АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 1

УДК 534.16

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗВУКА С ПРИПОВЕРХНОСТНЫМИ МАГНИТНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ

Преображенский В. Л., Эльяшев Д. Э.

Исследовано рассеяние звука на неоднородности, создаваемой внешним магнитным полем вблизи поверхности кристалла антиферромагнетика с анизотропией типа «легкая плоскость». Показано, что переизлучение объемных волн в поверхностные и поверхностных в поверхностные может быть резонансным и иметь эффективность порядка единицы.

Распространение звука в магнитоупорядоченных кристаллах, содержащих магнитные неоднородности, обычно сопровождается его рассеянием. При хаотическом распределении неоднородностей такое рассеяние создает дополнительные акустические потери. В случае регулярного распределения неоднородности способны приводить к когерентным дифракционным эффектам. В антиферромагнетиках с анизотропией типа «легкая плоскость» (АФЛП), обладающих рекордно высокими значениями коэффициентов фонон-магнонной связи [1—5], эффекты взаимодействия звука с магнитными неоднородностями могут быть особенно существенными.

В низших порядках теории возмущений можно выделить два механизма взаимодействия звука с неоднородностями, создаваемыми внешним магнитным полем. Первый обусловлен линейной фонон-магнонной связью, приводящей к зависимости скоростей звука от напряженности магнитного поля. Пространственное изменение поля создает неоднородность упругих параметров кристалла. Второй механизм связан с локальным изменением симметрии, которое обусловлено неоднородным отклонением магнитных моментов. Каждому направлению вектора антиферромагнетизма соответствует определенный набор компонент тензора эффективных модулей упругости. Его изменение в пространстве также представляет собой упругую неоднородность, приводящую к рассеянию звука.

Источником регулярной магнитной неоднородности может служить, в частности, магнитное поле периодически намагниченной пленки, расположенной на поверхности кристалла. Спадая по мере удаления в глубь кристалла, такое поле будет создавать приповерхностную неоднородность модулей упругости.

В настоящей работе рассматривается рассеяние объемных и поверхностных звуковых волн на гармонически распределенной вдоль поверхности кристалла АФЛП неоднородности магнитного поля.

Динамические магнитоупругие эффекты в АФЛП удобно описывать в первом обменном приближении с помощью связанной системы уравнений движения для вектора антиферромагнетизма **L** и уравнений упругости [6, 7]. На частотах, малых по сравнению с частотой активации «верхней» ветви спектра спиновых волн, движение магнитных моментов сводится к поворотам антиферромагнитного вектора в базисной плоскости. Энергия колебаний кристалла и уравнения движения приобретают вид:

$$w=\frac{M_0}{2H_E}[\gamma^{-2}\dot{\varphi}^2+\gamma^{-2}v_s^2(\nabla\varphi)^2-(H_x\cos\varphi-H_y\sin\varphi+H_D)^2]+$$
$$+\frac{1}{2}\rho\dot{\mathbf{u}}^2+\frac{1}{2}\hat{C}\hat{u}\hat{u}+\hat{B}_1\hat{u}\cos 2\varphi+\hat{B}_2\hat{u}\sin 2\varphi, \qquad (1)$$

$$-\gamma^{-2}[\ddot{\varphi}-v_s^2\nabla^2\varphi]=(H_x\sin\varphi+H_y\cos\varphi)(H_x\cos\varphi-H_y\sin\varphi+H_D)-$$
$$-\frac{2H_E}{M_0}(\hat{B}_1\hat{u}\sin 2\varphi-\hat{B}_2\hat{u}\cos 2\varphi), \quad (2)$$

$$\rho\ddot{u}_i=\partial t_{ik}/\partial x_k, \qquad \hat{t}=\hat{C}\hat{u}+\hat{B}_1\cos 2\varphi+\hat{B}_2\sin 2\varphi, \quad (3)$$

где φ — угол между направлениями вектора **L** в базисной плоскости и осью второго порядка (**x**) (симметрия кристалла в дальнейшем предполагается ромбоэдрической), $\hat{B}_{1,2}$ — тензоры магнитоупругих постоянных, $\hat{C}$ — тензор упругих модулей, $\hat{t}$ — тензор напряжений, **u** — вектор смещения, $\hat{u}$ — тензор деформаций, H_E — напряженность обменного поля, H_D — поле Дзялошинского, M_0 — намагниченность подрешетки, γ — магнитомеханическое отношение, v_s — скорость спиновых волн, ρ — плотность кристалла.

