2}{4\tau_\mu^2}} \left[ V_1(\theta) (1 - \tau_\kappa/\tau_\mu) e^{-\frac{t - R/c_l}{\tau_\mu}} \times \right. \\ \left. \times \operatorname{Erfc} \left( \frac{\tau_a}{2\tau_\mu} - \frac{t - R/c_l}{\tau_a} \right) - \left( 1 + \frac{\tau_\kappa}{\tau_\mu} \right) e^{\frac{t - R/c_l}{\tau_\mu}} \operatorname{Erfc} \left( \frac{\tau_a}{2\tau_\mu} + \frac{t - R/c_l}{\tau_a} \right) \right] \right\}, \quad (17)$$



где  $\text{Erfc}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt$  — дополнительная функция ошибок.

Таким образом, как видно из формулы (17), в случае  $\tau \ll \tau_a$  форма звукового импульса, обусловленного продольными волнами, не зависит от формы импульса излучения и определяется только соотношениями между собой характерных времен  $\tau_a$ ,  $\tau_\mu$  и  $\tau_\kappa$ .

Выражение (17) значительно упрощается в четырех предельных случаях: д)  $\tau_a \gg \tau_\mu$ ,  $\tau_a \gg \tau_\kappa$ ; е)  $\tau_a \ll \tau_\mu$ ,  $\tau_a \ll \tau_\kappa$ ; ж)  $\tau_a \ll \tau_\mu$ ,  $\tau_a \gg \tau_\kappa$ ; з)  $\tau_a \gg \tau_\mu$ ,  $\tau_a \ll \tau_\kappa$ .

д) Если  $\tau_a \gg \tau_\mu$ ,  $\tau_a \gg \tau_\kappa$ , то скорость спада спектральной плотности в выражении (16) определяет экспоненциальная функция. При этом рациональные функции можно разложить в ряд и ограничиться первыми двумя членами разложения. В результате интегрирования получаем:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3-4/n^2)\alpha a^2 H_0 s}{2\sqrt{\pi} c_l R \tau_a^3} e^{-(t-R/c_l)^2/\tau_a^2} \left\{ (t-R/c_l) M(\theta) + [1 - 2(t-R/c_l)^2/\tau_a^2] \tau_\mu K(\theta) \right\}. \quad (18)$$

В этом случае форма звукового импульса определяется как соотношением характерных времен  $\tau_a$  и  $\tau_\mu$ , так и соотношением величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$ .

е) Если  $\tau_a \ll \tau_\mu$ ,  $\tau_a \ll \tau_\kappa$ , то скорость спада спектральной плотности в выражении (16) определяют рациональные функции. При этом экспоненциальная функция может быть положена равной единице. В итоге этот случай становится аналогичным рассмотренному выше и результат интегрирования выражается формулой (13).

ж) Если  $\tau_a \ll \tau_\mu$ ,  $\tau_a \gg \tau_\kappa$ , то скорость спада спектральной плотности в первом интеграле выражения (16) определяет экспоненциальная функция, а во втором — рациональная. Соответственно, полагая в первом интеграле знаменатель рациональной функции равным единице, а во втором считая единицей экспоненциальную функцию, получим в результате интегрирования:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3-4/n^2)\alpha a^2 H_0 s}{8\pi c_l R \tau_\mu^2} \left\{ 2\sqrt{\pi} K(\theta) \frac{\tau_\mu}{\tau_a} e^{-\left(t-\frac{R}{c_l}\right)^2/\tau_a^2} + \pi [M(\theta) \text{sign}(t-R/c_l) - K(\theta)] e^{-\left|t-\frac{R}{c_l}\right|/\tau_\mu} \right\}. \quad (19)$$

При этом форма звукового импульса определяется как соотношением между собой характерных времен  $\tau_a$  и  $\tau_\mu$ , так и соотношением величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$ .

з) Если  $\tau_a \gg \tau_\mu$ ,  $\tau_a \ll \tau_\kappa$ , то скорость спада спектральной плотности в первом интеграле выражения (16) определяет рациональная функция, а во втором — экспоненциальная. Соответственно, полагая в первом интеграле экспоненциальную функцию равной единице, а во втором приравнявая к единице знаменатель рациональной функции, в результате интегрирования получим:

$$\sigma_{RR} = \frac{(3-4/n^2)\alpha a^2 H_0 s}{8\pi c_l R \tau_\kappa^2} \left\{ \pi \left[ M(\theta) + \frac{\tau_\mu}{\tau_\kappa} K(\theta) \right] \left[ \text{sign}\left(t - \frac{R}{c_l}\right) - 1 \right] \times \right. \\ \left. \times e^{-\left|t-\frac{R}{c_l}\right|/\tau_\kappa} + \frac{2\sqrt{\pi}}{\tau_a} [\tau_\mu K(\theta) + \tau_\kappa M(\theta)] e^{-\left(t-\frac{R}{c_l}\right)^2/\tau_a^2} \right\}. \quad (20)$$

При этом форма звукового импульса определяется как соотношением характерных времен  $\tau_a$ ,  $\tau_\mu$  и  $\tau_\kappa$ , так и соотношением величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$ .

