АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 2

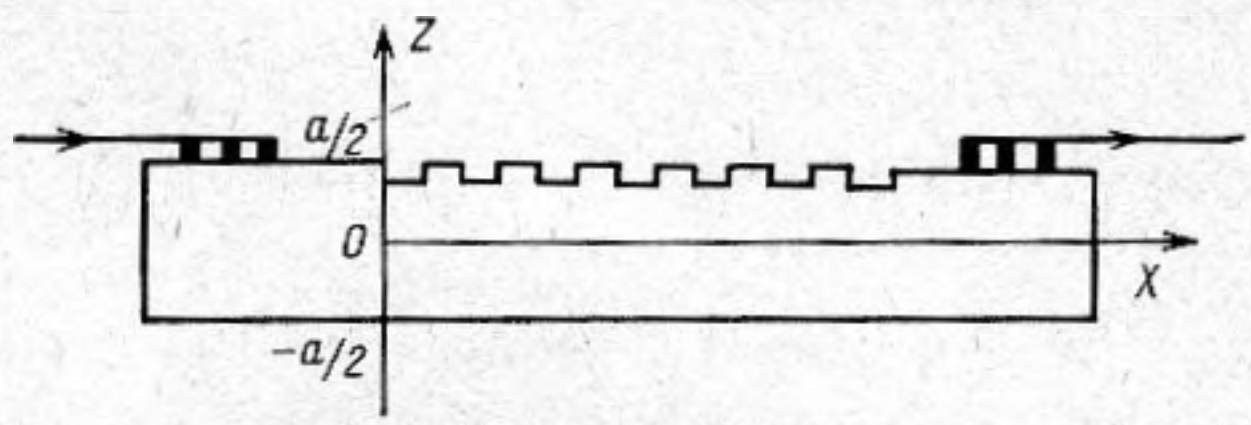
УДК 534.26

РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН РЭЛЕЯ С МОДАМИ ЛЭМБА В ПЛАСТИНЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Григорьевский В. И., Котелянский И. М., Миргородская Е. Н., Орлов В. П., Плесский В. П.

Экспериментально исследовано распространение поверхностной акустической волны Рэлея по периодически неровному участку поверхности пластины ниобата лития, в случае, когда длина волны Рэлея примерно равна периоду структуры. Предложена теоретическая модель рассмотренного явления.

Использование периодических структур на поверхности кристаллов позволяет создавать многие акустоэлектронные устройства, такие, например, как резонаторы, фильтры и другие. В указанных устройствах периодические структуры используются для осуществления брэгговского отражения поверхностных акустических волн (ПАВ). Возможно также взаимное преобразование поверхностных и объемных волн. Когда на периодически неровный участок поверхности твердого тела падает по нормали объемная акустическая волна с частотой, удовлетворяющей условию $f \approx v_R/\Lambda$ (v_R – скорость ПАВ, Λ – период структуры), то возможно эффек-



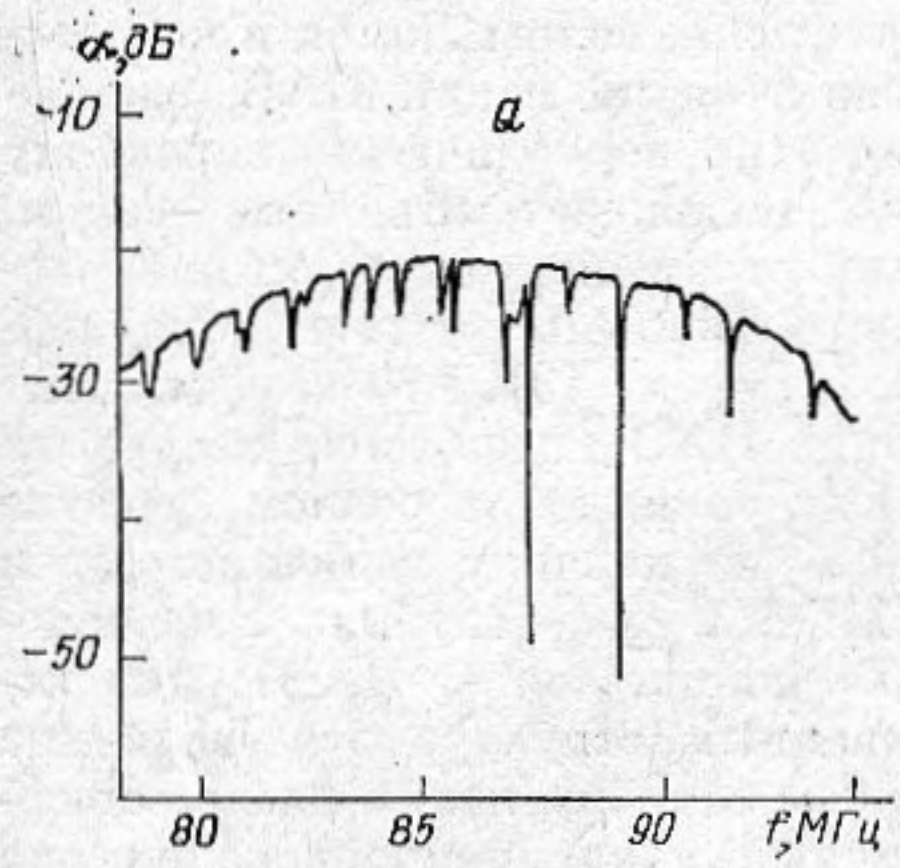
Фиг. 1. Схема экспериментального устройства