В АФЛП с высокой температурой Нееля, применительно к которым проводится расчет, (например, $\alpha-Fe_2O_3$, $FeBO_3$) скорость спиновых волн больше скоростей звука и пересечение магнонных и фононных ветвей спектра отсутствует. В ультразвуковом и ближнем гиперзвуковом диапазонах частот дисперсией спиновых волн обычно можно пренебречь. При этих условиях магнитоупругое взаимодействие проявляется в виде перенормировки динамических модулей упругости кристалла. Линеаризуя систему уравнений (2), (3) по переменным деформациям и магнитным отклонениям, можно получить следующего вида перенормировку модулей:

$$\hat{C}_{\text{эфф}}=\hat{C}+\Delta\hat{C}, \qquad \Delta\hat{C}=(-4H_E/M_0)(\omega_{s0}/\gamma)^{-2}(\hat{B}_2\cos 2\varphi_0-\hat{B}_1\sin 2\varphi_0)^2, \quad (4)$$

где $\omega_{s0}=\gamma(H(H+H_D)+2H_EH_{ms})^{1/2}$ — частота антиферромагнитного резонанса [8], H_{ms} — эффективное поле спонтанной стрикции, φ_0 — равновесный угол между антиферромагнитным вектором и нормалью (y) к оси второго порядка (между полем **H** и осью второго порядка).

При наличии неоднородного поля модули упругости также становятся неоднородными и в первом приближении содержат компоненты вида

$$\Delta\hat{C}(\mathbf{r})=\frac{8H_E}{M_0}(\omega_{s0}/\gamma)^{-2}\{(\hat{B}_2\cos 2\varphi_0-\hat{B}_1\sin 2\varphi_0)^2\chi_{\parallel}(\mathbf{r})+$$
$$+[(\hat{B}_2^2-\hat{B}_1^2)\sin 4\varphi_0+2\hat{B}_1\hat{B}_2\cos 4\varphi_0]\chi_{\perp}(\mathbf{r})\}, \quad (5)$$

где $\chi_{\parallel}(\mathbf{r})=(2H+H_D)h_{\parallel}(\mathbf{r})/2(\omega_{s0}/\gamma)^2$, $\chi_{\perp}(\mathbf{r})=h_{\perp}(\mathbf{r})/H$ — угол отклонения вектора **L** от направления, перпендикулярного **H**; $h_{\parallel}$, $h_{\perp}$ — соответственно продольная и поперечная (по отношению к **H**) компоненты неоднородного поля (произведение тензоров $\hat{B}_1\hat{B}_2$ следует брать в симметризованном виде).

При рассмотрении конкретных процессов рассеяния будем полагать, что поверхность кристалла перпендикулярна оси **y**, а распространение волн происходит в плоскости (y, z) $(-\infty<y<0)$, где **z** — ось третьего порядка, а **x** — бинарная ось. Кроме того, будем считать неоднородное поле гармонически распределенным в направлении оси **z**, т. е. $h_{\parallel,\perp}=h^0_{\parallel,\perp}\exp(\pm iqz+qy)$ (экспоненциальная зависимость от поперечной координаты возникает как следствие уравнений магнитостатики).

Вначале рассмотрим рассеяние объемных волн. Положим однородное поле ориентированным перпендикулярно оси второго порядка ($\mathbf{H}\parallel-\mathbf{y}$, $\varphi_0=\pi/2$). При этом существенной компонентой неоднородного поля является продольная компонента $h_{\parallel}=h_y(r)$ (поперечная — $h_{\perp}=h_z(\mathbf{r})$) не влияет на модули упругости).

