

УДК 534:532.526

## К ВОПРОСУ О ДИНАМИЧЕСКИХ СВЯЗЯХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ С ПОЛЕМ СКОРОСТИ ВНУТРИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ МАХА

Шустиков А. Г.

Записана функциональная связь между пульсациями давления и скорости в турбулентном потоке несжимаемой жидкости с учетом пульсаций трения на жесткой границе. Для случая модельного течения вычислены пространственные спектры пульсаций давления, обусловленные линейными и нелинейными членами уравнений движения.

Для прогнозирования акустикогидродинамических явлений в жидкости, а также при разработке мероприятий, направленных на уменьшение вредного воздействия турбулентности [1, 2], чрезвычайно важно исследовать динамические связи, существующие в турбулентных потоках. Динамические связи определяются уравнениями движения сплошной среды. При решении задачи о пульсациях давления  $p$  внутри турбулентных потоков, характеризующихся малыми числами Маха, сжимаемостью среды часто можно пренебречь [3]. В этом случае уравнения движения преобразуются к уравнению Пуассона, у которого роль источников пульсаций давления играет дивергенция поля ускорений турбулентного потока  $F$ :

$$\Delta p = \rho F, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность среды. В выражение для  $F$  входят члены, линейные относительно пульсаций скорости ( $F_{л}$ ) и нелинейные ( $F_{н}$ ). Крейчнаном [4, 5] они были названы соответственно линейными и нелинейными источниками.

Большой интерес представляет изучение пульсаций давления в пристеночной области течения. Условие на абсолютно жесткой границе следует из уравнений движения; с учетом эффекта прилипания на стенке, а также условия несжимаемости оно может быть записано в виде<sup>1</sup>

$$\frac{\partial p}{\partial x_2} = \mu \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2}, \quad (2)$$

где  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости среды,  $x_2$  — координата, нормальная к стенке;  $v_2$  — компонента пульсации скорости, перпендикулярная стенке. Большинство авторов [4–7] вместо соотношения (2) пользовались соответствующим однородным граничным условием, совсем исключая из рассмотрения пульсации скорости в непосредственной близости от границы турбулентного потока. Ниже будет получена функциональная связь между спектральными характеристиками пульсаций давления и скорости с учетом неоднородного граничного условия (2), а также будут выполнены оценки вкладов в спектр пристеночных пульсаций давления от источников разных типов.

Соотношения (1), (2) позволяют сформулировать краевую задачу относительно пульсаций давления, если считать поле скорости заданным. Рассмотрим задачу (1), (2) для полупространства, ограниченного плоской абсолютно жесткой стенкой, совпадающей с плоскостью  $x_2=0$ . В качестве

<sup>1</sup> Из уравнений движения следуют также еще два условия на жесткой стенке типа (2), которые могут быть положены в основу другого способа вычисления пристеночных пульсаций давления, целиком базирующегося на информации о нормальных производных пульсаций трения на стенке [8].

условия на бесконечности примем, что искомое решение  $p$  должно быть регулярным. Следуя работам [5—7], применим к исходным соотношениям преобразование Фурье по координатам, параллельным границе, т. е. по тем направлениям, где турбулентность часто может считаться однородной. В результате получим краевую задачу для образцов Фурье:

$$\frac{d^2 p^*}{dx_2^2} - \kappa^2 p^* = F^*, \quad \frac{dp^*}{dx_2} = -i\kappa_1 \tau_1^* - i\kappa_3 \tau_3^*,$$

$$p^* \rightarrow 0 \text{ при } x_2 \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Здесь использованы следующие обозначения:  $\kappa_1, \kappa_3$  — составляющие волнового вектора, параллельного плоскости  $x_2=0$ ;  $\kappa = \sqrt{\kappa_1^2 + \kappa_3^2}$  — модуль волнового вектора;  $\tau_1 = \mu \partial v_1 / \partial x_2$ ,  $\tau_3 = \mu \partial v_3 / \partial x_2$  — пульсации трения на границе потока; индекс 1 соответствует направлению вдоль потока; индекс 3 — направлению поперек потока; звездочками отмечены образы Фурье соответствующих величин. Решая краевую задачу (3), умножая решение при  $x_2=0$  на комплексно-сопряженную величину и выполняя операцию осреднения, получим функциональную связь пространственного спектра пристеночных пульсаций давления  $S_p(\kappa_1, \kappa_3)$  с характеристиками поля скорости:

$$S_p(\kappa_1, \kappa_3) = \frac{\kappa_1^2}{\kappa^2} S_{\tau_1}(\kappa_1, \kappa_3) + \frac{\kappa_3^2}{\kappa^2} S_{\tau_3}(\kappa_1, \kappa_3) + 2 \frac{\kappa_1 \kappa_3}{\kappa^2} \operatorname{Re} \{ S_{\tau_1 \tau_3}(\kappa_1, \kappa_3) \} +$$

$$+ \frac{\rho^2}{\kappa^2} \int_0^\infty \int_0^\infty S_F(\kappa_1, \kappa_3, x_2, x_2') \exp[-\kappa(x_2 + x_2')] dx_2 dx_2' + \frac{2\rho\kappa_1}{\kappa^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \times$$

$$\times \{ S_{\tau_1 F}(\kappa_1, \kappa_3, x_2) \} \exp[-\kappa x_2] dx_2 + \frac{2\rho\kappa_3}{\kappa^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \{ S_{\tau_3 F}(\kappa_1, \kappa_3, x_2) \} \times$$

$$\times \exp(-\kappa x_2) dx_2. \quad (4)$$

Здесь  $S_{\tau_1}, S_{\tau_3}, S_{\tau_1 \tau_3}$  — пространственные спектры пульсаций трения на границе потока, которые в дальнейшем будем называть поверхностными источниками;  $S_F$  — взаимный пространственный спектр дивергенции пульсаций ускорения внутри турбулентного потока, которые будем называть объемными источниками;  $S_{\tau_1 F}, S_{\tau_3 F}$  — взаимные пространственные спектры поверхностных и объемных источников. Первые три слагаемые в соотношении (4) определяют вклад от поверхностных источников, четвертое слагаемое — вклад от объемных источников, пятое и шестое слагаемые описывают влияние взаимодействия поверхностных и объемных источников на спектр пристеночных пульсаций давления.

Имеющиеся в настоящее время сведения о структуре турбулентного течения в пограничном слое не позволяют одинаково достоверно оценить все слагаемые в правой части равенства (4). Мало данных о пульсациях касательных напряжений на стенке. Взаимные спектры между поверхностными и объемными источниками не исследовались вовсе. Математические модели неоднородной турбулентности практически отсутствуют. Вместе с тем некоторые оценки могут быть сделаны. Основываясь на результатах работ [4—7], можно полагать, что анизотропия и неоднородность пристенной турбулентности не имеют принципиального значения. В первом приближении динамические связи между пульсациями давления и полем скорости можно исследовать, используя результаты вычислений для модельных потоков с изотропной структурой пульсационной части течения.

В качестве модели рассмотрим следующее поле скорости. Пусть поток занимает все пространство, осредненное течение имеет поперечный градиент, зеркально симметричный относительно координатной плоскости  $x_2=0$ , корреляционные и спектральные характеристики пульсаций скорости об-

ладают всеми свойствами изотропной турбулентности. Коэффициент продольной корреляции  $f$  изотропного векторного поля возьмем в виде  $f = \exp(-\alpha^2 r^2)$ , где  $\alpha$  — параметр, характеризующий масштаб турбулентных возмущений. Интенсивность турбулентности пусть равняется  $v^2$ . Градиент средней скорости течения определим формулой  $U_1'(x_2) = B \exp(-\beta|x_2|)$ , где  $U_1$  — средняя скорость течения;  $B, \beta$  — постоянные. Интегральные интенсивности пульсаций давления от линейных и нелинейных источников в описанном потоке рассчитывались Крейчнаном [4]. Поскольку в турбулентном пограничном слое поперечный градиент средней скорости  $U_1'(x_2)$  не менее чем на два порядка превышает остальные градиенты, принятая модель может использоваться для расчетных оценок ситуации в пограничном слое. Для рассматриваемого потока функциональная связь между пульсациями давления на плоскости  $x_2=0$  и полем скорости имеет вид

$$S_p(\kappa_1, \kappa_3) = \frac{\rho^2}{4\kappa^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_F(\kappa_1; \kappa_3; r_2) \exp[-\kappa(|x_2| + |x_2'|)] dx_2 dx_2', \quad (5)$$

где  $r_2 = |x_2' - x_2|$ .