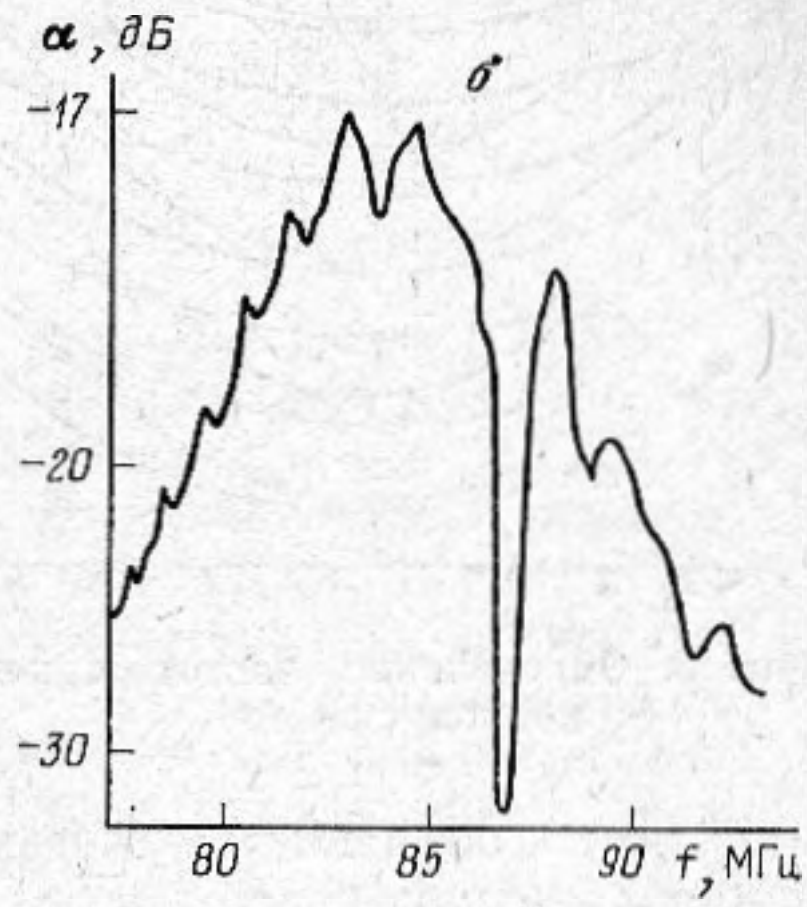
тивное преобразование объемной волны в ПАВ. В работах [1, 2] было обнаружено, что на периодически неровном участке поверхности пластины упругого твердого тела возможно эффективное преобразование ПАВ Рэлея в объемные моды пластины. Такое преобразование проявляется в виде узких пиков непропускания на амплитудно-частотной характеристике линии задержки, изготовленной из пластины YZ–$LiNbO_3$ с двумя полированными поверхностями. На одной из поверхностей были изготовлены встречно-штыревые преобразователи ПАВ и периодическая система канавок между ними (фиг. 1). Период системы и длина волны ПАВ были примерно равны. Таким образом, объемные волны, порожденные ПАВ, распространяющейся по структуре, уходили почти по направлению нормали к поверхности. Авторами работ [1, 2] была предложена феноменологическая теория на основе приближения «связанных волн» для вычисления частот пиков непропускания, а также величин коэффициента непропускания.