Рассмотрим объемные поперечные волны с поляризацией, перпендикулярной плоскости падения на границу кристалла ($\mathbf{u}\parallel\mathbf{x}$). Существенные компоненты тензора напряжений имеют вид

$$t_{xy}=[(C_{11}-C_{12}-2\Delta C_1)-4\Delta C_1\chi_{\parallel}(\mathbf{r})]u_{xy}+[2C_{14}-\Delta C_3-2\Delta C_3\chi_{\parallel}(\mathbf{r})]u_{xz}, \quad (6)$$

$$t_{xz}=2[C_{44}-\Delta C_2-2\Delta C_2\chi_{\parallel}(\mathbf{r})]u_{xz}+[2C_{14}-\Delta C_3-2\Delta C_3\chi_{\parallel}(\mathbf{r})]u_{xy}, \quad (7)$$

где $\Delta C_1=(H_E/M_0)(B_{11}-B_{12})^2/(\omega_{s0}/\gamma)^2$, $\Delta C_3=(4H_E/M_0)(B_{11}-B_{12})B_{14}/(\omega_{s0}/\gamma)^2$,

$\Delta C_2=(H_E/M_0)(2B_{14})^2/(\omega_{s0}/\gamma)^2$. Уравнение движения $\rho\ddot{u}_x=\partial t_{xy}/\partial y+\partial t_{xz}/\partial z$ должно решаться с граничным условием $t_{xy}(y=0)=0$. Поле волны, рассеивающейся на неоднородности, можно представить в виде суперпозиции волны, падающей из кристалла на его поверхность и отраженной от поверхности: $u_x^0=\sum_{j=1}^{2} A_j \exp(-i\omega t+ik_z z+ik_y^{(j)} y)$, где k_y и k_z — связаны дисперсионным уравнением: $\rho\omega^2=\frac{1}{2}(C_{11}-C_{12}-2\Delta C_1)k_y^2-(2C_{14}-\Delta C_3)k_y k_z-(C_{44}-\Delta C_2)k_z^2$, а амплитуды A_j — граничным условием. Интересуясь рассеянием по направлению нормали к поверхности, будем полагать выполненным одно из условий: $k_z\pm q=0$. При этом в первом приближении по неоднородности поля амплитуда деформаций в рассеянной волне примет вид

$$\varepsilon_{xy}^r=(C_{11}-C_{12}-2\Delta C_1)^{-1}\sum_{j=1}^{2}[2\Delta C_1\varepsilon_{xy}^{(j)}+\Delta C_3\varepsilon_{xz}^{(j)}]2\chi_{\parallel}\frac{(k^r)^2}{(k^r)^2-(k_y^j-iq)^2}, \tag{8}$$

где $\hat{\varepsilon}^{(j)}$ — амплитуда деформаций в падающей волне, $\chi_{\parallel}^0$ — амплитуда неоднородности, k^r — волновой вектор рассеянной волны. При взаимодействии модулированной звуковой волны ($\hat{\varepsilon}^{(j)}=\hat{\varepsilon}^{(j)}(\mathbf{r}, t)$) с неоднородностью, амплитуда которой медленно меняется в пространстве ($\chi_{\parallel}^0=\chi_{\parallel}^0(z)$), интеграл от амплитуды рассеянной волны по сечению $y=\text{const}$ представляет собой задержанную на время распространения от поверхности функцию свертки огибающих звукового поля и неоднородности: $F(t)\sim\int\varepsilon(z-v_\perp t)\chi_{\parallel}^0(z)\,dz$, где $v_\perp$ — проекция групповой скорости падающей поперечной волны.

Практически такое интегрирование может быть осуществлено приемным преобразователем с достаточно большой апертурой.

В рассмотренном случае рассеяние происходит нерезонансно, а его эффективность, определяемая как отношение рассеянной мощности к мощности падающей волны, оценивается соотношением $P_r/P_0\sim(\chi_{\parallel}\Delta C/C)^2$. При легко реально достижимых в АФЛП значениях $\Delta C/C\sim0{,}1$, $\chi_{\parallel}\sim0{,}1$ она составляет около 40 дБ.