Вернемся теперь к компоненте тензора напряжений  $\sigma_{R\theta}$ , обусловленной поперечными волнами. Все полученные выше выражения для компоненты тензора напряжений  $\sigma_{RR}$  могут быть переписаны для компоненты тензора напряжений  $\sigma_{R\theta}$  путем простой замены  $c_l$  на  $c_t$ ,  $\tau_a$  на  $n\tau_a$ ,  $\tau_\mu$  на  $\tau_\nu$ ,  $M(\theta)$  на  $V_2(\theta)$ ,  $K(\theta)$  на  $-V_2(\theta)$ . При этом следует помнить, что при углах наблюдения  $\theta > \arcsin(1/n)$  величина  $\tau_\nu$  становится мнимой, а коэффициент



отражения  $V_2(\theta)$  — комплексным. Физическим смыслом же обладают лишь действительные части полученных таким образом выражений, поэтому для углов наблюдения  $\theta > \arcsin(1/n)$  к полученным выражениям необходимо применить операцию взятия действительной части. В том случае, если величина  $\tau_v$  является мнимой, для определения того, какая же из написанных выше формул отвечает данной ситуации, можно сравнивать абсолютную величину параметра  $\tau_v$  с другими характерными параметрами задачи. Отметим также, что для ситуаций, аналогичных тем, которые описываются формулами (13), (14) и (19), компонента тензора напряжений  $\sigma_{zv}$  при углах наблюдения  $\theta > \arcsin(1/n)$  имеет осциллирующее слагаемое. При этом, согласно формулам (13), (14) и (19), это слагаемое является неубывающим по времени. Это, конечно, является результатом тех приближений, которые были сделаны при выводе этих формул из полных выражений (9). Для получения же убывающих осцилляций необходимо интегрирование полных выражений (9), в результате чего убывание будет определяться параметром  $\tau_a$ , которым в формулах (13), (14) и (19) пренебрегается.

Можно показать, что полученные выше выражения легко обобщаются на случай наклонного падения импульса проникающего излучения на границу твердого тела. Это обобщение достигается путем введения новых

$$\text{параметров } \tau_a = \frac{a \sin \theta}{c_t} (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi / \cos^2 \vartheta)^{1/2}, \quad \tau_\mu = (\cos \theta / \mu c_t) \cos \vartheta, \quad \tau_v =$$