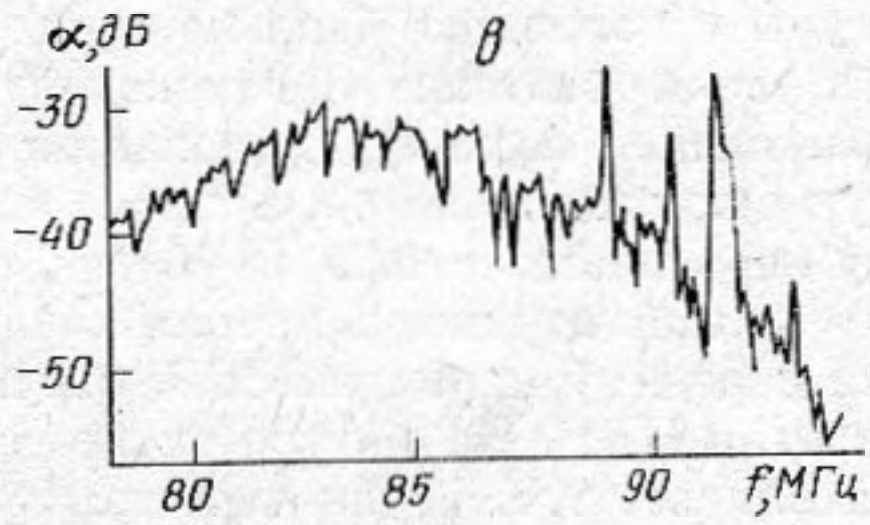
В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования этого явления, а также развита теория, в которой из уравнений теории упругости и граничных условий получены уравнения связанных мод. Теория позволяет рассчитать глубины пиков непропускания и их форму.

Экспериментальные образцы представляли собой пластины YZ—$LiNbO_3$ толщиной около 2 мм с двумя полированными поверхностями. На одной из поверхностей были изготовлены встречно-штыревые преобразователи ПАВ на центральную частоту 87 МГц. Преобразователи имели по 5 пар штырей. Между преобразователями методом ионного травления наносилась система канавок глубиной 0,8 мкм. Ширина канавок составляла 20 мкм, промежуток между канавками также составлял 20 мкм.

На фиг. 2, *а* показана амплитудно-частотная характеристика такого устройства. В полосе пропускания встречно-штыревых преобразователей







Фиг. 2. *а* – амплитудно-частотная характеристика экспериментального устройства; *б* – амплитудно-частотная характеристика экспериментального устройства с зарифленной обратной поверхностью пластины; *в* – амплитудно-частотная характеристика устройства с узкой полоской поглотителя ПАВ в середине периодической структуры

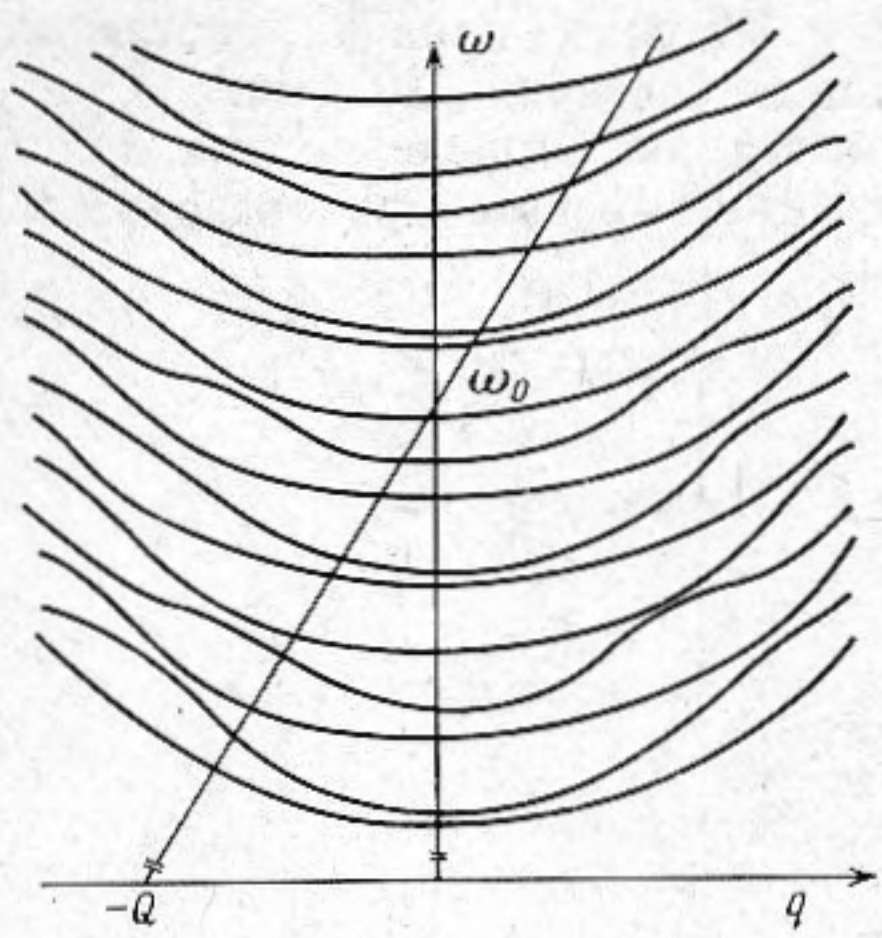
видны узкие и глубокие пики непропускания, обусловленные уходом энергии ПАВ в моды Лэмба пластины.