Будем теперь полагать однородное поле **H** ориентированным параллельно оси второго порядка ($\varphi_0=0$). В такой ориентации дисперсионные уравнения для звуковых волн не изменяются по сравнению с предыдущим случаем ($\varphi_0=\pi/2$). Нормальные моды при $\partial/\partial x=0$ разделяются на поперечные с поляризацией, параллельной оси x, и смешанные (за счет упругой анизотропии) моды, поляризованные в плоскости (y, z). При этом поперечные моды линейно взаимодействуют с магнитной подсистемой, а смешанные не взаимодействуют и соответствующие модули не перенормируются магнитоупругой связью. Именно из этих смешанных мод на поверхности ($y=0$) в данном случае и формируются поверхностные (рэлеевские) волны. Отличие рассматриваемой геометрии ($\varphi_0=0$) от случая ($\varphi_0=\pi/2$) заключается в том, что теперь существенная проекция неоднородного поля $h_y(\mathbf{r})$ является не продольной по отношению к **H**, а поперечной. При этом, как указывалось, возникает механизм взаимодействия звука с неоднородным полем, обусловленный локальным изменением симметрии. Поперечные объемные волны, взаимодействуя с приповерхностной магнитной неоднородностью, способны рассеиваться в поверхностные волны.

На первый взгляд, рассеяние может быть резонансным за счет совпадения пространственных распределений объемных сил, создаваемых волной, взаимодействующей с неоднородностью, и пространственного распре-

деления смещения в поверхностной волне. Однако анализ законов сохранения показывает, что они налагают условия на упругие константы материала, причем эти условия не выполняются, по крайней мере для упруго изотропного вещества.

Если объемный резонанс при трансформации объемных волн в поверхностные невозможен, то для возникновения резонанса неоднородных напряжений на поверхности с поверхностной волной требуются значительно менее жесткие условия (совпадения продольных волновых чисел при заданной частоте).

Уравнение для медленно меняющейся амплитуды поверхностной волны в резонансном случае может быть получено в виде

$$\frac{\partial A_y^R}{\partial t} \pm v_R^+ \frac{\partial A_y^R}{\partial z} = \mathbf{I}\hat{S}(\omega, \varkappa, k_z^R)\mathbf{F}(z, t), \tag{9}$$

где v_R — скорость рэлеевской волны, двухкомпонентный вектор $\mathbf{F}$ имеет проекции: $F_1 = 2\chi_\perp^0[2\Delta C_1\varepsilon_{xy} + \Delta C_3\varepsilon_{xz}]$, $F_2 = -2\chi_\perp^0[2\Delta C_3\varepsilon_{xy} + 2\Delta C_2\varepsilon_{xz}]$, $\hat{\varepsilon}$ — амплитуда деформаций в объемной волне на поверхности $y=0$, $\mathbf{I}$ — единичный вектор, $\chi_\perp^0 = -h_y^0/H$, h_y^0 — амплитуда неоднородного поля:

$$\hat{S}(\omega, \varkappa, k_z^R) = \left(\frac{\partial \Delta_R}{\partial \omega}\right)^{-1} \hat{\theta}(\omega, k_z^R)[\hat{I} - \Delta^{-1}(\varkappa, \omega)\hat{U}(\varkappa)\hat{\Lambda}(\varkappa, \omega)],$$

$\hat{I}$ — единичный тензор, $\varkappa$ — волновой вектор объемных сил, обусловленных взаимодействием падающей волны с неоднородностью: $\varkappa_z = k_z \pm q$, $\varkappa_y = k_y - iq$, $\mathbf{k}$ — волновой вектор падающей волны, $\mathbf{k}^R$ — волновой вектор рэлеевской волны (в условиях резонанса $k_z^R = \varkappa_z$);

$$U_{11} = \lambda(\varkappa) = C_{11}\varkappa_y + C_{14}\varkappa_z, \quad U_{12} = \mu(\varkappa) = C_{13}\varkappa_z - C_{14}\varkappa_y,$$

$$U_{21} = \beta(\varkappa) = C_{44}\varkappa_z - C_{14}\varkappa_y, \quad U_{22} = \nu(\varkappa) = C_{44}\varkappa_y; \quad \Delta(\omega, \varkappa) = \mathrm{Det}\begin{pmatrix} \alpha, & \gamma \\ \gamma, & \delta \end{pmatrix},$$