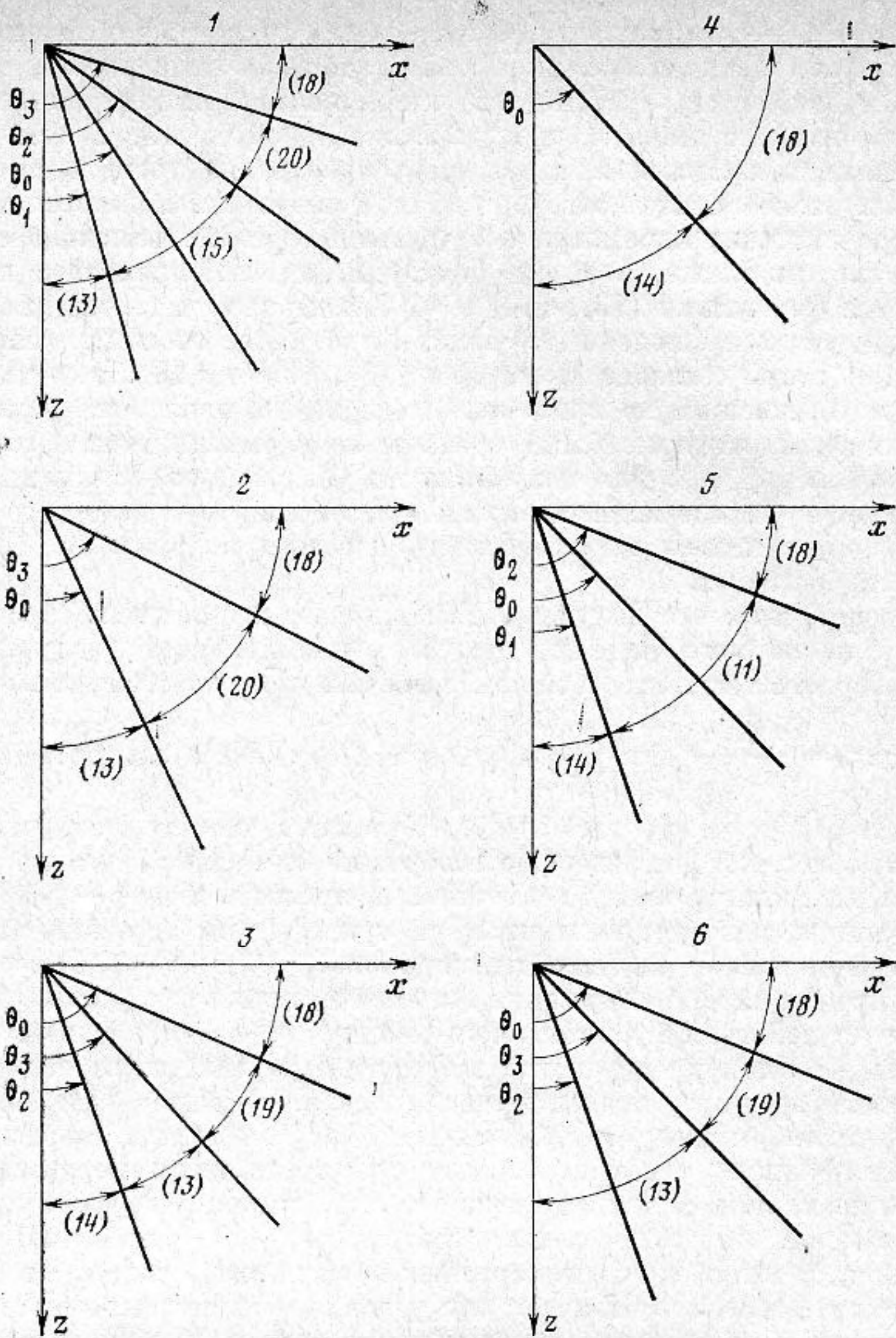
$= (1/n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2} / \mu c_t \cos \vartheta$ , где  $\vartheta$  — угол наклона оси термоакустической антенны к оси  $z$ , который, вообще говоря, не совпадает с углом падения излучения на границу ввиду возможности преломления,  $\varphi$  — угол в плоскости границы между проекциями на границу оси термоакустической антенны и направления на точку наблюдения.

Итак, проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. В результате действия проникающего излучения на однородное и изотропное твердое полупространство в его глубине возникают продольные и поперечные звуковые волны, причем последние обязаны своим происхождением лишь отражению продольных волн от границы твердого тела, если доминирующим оказывается тепловой механизм генерации звука.

Теплопроводность оказывает существенное влияние на форму генерируемых звуковых импульсов лишь в том случае, когда выполняются условия  $\tau_x > \tau_a$ ,  $\tau_\mu$ ,  $\tau$  или в случае поперечных волн  $\tau_x > n\tau_a$ ,  $|\tau_v|$ ,  $\tau$ . Чтобы лучше представить себе, что означают эти условия, рассмотрим вместо характерных времен  $\tau_a$ ,  $\tau_\mu$  и  $\tau_x$  характерные размеры термоакустической антенны  $a$  и  $1/\mu$ , а также характерный размер  $c_t \tau_x = \kappa / c_t$ . Величина  $\kappa / c_t$  для хороших проводников тепла не превышает значения  $10^{-5}$  м, для других тел она еще меньше. Что касается характерных размеров термоакустической антенны, то, как правило, размеры радиусов пучков излучения (т. е. параметр  $a$ ) не меньше величины  $10^{-3}$  м, а глубины проникновения излучения в вещество (т. е. параметр  $1/\mu$ ) могут изменяться в весьма широких пределах в зависимости от вида проникающего излучения и вещества, в котором оно поглощается. При этом удовлетворение условия  $\tau_x > \tau_a$ ,  $\tau_\mu$  или  $\tau_x > n\tau_a$ ,  $|\tau_v|$  возможно лишь тогда, когда глубина проникновения излучения в вещество  $1/\mu$  меньше характерного размера  $\kappa / c_t$ , а также для малых углов наблюдения  $\theta$ . По-видимому, условие  $1/\mu < \kappa / c_t$  реализуется только при так называемом скин-эффекте, т. е. при поглощении оптического излучения в хороших проводниках электричества (например, металлах). При этом для длительных импульсов излучения  $\tau \gg \tau_a$ ,  $\tau_\mu$  (но по-прежнему  $\tau < \tau_x$ ) форма звуковых импульсов определяется огибающей импульса излучения и отношением характерных времен  $\tau_\mu$  и  $\tau_x$ , а также соотношением величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$  (формула (15)). При коротких импульсах излучения  $\tau \ll \tau_a$  форма звуковых импульсов определяется соотношением между собой характерных времен  $\tau_a$ ,  $\tau_\mu$  и  $\tau_x$ , а также соотношением величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$  (формула (20)).