На фиг. 2, *б* представлена амплитудно-частотная характеристика такого же устройства, но с грубо зарифленной обратной поверхностью. Видно, что пики исчезли и остался один пик непропускания с центральной частотой 87,125 МГц, которая точно удовлетворяет условию $f=v_R/\Lambda$.

При распространении ПАВ с волновым числом p вдоль периодически неровной поверхности она сопровождается набором пространственных гармоник с волновыми числами $p+nQ$, где $n=0, \pm1, \pm2, \ldots$, а $Q=2\pi/\Lambda$. Когда волновое число пространственной гармоники с номером $n=-1$ совпадает с волновым числом q одной из мод Лэмба, объемные волны, порожденные ПАВ, на одном участке периодической структуры, отражаясь от поверхностей пластины, складываются в фазе с объемными волнами, порожденными ПАВ на другом участке структуры, т. е. происходит распределенное резонансное преобразование ПАВ в волны Лэмба. На амплитудно-частотной характеристике это соответствует пику непропускания сигнала. Таким образом, частоты пиков соответствуют точкам пересечения дисперсионных кривых мод Лэмба пластины с дисперсионной кривой про-

странственной гармоники ПАВ с волновым числом $p-Q$ [2] (см. фиг. 3, на которой показаны дисперсионные кривые только четных мод Лэмба).

На частотах, где волновые числа пространственной гармоники ПАВ с волновым числом $p-Q$ и моды Лэмба не совпадают, объемные волны, рожденные при рассеянии ПАВ на неровном участке, отражаясь от поверхностей пластины, складываются с разными фазами, взаимно компенсируются и ПАВ доходит до приемного преобразователя без затухания.



Фиг. 3. Определение частот пиков непропускания

Когда обратная поверхность пластины зарифлена, волны Лэмба в ней распространяться не могут. ПАВ, распространяясь по периодически неровному участку, порождает объемные волны, которые, отражаясь от обратной поверхности пластины, рассеиваются диффузно. Известно [3], что коэффициент затухания ПАВ Рэлея из-за излучения объемных волн на неровном участке длиной L по порядку величины равен $\gamma \sim (h/\lambda)^2 \cdot L/\lambda$ (h — глубина неровностей, λ — длина волны ПАВ); для использованных структур эта величина мала. Этим объясняется исчезновение пиков непропускания после зарифления обратной поверхности. Единственный пик непропускания на амплитудно-частотной характеристике в этом случае обусловлен отражением ПАВ от структуры с периодом, равным длине волны ПАВ. Это отражение имеет место из-за наличия «брэгговской» гармоники в форме профиля канавок отражающей структуры (когда ширина канавки не точно равна промежутку между канавками), а также из-за эффектов второго порядка по параметру неровности $\varepsilon = h/\Lambda$ [4—6].

На фиг. 2, *в* показана амплитудно-частотная характеристика устройства (фиг. 1), когда на середину периодической структуры была нанесена узкая полоска поглотителя ПАВ. На фигуре видно, что два пика в области частот $f > v_R/\Lambda$ «обратились», т. е. стали пиками пропускания сигнала. Здесь имеет место двойное преобразование ПАВ-мода Лэмба и мода Лэмба-ПАВ, поскольку в области частот $f > V_R/\Lambda$ ПАВ и моды Лэмба распространяются в одном направлении, но ПАВ эффективно поглощается поглотителем на поверхности, а моды Лэмба проходят в объеме пластины (в области частот $f < V_R/\Lambda$ ПАВ и моды Лэмба распространяются в противоположных направлениях (фиг. 3)). Недостаточно большая высота пиков объясняется уменьшением вдвое длины периодической структуры, на которой идет преобразование ПАВ в моду Лэмба и обратно.