$$\alpha(\varkappa, \omega) = \rho\omega^2 - C_{11}\varkappa_y^2 + 2C_{14}\varkappa_y\varkappa_z - C_{44}\varkappa_z^2, \quad \delta(\varkappa, \omega) = \rho\omega^2 - C_{33}\varkappa_z^2 - C_{44}\varkappa_y^2,$$

$$\gamma(\varkappa) = -(C_{13} + C_{44})\varkappa_y\varkappa_z + C_{14}\varkappa_y^2; \quad \theta_{11} = \beta_2 - \frac{\alpha_2}{\gamma_2}\nu_2, \quad \theta_{21} = -\beta_1 + \frac{\alpha_1}{\gamma_1}\nu_1,$$

$$\theta_{12} = -\lambda_2 + \frac{\alpha_2}{\gamma_2}\mu_2, \quad \theta_{22} = \lambda_1 - \frac{\alpha_1}{\gamma_1}\mu_1;$$

элементы матрицы $\hat{\theta}$ берутся как функции волнового вектора $\mathbf{k}^R$, индексы (1, 2) в элементах матрицы соответствуют двум корням характеристического уравнения $\Delta(\omega, \mathbf{k}^R) = 0$, определяющим обратную глубину проникновения рэлеевской волны $-ik_{y_{1,2}}^R(\omega, k_z^R)$; $\Delta_R(\omega, k_z^R) = \mathrm{Det}\,\hat{\theta}$, $\Lambda_{11} = -\delta(\varkappa)\varkappa_y$, $\Lambda_{12} = -\delta(\varkappa)\varkappa_z + \gamma(\varkappa)\varkappa_y$, $\Lambda_{21} = \gamma(\varkappa)\varkappa_y$, $\Lambda_{22} = -\alpha(\varkappa)\varkappa_y + \gamma(\varkappa)\varkappa_z$.

Так как скорости рэлеевских волн обычно меньше скоростей поперечных объемных волн, выполнение резонансного условия $k_z^R = k_z \pm q$ возможно как для переизлучения в направлении распространения падающей волны (вдоль оси $\mathbf{z}$), так и в противоположном направлении. Этим двум случаям соответствуют разные знаки в уравнении (9).

Решения уравнения (9) для переизлучения соответственно «вперед» и «назад» можно записать в виде:

$$A_R^+ = -v_R^{-1}(\mathbf{I}\hat{S})_2\Delta C_2 4\int_0^z dz'\chi_\perp^0(z')\varepsilon_{xz}\left[\xi\frac{v_\perp}{v_R} - z'\left(\frac{v_\perp}{v_R} - 1\right)\right], \tag{10}$$

$$A_R^- = -v_R^{-1}(\mathbf{I}\hat{S})_2\Delta C_2 \cdot 4\int_0 dz'\chi_\perp^0(z')\varepsilon_{xz}\left[z'\left(1 + \frac{v_\perp}{v_R}\right) - \eta\frac{v_\perp}{v_R}\right], \tag{11}$$

где $\xi = z - v_R t$, $\eta = z + v_R t$, $v_\perp - z$ — проекция групповой скорости падающей волны. В соотношениях (10), (11) учтены только перенормировки модулей

ΔC_2, которые в реальных высокотемпературных АФЛП ($\alpha-Fe_2O_3$, $FeBO_3$) имеют наибольшую величину.

Видно, что при достаточно большой области взаимодействия амплитуды поверхностных волн являются масштабно деформированными функциями свертки огибающих падающей волны и неоднородности. Эффективность преобразования в данном случае оценивается соотношением: $P_R/P_0 \sim (\chi_\perp \Delta C/C)^2 L^2/l\lambda$, где L — размер области взаимодействия, l — апертура объемной волны, λ — длина рэлеевской волны. При $L/l \sim 1$, $L \sim 1$ см, $\lambda \sim 10^{-2}$ см ($\omega/2\pi \sim 3 \cdot 10^7$ Гц) эффективность может быть выше 20 дБ.

Рассмотрим пример трансформации поверхностных волн друг в друга. Положим магнитное поле ориентированным под углом $\pi/4$ к оси **x**. Как и раньше, будем выбирать направление распространения вдоль **z**, а поверхность кристалла — $y=0$.