Пользуясь гипотезой Миллионщикова о связи вторых и четвертых моментов поля пульсаций скорости [9], нетрудно получить выражение для корреляционной функции нелинейных источников в случае модельного течения, а затем, выполнив двухкратное преобразование Фурье, перейти к взаимному пространственному спектру нелинейных источников ( $S_F^n$ ):

$$S_F^n(\kappa_1, \kappa_3, r_2) = \frac{\alpha^2 v^2}{8\pi} \exp\left[-\frac{\kappa^2}{8\alpha^2} - 2\alpha^2 r_2^2\right] \left\{ \left[\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^4 + 8\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 + 48\right] - 32 \left[\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 + 12\right] \alpha^2 r_2^2 + 256\alpha^4 r_2^4 \right\}. \quad (6)$$

Подставляя последнее выражение в соотношение (5) и производя вычисления, получим формулу для пространственного спектра пульсаций давления, обусловленного нелинейными источниками ( $S_p^n$ ) в виде

$$S_p^n(\kappa_1, \kappa_3) = \frac{\rho^2 v^4}{8\pi\alpha^2} \exp\left[-\frac{\kappa^2}{8\alpha^2}\right]. \quad (7)$$

Соответствующая интегральная интенсивность пульсаций давления равна  $\rho v^2$ , что совпадает с результатом Крейчнана [4]. К выражению (7) можно также прийти, используя соотношение Бэтчелора [9].

Основываясь на общих формулах, приведенных в монографии [6], можно получить выражение для взаимного пространственного спектра линейных источников ( $S_F^l$ ) в случае рассматриваемого модельного потока в виде

$$S_F^l = \frac{v^2}{4\pi\alpha^2} U_1'(x_2) U_1'(x_2') \kappa_1^2 \left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4\alpha^2} - \alpha^2 r_2^2\right). \quad (8)$$

Подставляя это выражение в соотношение (5) и выполняя интегрирование, приходим к выражению для пространственного спектра пульсаций давления  $S_p^l$ , обусловленного линейными источниками:

$$S_p^l(\kappa_1; \kappa_3) = \frac{\rho^2 v^2 B^2 \kappa_1^2 \exp(-\kappa^2/4\alpha^2)}{16\pi\alpha^6} \left\{ 1 + \sqrt{\pi} \exp\left[\frac{(\kappa+\beta)^2}{4\alpha^2}\right] \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\kappa+\beta}{2\alpha}\right) \right] \left[ \frac{\alpha}{\kappa+\beta} - \frac{\kappa+\beta}{2\alpha} \right] \right\}, \quad (9)$$

где  $\Phi$  — интеграл вероятности. Соответствующая (9) интегральная интен-

сивность пульсаций давления при  $\beta=0$  совпадает с результатом Крейчна на [4]<sup>2</sup>.

Для оценок (по соотношениям (7), (9)) спектрального уровня пульсаций давления в условиях пристеночной турбулентности введем параметры, учитывающие некоторые особенности течения в пограничном слое. Большой поперечный градиент средней скорости течения в случае линейных источников усиливает роль вертикальных пульсаций скорости ( $v_2$ ):  $F_1 \approx \approx 2\partial U_1/\partial x_2 \partial v_2/\partial x_1$  [4-6]. Поэтому представляется разумным в выражениях, описывающих вклад от линейных источников, использовать масштабы длины  $1/\alpha_n$  и скорости  $v_n$ , характерные именно для вертикальных пульсаций скорости. Значение  $\alpha_n$  будем выбирать из условия совпадения интегрального масштаба изотропной турбулентности в модельном потоке с интегральным масштабом вертикальных пульсаций скорости  $L_2$  в турбулентном пограничном слое. На основании экспериментов [10] среднее по толщине значение  $L_2$  в турбулентном пограничном слое равно 0,13 $\delta$ , что примерно равняется толщине вытеснения пограничного слоя  $\delta^*$ . Характерным масштабом для величины вертикальных пульсаций скорости может служить динамическая скорость  $U$ . [9, 10]. Наряду с влиянием градиента средней скорости течения будем учитывать также распределение интенсивности вертикальных пульсаций скорости поперек пограничного слоя. Для этого образуем величину  $(v_2 \partial U_1/\partial x_2)$ , которая может быть названа амплитудой линейных источников. Опишем ее изменение следующей формулой:

$$\left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \frac{v_2}{U} \right) \frac{\delta}{U_\infty} = B_1 \exp(-\beta_1 |x_2|), \quad (10)$$