Для количественного описания эффекта преобразования ПАВ в моды Лэмба рассмотрим пластину изотропного твердого тела толщиной a, на одной поверхности которой имеется периодическая структура длиной L, состоящая из прямоугольных канавок глубиной h, ширина канавок $-\Lambda/2$, расстояние между канавками $\Lambda/2$ (фиг. 1).

Задача о взаимодействии мод Лэмба в твердом волноводе с периодическими неровностями на границе изучалась ранее в работе [7]. В рассматриваемом случае толстой пластины волны Рэлея также можно рассматривать как суперпозицию нулевых мод Лэмба. Однако ввиду близости дисперсионных кривых нулевых мод Лэмба их взаимодействие с другими модами в нашем случае нельзя рассматривать по отдельности. Поэтому результаты работы [7] в нашем случае непосредственно не применимы и целесообразно провести расчет заново, рассматривая взаимодействие волны Рэлея с модами Лэмба по методу «связанных мод», как это предлагается в работах [1, 2].

Пусть в пластине распространяются волны Рэлея:

$$\varphi = \varphi_0 \exp(ipx + \alpha z), \quad \psi = \psi_0 \exp(ipx + \beta z) \tag{1}$$

(здесь φ и ψ — скалярный и векторный потенциалы, φ_0 и ψ_0 — их амплитуды, p — волновое число волны, α и β — постоянные затухания в глубь пластины для соответствующих потенциалов) и волны Лэмба

$$\begin{aligned} \varphi &= (A\cos mz + C\sin mz)\exp(iqx), \\ \psi &= (B\sin nz + D\cos nz)\exp(iqx) \end{aligned} \tag{2}$$

(здесь A, B, C, D — амплитудные константы; q — волновое число моды Лэмба, m и n — постоянные распространения по оси OZ для мод Лэмба). Величины α, β, p и m, n, q связаны соотношениями

$$\begin{cases} a^2 = p^2 - k^2, \\ \beta^2 = p^2 - \varkappa^2, \end{cases} \quad \begin{cases} m^2 = k^2 - q^2, \\ n^2 = \varkappa^2 - q^2. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $k^2 = \rho\omega^2/(\lambda+2\mu)$; $\varkappa^2 = \rho\omega^2/\mu$, где ω — круговая частота ПАВ, ρ — плотность, λ и μ — постоянные Ламе материала пластины. На свободных поверхностях пластины должны выполняться граничные условия отсутствия нормальных и касательных напряжений. В случае малости параметра неровности h/Λ можно «перенести» граничные условия на гладкую поверхность [3], разлагая уравнения граничных условий в ряд по малому параметру неровности. Подставляя решения в виде (1) и (2) в систему граничных условий, можно получить однородную систему линейных уравнений относительно амплитуд волн с коэффициентами, которые содержат множителями величины $\exp(iqx)$, $\exp(ipx)$, $\exp(i(q-Q)x)$, $\exp(i(q-Q)x)$, $\exp(i(p+Q)x)$ и т. д. Используя условия синхронизма

$$q = p - Q, \quad p = q + Q \tag{4}$$

и собирая слагаемые с одинаковыми показателями степени в экспонентах (члены с $\exp(i(p+Q)x)$ и $\exp(i(q-Q)x)$ и т. д. отбрасываем, поскольку при рассматриваемых условиях ($p \approx Q$) они не соответствуют резонансным взаимодействиям), можно получить следующую систему уравнений связанных волн, в которой исключены амплитуды векторных потенциалов:

$$\begin{cases} D_R\varphi_0 + \varepsilon K_1^{(1)} A = 0, \\ D_L^{(1)} A + \varepsilon K_2^{(1)} \varphi_0 = 0, \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} D_R\varphi_0 + \varepsilon K_1^{(2)} C = 0, \\ D_L^{(2)} C + \varepsilon K_2^{(2)} \varphi_0 = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Константы $K_1^{(1)}, K_2^{(1)}, K_1^{(2)}, K_2^{(2)}$ сложным образом зависят от частоты синхронизма. Соответствующие выражения очень громоздки и здесь не приводятся. В системах (5) и (6)

$$\begin{aligned} D_R &= (2p^2 - \varkappa^2)^2 - 4p^2\alpha\beta, \\ D_L^{(1)} &= (2q^2 - \varkappa^2)^2 \cos\frac{ma}{2}\sin\frac{na}{2} + 4q^2mn\sin\frac{ma}{2}\cos\frac{na}{2}, \\ D_L^{(2)} &= (2q^2 - \varkappa^2)^2 \sin\frac{ma}{2}\cos\frac{na}{2} + 4q^2mn\cos\frac{ma}{2}\sin\frac{na}{2}. \end{aligned} \tag{7}$$