Во всех остальных случаях влияние теплопроводности на форму звуковых импульсов несущественно и ею можно пренебречь. При этом звуко-





Фиг. 2. Области применимости формул (11), (13), (14), (15), (18), (19) и (20)

вые импульсы, обусловленные продольными волнами, подчиняются следующим закономерностям. Если длительность импульса излучения велика по сравнению с характерным временем  $\tau_a$ , т. е.  $\tau \gg \tau_a$ , то форма звуковых импульсов не зависит от параметра  $\tau_a$  и определяется огибающей импульса излучения и параметром  $\tau_\mu$ , а также соотношением величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$  (выражения (11) и (14)). Если длительность импульса излучения мала по сравнению с характерным временем  $\tau_a$ , то формы звуковых импульсов не зависят от огибающей импульса излучения и полностью определяются отношением времен  $\tau_a$  и  $\tau_\mu$ , а также соотношением между собой величин  $K(\theta)$  и  $M(\theta)$  (18) и (19). Все сказанное выше относительно звуковых импульсов, обусловленных продольными волнами, применимо и к звуковым импульсам, обусловленным поперечными волнами, с одним добавлением. При углах наблюдения  $\theta > \arcsin(1/n)$  в ситуациях, аналогичных тем, которые описываются формулами (14) и (19), в звуковых импульсах появляются осциллирующие слагаемые, причем спадание огибающей этих осцилляций не заложено в структуре формул (14) и (19) и должно определяться из полных выражений (9).

Условия попарного равенства характерных времен  $\tau$ ,  $\tau_a$ ,  $\tau_\mu$  и  $\tau_\kappa$  соответственно определяют характерные углы задачи  $\theta_0 = \arcsin \mu a (\tau_a = \tau_\mu)$ ,



$\theta_1 = \arccos \mu c_l \tau (\tau = \tau_\mu)$ ,  $\theta_2 = \arcsin c_l \tau / a (\tau = \tau_a)$ ,  $\theta_3 = \arcsin \frac{x}{ac_l} (\tau_x = \tau_a)$ . Возможны следующие шесть случаев: 1)  $\tau_x > \tau > \tau_0$ , 2)  $\tau_x > \tau = \tau_0$ , 3)  $\tau_x < \tau < \tau_0$ , 4)  $\tau_x < \tau = \tau_0$ , 5)  $\tau_0 < \tau_x < \tau$ , 6)  $\tau < \tau_x < \tau_0$ , где  $\tau_0 = a/c_l (1 + \mu^2 a^2)^{1/2}$ . При этом области применимости полученных выше формул для каждого из шести рассмотренных случаев и для различных углов наблюдения  $\theta$  представлены на фиг. 2.

Для случая облучения поверхности металлов лазерными импульсами, т. е. когда глубина проникновения излучения в вещество очень мала и определяется толщиной скин-слоя, звуковые импульсы, получающиеся в результате такого облучения как при изменении агрегатного состояния металла, так и при сохранении его неизменным, приведены, например, в работе [4].

В заключение можно указать, что если в полученных выражениях для звуковых импульсов, обусловленных продольными волнами, положить величину  $M(\theta) = 0$ , а величину  $K(\theta) = 2$  и, кроме того, положить параметр  $\tau_x = 0$ , то эти выражения с учетом очевидных изменений в обозначениях полностью совпадут с аналогичными выражениями, полученными в работе [5]. Это вполне естественно, так как при этом рассмотренная задача переходит в задачу о генерации звука в жидкости импульсами проникающего излучения без учета эффекта теплопроводности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
2. Лямшев Л. М. К вопросу о принципе взаимности в акустике. — Докл. АН СССР, 1959, т. 125, № 6, с. 1231–1234.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1965.
4. Hutchins D. A., Dewhurst R. J., Palmer S. B., Directivity patterns of laser-generated ultrasound in aluminum. — JASA, 1981, v. 70, № 5, p. 1362–1369.
5. Касоев С. Г., Лямшев Л. М. О генерации звука в жидкости лазерными импульсами произвольной формы. — Акуст. ж., 1978, т. 24, № 4, с. 534–539.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
26.IV.1982