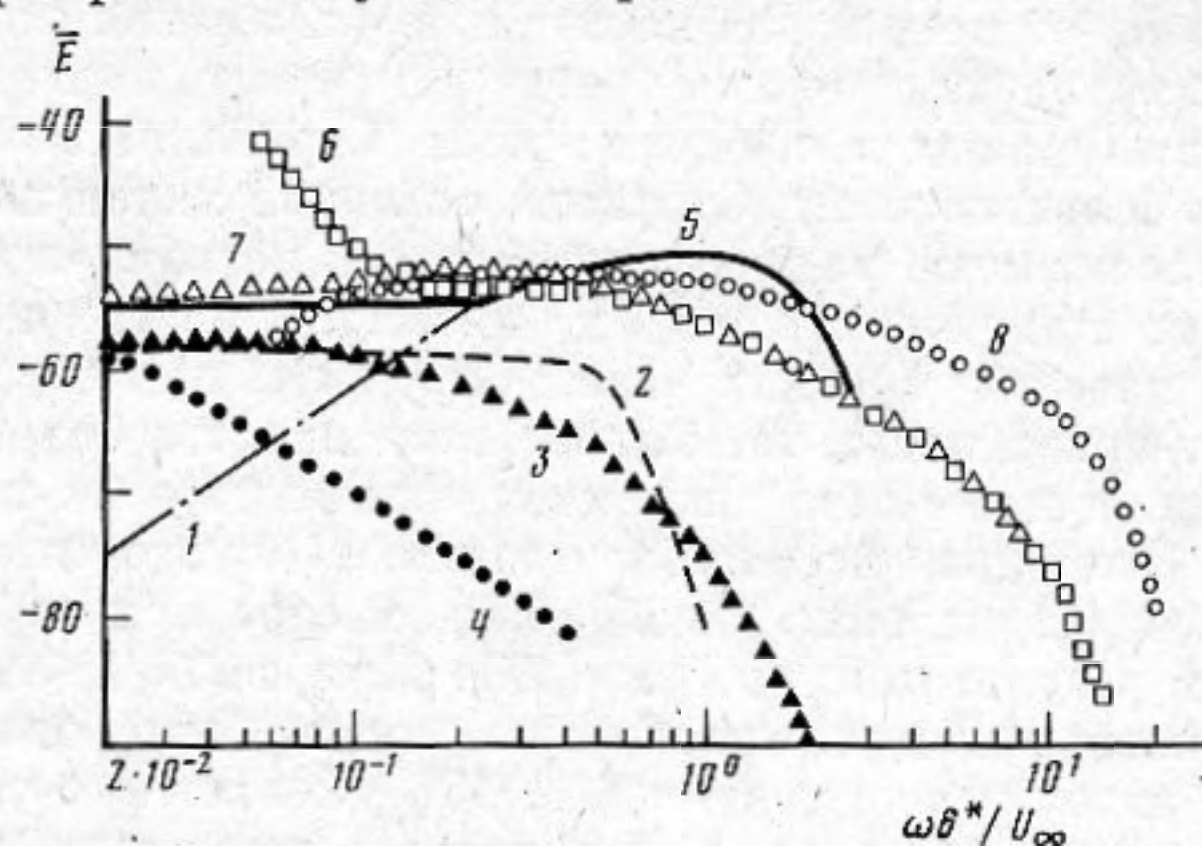
где  $U_\infty$  — средняя скорость течения вдали от плоскости  $x_2=0$ ;  $\delta$  — расстояние от плоскости  $x_2=0$  до слоя, в котором  $U_1=0,98U_\infty$  (толщина пограничного слоя);  $U_* = \sqrt{\tau/\rho}$  — динамическая скорость;  $\tau$  — среднее значение поверхностного трения в пограничном слое. Поскольку правая часть формулы (10) имеет ту же структуру, что и выражение для градиента средней скорости течения, которое использовалось при получении соотношения (9), то для оценок в пограничном слое можно пользоваться результатом (9), положив в нем  $B=B_1 U_\infty/\delta$ ,  $\beta=\beta_1$ ,  $v=v_n$ ,  $\alpha=\alpha_n$ . Значения  $B_1=3$  и  $\beta_1 \delta=4$  неплохо описывают распределение амплитуды линейных источников в средней части пограничного слоя. При этом определяемые соотношением (10) амплитуды источников во внутренней части пограничного слоя окажутся заниженными, что приведет к снижению спектрального уровня пульсаций давления в области больших волновых чисел [7].