Уравнения $D_R = 0, D_L^{(1)} = 0$, $D_L^{(2)} = 0$ — дисперсионные уравнения для ПАВ Рэлея и для двух наборов (четных и нечетных) мод Лэмба в гладкой пластине.

Системы (5) и (6) описывают связь ПАВ Рэлея с двумя наборами мод Лэмба вблизи частот «синхронизма», которые определяются из соотноше-

ния (4). Для этих частот выражения D_R и D_L можно разложить в ряд по малым величинам отклонения от частоты «синхронизма» $\Delta\omega$ и малой поправке к волновым числам волн δ

$$D_R \approx \frac{\partial D_R}{\partial p}\delta + \frac{\partial D_R}{\partial \omega}\Delta\omega = \frac{\partial D_R}{\partial p}\left(\delta - \frac{\Delta\omega}{v_R}\right), \tag{8}$$

$$D_L \approx \frac{\partial D_L}{\partial q}\delta + \frac{\partial D_L}{\partial \omega}\Delta\omega = \frac{\partial D_L}{\partial q}\left(\delta - \frac{\Delta\omega}{v_L}\right).$$

Здесь v_R – скорость ПАВ; $V_L = -\frac{\partial D_L}{\partial q} \Big/ \frac{\partial D_L}{\partial \omega}$ – групповая скорость волн Лэмба. Из систем связанных волн (5) и (6) находим соотношение между поправками к волновому вектору и частотной расстройкой

$$\delta_{1,2} = \frac{\Delta\omega}{2}\left(\frac{1}{V_R} + \frac{1}{V_L}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2\left(\frac{1}{V_L} - \frac{1}{V_R}\right)^2 + H}. \tag{9}$$

Параметр

$$H = \varepsilon^2 K_1 K_2 \Big/ \left(\frac{\partial D_R}{\partial p}\frac{\partial D_L}{\partial q}\right) \tag{10}$$

определяет связь между ПАВ Рэлея и волной Лэмба. В этих формулах величины D_L, V_L, K_1, K_2 и H вычисляются для соответствующей моды Лэмба на частоте синхронизма.

Решения в области периодической структуры имеют вид:

$\varphi = [\varphi_{01}\exp(i\delta_1 x) + \varphi_{02}\exp(i\delta_2 x)]\exp[i(px - \omega t)]$ – для волн Рэлея,

$\varphi = [A_1\exp(i\delta_1 x) + A_2\exp(i\delta_2 x)]\exp[i(qx - \omega t)]$ – для волн Лэмба.

Чтобы получить коэффициент прохождения ПАВ, необходимо «сшить» решения на гладкой поверхности и на неровном участке. При этом надо различать два случая: групповая скорость волн Лэмба отрицательна, т. е. волна Лэмба распространяется в направлении, противоположном направлению распространения ПАВ Рэлея, и групповая скорость волны Лэмба положительна – обе волны распространяются в одном направлении. Первый случай имеет место на частотах $f < V_R/\Lambda$. В этом случае при $x=0$ (см. фиг. 1) краевое условие сводится к равенству амплитуд падающей ПАВ и ПАВ в области структуры и к равенству нулю амплитуды волны Лэмба в области структуры при $x=L$. Второй случай имеет место на частотах $f > V_R/\Lambda$. При этом должно выполняться условие равенства амплитуд падающей ПАВ и ПАВ в структуре при $x=0$ и равенства нулю амплитуды волны Лэмба при $x=0$.

$$T = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\left(\delta_1 - \frac{\Delta\omega}{V_R}\right)\exp(-i\delta_2 L) - \left(\delta_2 - \frac{\Delta\omega}{V_R}\right)\exp(-i\delta_1 L)} \quad \text{при } V_L < 0,$$