Из соотношения (5) следует, что поверхностные волны в этом случае являются линейно магнитоупруго связанными. Компонента неоднородного поля $h_y(\mathbf{r})$ имеет теперь как продольную, так и поперечную (по отношению к **H**) составляющие. Поперечная, однако, не влияет в данном случае на распространение поверхностных волн, а продольная ($h_\parallel = -h_y/\sqrt{2}$) приводит к неоднородности эффективных модулей упругости, определяющих параметры поверхностной волны. Поверхностная волна, распространяясь вдоль оси **z**, может резонансно рассеиваться в противоположном направлении, если выполнено условие $(k_z^R)^+ - q = (k_z^R)^-$.

Амплитуда рассеянной волны удовлетворяет при этом уравнению, аналогичному (9), где $F_1 = -2\chi_\parallel^0[\Delta C_1 \varepsilon_{yy} - \Delta C_3 \varepsilon_{yz}]$, $F_2 = -2\chi_\parallel^0\left[2\Delta C_2 \varepsilon_{yz} - \frac{1}{2}\Delta C_3 \varepsilon_{yy}\right]$, $\hat{S} = \hat{S}(\varkappa_1) + \hat{S}(\varkappa_2)$ индексы при $\varkappa_{1,2}$ соответствуют двум корням характеристического уравнения для обратной глубины проникновения в падающей рэлеевской волне. Решение уравнения (9) с учетом только наибольшей перенормировки модулей упругости (ΔC_2) имеет вид

$$A_R^-(\eta) = -v_R^{-1}(\mathrm{I}\hat{S})_2 \Delta C_2 \cdot 4 \int_0^z \chi_\parallel^0(z')\, \varepsilon_{xz}(2z' - \eta)\, dz', \qquad (12)$$

где $\eta = z + v_R t$. Эффективность преобразования теперь оценивается соотношением $P_R/P_0 \sim (\chi_\parallel \Delta C \cdot L/C\lambda)^2$ и при легко экспериментально достижимых условиях ($\Delta C/C \sim 0{,}1$, $\chi_\parallel \sim 0{,}1$, $L/\lambda \sim 10^2$) может быть порядка единицы. В этом случае, однако, задача о рассеянии должна уже решаться самосогласованно с учетом обратного влияния рассеянной волны на падающую [1].

В заключение, отметим, что эффекты аналогичные рассмотренным, могут возникать при распространении поверхностных магнитостатических волн в неоднородно намагниченных ферритах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Савченко М. А.* Связанные магнитоупругие волны в антиферромагнетиках.– Физ. тв. тела, 1964, т. 6, № 3, с. 864–872.
2. *Seavy M. H.* Acoustic resonance in easy-plane week ferromagnets α-Fe_2O_3 and $FeBO_3$.– Sol. State Comm., 1972, v. 10, № 2, p. 219–223.
3. *Максименков П. П., Ожогин В. И.*– ЖЭТФ, 1973, т. 65, № 2(8), с. 657–667.
4. *Андрущак Е. А., Евтихиев Н. Н., Погожев С. А., Преображенский В. Л., Экономов Н. А.*– Акуст. ж., 1981, т. 27, № 2, с. 170–178.
5. *Евтихиев Н. Н., Погожев С. А., Преображенский В. Л., Экономов Н. А.*– XV Всес. конф. по физике магнитных явлений (тез. докл). Ч. 1. Пермь, 1981, с. 61.
6. *Ожогин В. И., Преображенский В. Л.*– ЖЭТФ, 1977, т. 73, № 3(9), с. 988–1000.
7. *Preobrazhensky V. L., Savchenko M. A.* Magnetoacoustical solitons in easy plane type antiferromagnets.– XX AMPERE Congr. Proceeding, Tallin, 1978, p. 410.
8. *Боровик-Романов А. С., Рудашевский Е. Г.*– ЖЭТФ, 1964, т. 47, № 6(2), с. 2095–2101.

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики

Поступила в редакцию 12.VII.1982

[1] В простейшем случае немодулированных волн такой учет дает, в частности, обычное расщепление спектров взаимодействующих мод.