Для выбора характерного масштаба скорости  $v_n$  в случае нелинейных источников приравняем кинетическую энергию пульсаций скорости в модельном потоке к кинетической энергии пульсаций в турбулентном пограничном слое. Эксперименты [10, 11] дают следующие осредненные по толщине пограничного слоя значения интенсивностей для различных компонент пульсаций скорости:  $v_1^2=1,6U_*^2$ ,  $v_2^2=0,5U_*^2$ ,  $v_3^2=0,65U_*^2$ . Используя эти данные, можно получить, что  $v_n \approx U_*$ . Поскольку интенсивность продольной компоненты примерно в 3 раза превосходит интенсивность остальных компонент, представляется оправданным при выборе масштаба длины  $1/\alpha_n$  ориентироваться на интервалы корреляции, характерные для продольных пульсаций скорости.

При сравнении результатов расчетов с экспериментальными данными необходимо иметь в виду, что измеряются, как правило, временные спектры пульсаций давления, а не пространственные. Справедливость гипотезы о замороженной турбулентности в некотором диапазоне волновых чисел позволяет связать одномерные пространственные спектры с временными. Эксперименты показывают [9-17], что диапазон волновых чисел, где можно пользоваться приближением замороженности, весьма широк, причем именно в этом диапазоне содержится максимум турбулентной энергии.

<sup>2</sup> Полученные выше формулы относятся к случаю однородной изотропной турбулентности и недостаточно хорошо описывают ситуацию в пограничном слое.

На основе вышеизложенного после замены в равенстве (7)  $v=v_n$ ,  $\alpha=\alpha_n$  и в выражении (9)  $v=v_n$ ,  $\alpha=\alpha_n$ ,  $B=B_1 v_\infty/\delta$ ,  $\beta=\beta_1$  был выполнен переход от соотношений (7), (9) сначала к одномерным пространственным спектрам, а затем, используя связь  $\kappa_1=\omega/U_c$  ( $U_c$  — характерная скорость сноса турбулентных возмущений), к временным спектрам. Полученные выражения после нормировки могут быть представлены в следующем виде:



Расчетные оценки вкладов в спектр пристеночных пульсаций давления от источников разных типов. Сравнение с экспериментальными данными

$$\frac{S_p^n(\omega)\alpha_n}{\rho^2 U_\infty^3} = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{v_n}{U_\infty}\right)^2 \frac{B_1^2}{(\alpha_n \delta)^2} \left(\frac{U_\infty}{U_c}\right) \left(\frac{\omega}{U_c \alpha_n}\right)^2 \times \\ \times \exp\left(-\frac{\omega^2}{4U_c^2 \alpha_n^2}\right) I\left(\frac{\omega}{U_c \alpha_n}; \frac{\beta_1}{\alpha_n}\right), \quad (11)$$

где  $I = \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\kappa^2}{4\alpha_n^2}\right) \left\{ 1 + \sqrt{\pi} \exp\left(\frac{\kappa + \beta_1}{2\alpha_n}\right)^2 \left[ 1 - \Phi\left(\frac{\kappa + \beta_1}{2\alpha_n}\right) \right] \right\} \times$

$$\times \left[ \frac{\alpha_n}{\kappa + \beta} - \frac{\kappa + \beta_1}{2\alpha_n} \right] d\left(\frac{\kappa}{\alpha_n}\right), \quad \frac{S_p^n(\omega)\alpha_n}{\rho^2 U_\infty^3} = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi} \left(\frac{v_n}{U_\infty}\right)^4 \left(\frac{U_\infty}{U_c}\right) \left(\frac{\alpha_n}{\alpha_n}\right) \times \\ \times \exp\left[-\frac{\omega^2}{8U_c^2 \alpha_n^2} \left(\frac{\alpha_n}{\alpha_n}\right)^2\right]. \quad (12)$$