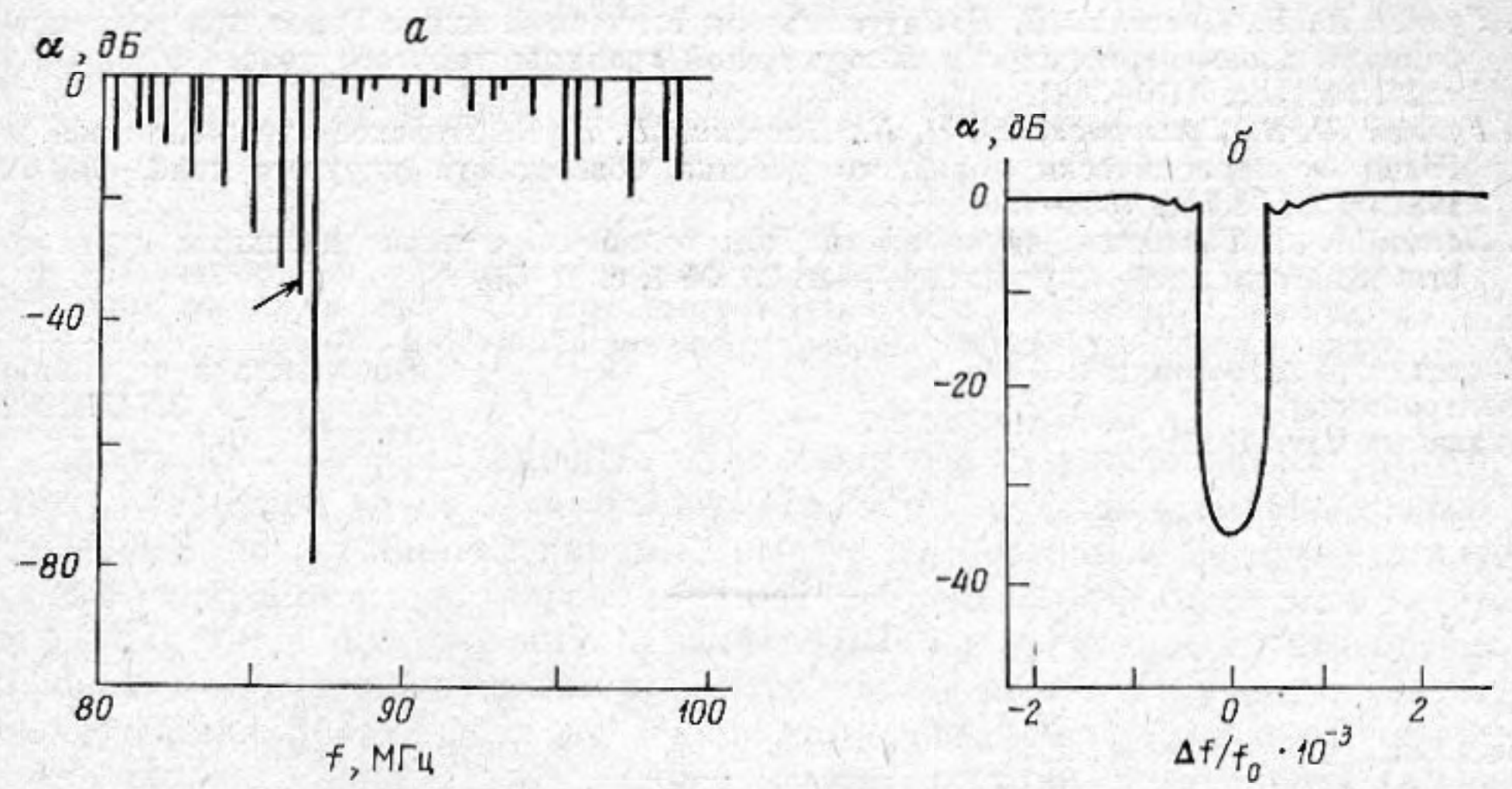
$$T = \frac{\left(\delta_1 - \frac{\Delta\omega}{V_R}\right)\exp(i\delta_2 L) - \left(\delta_2 - \frac{\Delta\omega}{V_R}\right)\exp(i\delta_1 L)}{\delta_1 - \delta_2} \quad \text{при } V_L > 0. \tag{11}$$

При $\Delta\omega=0$, т. е. точно на частоте «синхронизма» эти формулы переходят в

$$T = \mathrm{ch}^{-1}(\sqrt{|H|}L) \quad \text{при } V_L < 0$$

$$T = \cos(\sqrt{|H|}L) \quad \text{при } V_L > 0. \tag{12}$$

Из формул (12) следует, что при $V_L<0$ происходит экспоненциальное уменьшение амплитуды ПАВ с увеличением длины структуры. При этом коэффициент затухания $\delta=\sqrt{|H|}\sim\varepsilon$, т. е. значительно больше, чем при распространении ПАВ по периодически неровной поверхности неограниченного упругого тела ($\sim\varepsilon^2$). При $V_L>0$ затухание зависит от длины структуры по гармоническому закону. Это означает, что при распространении ПАВ по структуре она сначала преобразуется в волну Лэмба, потом эта волна преобразуется в ПАВ и т. д.