Результаты расчетов по формулам (11), (12) представлены на фигуре. По вертикальной оси отложена величина нормированной спектральной плотности мощности пульсаций  $\bar{E} = 10 \lg 2S_p/2\pi\rho^2 U_\infty^3 \delta^*$ , по горизонтальной оси — число Струхала. При расчетах использовались следующие численные значения параметров:  $B_1=3$ ,  $\beta_1 \delta=4$ ,  $v_n=U_*$ ,  $\alpha_n \delta^*=1$  ( $\alpha_n \delta=8$ ),  $v_n=U_*$ ,  $\alpha_n/\alpha_n=4$ ,  $U_c=0,65U_\infty$ ,  $U_*=0,03U_\infty$  (для  $\rho U_\infty \delta^*/\mu=10^5$ ). Величина вклада от линейных источников показана на фигуре штрихпунктирной линией 1, а от нелинейных источников — пунктирной линией 2.

Как уже отмечалось, сведений о пульсациях касательных напряжений на стенке очень мало. Автору известно лишь небольшое число работ, в которых измерялись временные спектры пульсаций поверхностного трения, причем при сравнительно малых числах Рейнольдса. Корреляционные характеристики пульсаций трения, по-видимому, экспериментально не исследовались вовсе. Положим приближенно  $S_{\tau_1}=S_{\tau_3}$ , тогда сумма первых двух членов в правой части равенства (4) равна  $S_{\tau_1}$ . Этот результат позволяет в качестве оценки вклада от поверхностных источников принять измеренные значения спектральной плотности пульсаций поверхностного

трения  $E_{\tau_1}(\omega)$  (см. зачерненные значки на фигуре: кривая 3 соответствует результатам, полученным в работе [12], кривая 4 — в работе [13]).

Сравним полученные здесь оценки вкладов от линейных, нелинейных и поверхностных источников с результатами измерения спектров пристеночных пульсаций давления (светлые значки на фигуре: кривая 6 соответствует результатам работы [14], 7 — [15], 8 — [16]). Прежде всего отметим, что суммарный уровень от всех видов источников (сплошная линия) в целом неплохо соответствует измеренным спектрам пристеночных пульсаций давления в области малых и средних чисел Струхала. Как отмечалось выше, в области больших чисел Струхала основной вклад дают линейные источники, расположенные во внутренней части пограничного слоя. Принятая модель недостаточно хорошо их описывает. Ограничимся рассмотрением области малых и средних чисел Струхала, где, как можно показать анализируя приведенные на фигуре зависимости, большую роль играют нелинейные и поверхностные источники, которыми обычно пренебрегали [3–7]. Линейные источники начинают определять спектр пристеночных пульсаций давления в пограничном слое при  $\omega\delta^*/U_{\infty} > 0,1$ , что не противоречит результатам работы [17]. При  $\omega\delta^*/U_{\infty} < 0,1$  вклады от нелинейных и поверхностных источников могут быть одного порядка. Наблюдаемое в ряде экспериментов [16, 18] уменьшение скорости сноса пульсаций давления в области низких частот, возможно, указывает на присутствие источников, локализованных на границе потока. В других случаях скорости сноса, наоборот, увеличиваются, стремясь к скорости на внешней границе пограничного слоя [15, 17]. Это можно объяснить высоким уровнем турбулентности в набегающем потоке, когда нелинейные источники, обусловленные свободной турбулентностью, начинают оказывать заметное влияние на пристеночные пульсации давления. Экспериментально роль нелинейных источников можно исследовать, изменяя контролируемым образом интенсивность и характерные масштабы турбулентности набегающего потока. В работе [19] наблюдалось увеличение в низкочастотной области пристеночных пульсаций давления при увеличении степени турбулентности потока, обтекающего модель крыла. Результаты приведенных здесь оценок качественно согласуются с данными этого эксперимента. Зарегистрированный в работе [14] резкий подъем спектрального уровня пристеночных пульсаций давления на низких частотах (кривая 6 на фигуре) также был вызван мощными крупномасштабными возмущениями, присутствующими в набегающем потоке.

Важно отметить, что основанные на формуле (12) оценки вкладов от нелинейных источников, по-видимому, являются в области достаточно малых волновых чисел оценками сверху, поскольку расчеты проводились для случая, когда изотропная турбулентность занимает все пространство. Если турбулентность сосредоточена в ограниченном объеме безграничного пространства или справедливы более общие предположения, которые использовались в работе [3], то вклад от объемных источников в окрестности  $x=0$  должен стремиться к нулю. Вклад же от поверхностных источников, как это следует из анализа соотношения (4), при  $x=0$  не обязан равняться нулю. Следовательно, не исключена возможность, что в некотором диапазоне малых волновых чисел пульсации давления будут определяться исключительно поверхностными источниками.

Автор благодарит Л. М. Лямшева за научное руководство.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Lyamshev L. M.* Acoustics of controlled boundary layer.— Proceedings VII International Congress on Acoustics. Budapest, 1971, v. 4, p. 377–380.
2. *Лямшев Л. М.* Акустика управляемого пограничного слоя.— Вестн. АН СССР, 1973, № 7, с. 22–31.
3. *Ffowcs-Williams J. E.* Surface pressure fluctuations induced by boundary layer flow at finite Mach number.— J. Fluid Mech., 1965, v. 22, № 3, p. 507–519.
4. *Kraichnan R. H.* Pressure field within homogeneous anisotropic turbulence.— JASA, 1956, v. 28, № 1, p. 64–72.

5. *Kraichnan R. H.* Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate.— JASA, 1956, v. 28, № 3, p. 378–390.
6. *Лятхер В. М.* Турбулентность в гидросооружениях. М.: Энергия, 1968.
7. *Panton R. L., Linebarger J. H.* Wall pressure spectra calculations for equilibrium boundary layers.— J. Fluid Mech., 1974, v. 65, № 2, p. 261–287.
8. *Красильникова Т. Н.* К расчету статистических характеристик пульсаций давления на поверхности пластины под турбулентным пограничным слоем.— Прикл. математика и механика, 1968, т. 32, № 1, с. 106–111.
9. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967.
10. *Конт-Белло Ж.* Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М.: Мир, 1968.
11. *Ротта И. К.* Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. М.: Судостроение, 1967.
12. *Кутегаладзе С. С., Накоряков В. Е., Бурдуков А. П., Гуваков А. И.* Спектральная плотность пульсаций в турбулентном пристенном течении.— Докл. АН СССР, 1971, т. 196, № 5, с. 1046–1048.
13. *Sreenivasan K. R., Antonia R. A.* Properties of Wall Shear Stress Fluctuations in a Turbulent Duct Flow.— J. Fluid Mech., 1977, sept., p. 389–395.
14. *Willmarth W. W., Wooldrige G. E.* Measurements of the fluctuation pressure at the wall beneath a thick boundary layer.— J. Fluid Mech., 1962, v. 14, № 2, p. 187–211.
15. *Bull M. K.* Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow.— J. Fluid Mech., 1967, v. 28, p. 719–730.
16. *Blake W. K.* Turbulent boundary layer wall-pressure fluctuations on Smooth and Rough Walls.— J. Fluid Mech., 1970, v. 44, № 4, p. 637–660.
17. *Докучаев О. Н.* Пульсации давления на стенке, определяемые взаимодействием среднего сдвига с пульсационным движением в турбулентном пограничном слое.— Изв. АН СССР. Сер. МЖГ, 1976, № 4, с. 28–34.
18. *Грешилов Е. М., Поваров А. Л.* Корреляционные характеристики турбулентных давлений во внутренней и внешней гидродинамических задачах. Докл. на IX Всес. Акуст. конфер. М., 1977.
19. *Евтушенко А. В., Пузино М. Г.* О влиянии начальной турбулентности потока на спектр мощности пристеночных пульсаций давления.— Акуст. ж., 1978, т. 24, № 3, с. 423–425.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
23.II.1982