Фиг. 4. *а* – расчетные частоты и уровни пиков непропускания; *б* – расчетная форма пика непропускания, показанного стрелкой на фиг. 4, *а*

Отметим, что изложенная выше теория неприменима в полосе частот $\Delta f\lesssim\varepsilon\cdot f_0$ вблизи центральной частоты $f_0=V_R/\Lambda$, поскольку, как уже указывалось выше, в этой полосе необходимо учитывать квадратичные по параметру неровности поправки.

На фиг. 4, *а* показаны частоты и уровни пиков непропускания, рассчитанные для пластины изотропного твердого тела с величиной коэффициента Пуассона $\sigma=0{,}31$, которая наиболее подходит для описания ниобата лития [1]. Из фигуры видно, что имеется только качественное согласие теоретических и экспериментальных результатов. Так, не совпадают с расчетными уровни непропускания, частоты и число наблюдаемых пиков слева и справа от центральной частоты. Теория предсказывает нерегулярность изменения глубины пиков с частотой, что согласуется с экспериментом и связано с нерегулярностью изменения групповой скорости мод Лэмба с частотой. При этом в соответствии с теорией имеется тенденция увеличения глубины пиков вблизи центральной частоты. Для достижения количественного согласия с экспериментом необходимо учитывать анизотропию и пьезоэффект в пластине $YZ-LiNbO_3$. На фиг. 4, *б* показана расчетная форма одного пика (отмечен стрелкой на фиг. 4, *а*). Этот пик является весьма узким ($\Delta f/f\approx8\cdot10^{-4}$ по уровню 0 дБ) и почти не имеет боковых лепестков. Ширины пиков по нулевому уровню можно оценить из соотношения (см. (9)) $\Delta f/f\approx\sqrt{|H|}/(|1/v_R-1/v_L|)$. Для пиков, частоты которых лежат вблизи центральной частоты $f_0=v_R/\Lambda$, групповая скорость волн Лэмба весьма мала и поэтому ширина пиков очень мала. На эксперименте самый глубокий пик, как правило, имел частоту выше центральной. По-видимому, это связано с отклонением потока энергии в объемной сдвиговой волне в $LiNbO_3$ при распространении вдоль оси OZ.

Устройства с взаимодействием ПАВ с модами Лэмба могут служить основой для создания очень узкополосных режекторных и пропускающих фильтров и элементов стабилизации частоты генераторов.

Авторы благодарны Е. В. Шуба за помощь в проведении экспериментов, Ю. В. Гуляеву, А. Н. Авдееву и В. П. Терешкову за интерес и обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Melngailis J., Haus H. A., Lattes A.* Efficient conversion of surface acoustic waves in shallow grating to bulk plate modes.– Appl. Phys. Lett., 1979, v. 35, p. 324–326.
2. *Haus H. A., Lattes A., Melngailis J.* Grating coupling between surface acoustic waves and plate modes.– IEEE Trans., 1980, v. SV-27, № 5, p. 258–265.
3. *Бреховских Л. М.* О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела.– Акуст. ж., 1959, т. 5, № 3, с. 282–289.
4. *Li R. C. M., Melngailis J.* The influence of stored energy at step discontinuities on the behavior of surface-wave gratings.– IEEE Trans., 1975, v. SV-22, № 3, p. 189–198.
5. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Затухание акустической волны Рэлея при распространении вдоль периодически возмущенной границы упругого тела.– ФТТ, 1979, т. 21, № 11, с. 3479–3481.
6. *Гуляев Ю. В., Григорьевский В. И., Плесский В. П.* Брэгговское отражение волны Рэлея от периодически неровного участка поверхности упругого тела.– ЖТФ, 1981, т. 51, № 7, с. 1338–1344.
7. *Лапин А. Д.* Рассеяние звука на твердом волноводе с периодическими неровностями на границе.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 1, с. 87–95.

Институт радиотехники и электроники
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2.VIII.1982