АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 2

УДК 534.833

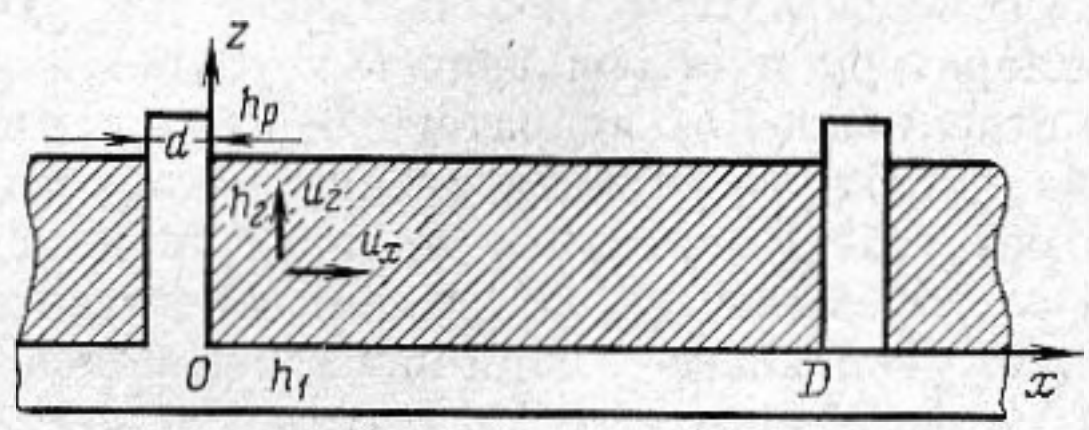
ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВОЛНОВОГО ВИБРОПОГЛОЩАЮЩЕГО ПОКРЫТИЯ СТЕРЖНЯ С РЕБРАМИ

Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.

Исследована эффективность волнового (не тонкого по отношению к длине волны) вибропоглощающего покрытия, нанесенного на стальной стержень с поперечными ребрами. Благодаря жесткому скреплению покрытия с ребрами получено существенное увеличение пространственного затухания амплитуды изгибной волны, распространяющейся вдоль стержня.

В работе [1] рассмотрено волновое (не тонкое по отношению к длине волны) вибропоглощающее покрытие, нанесенное равномерным слоем на изгибно-колеблющийся металлический стержень. Показано, что в области частот толщинных резонансов покрытия затухание вибрации вдоль стержня существенно возрастает.

Представляет интерес определить эффективность волнового покрытия в случае его нанесения на стержень и жесткого скрепления с поперечны-



Фиг. 1. Волновое покрытие на стержне с поперечными ребрами

ми ребрами (фиг. 1). Можно ожидать, что благодаря этому будет возрастать деформация покрытия, что приведет к повышенному затуханию вибрации в стержне на частотах ниже основного толщинного резонанса покрытия. При малой волновой толщине покрытия эффективность демпфирования должна также повыситься вследствие появления в покрытии сдвиговых деформаций, обусловленных жесткой связью с ребрами.

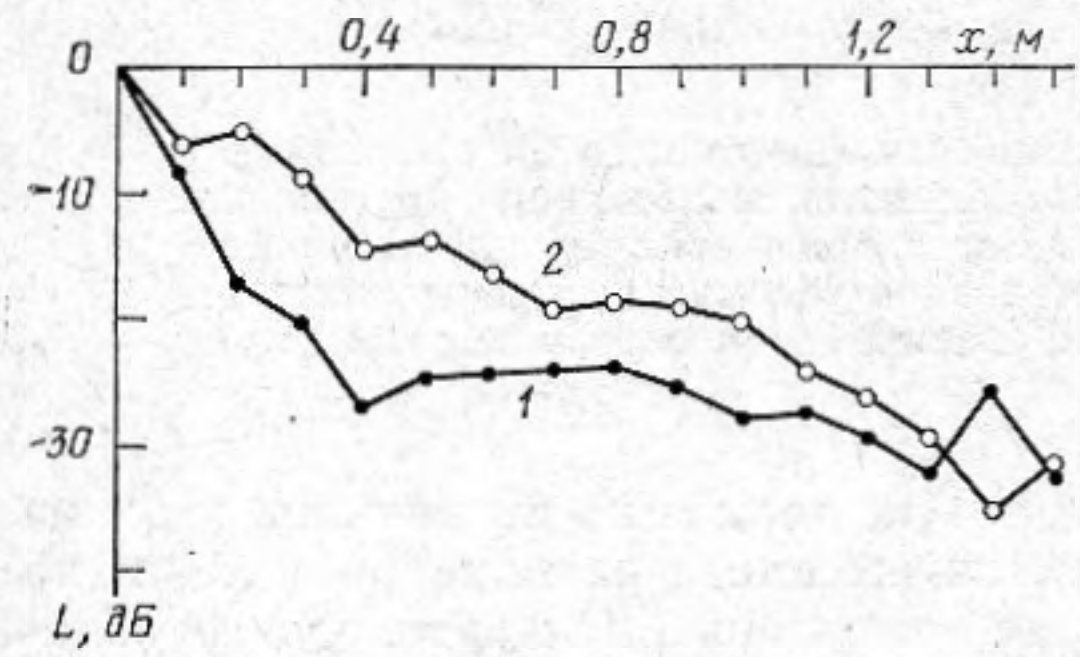
Для количественного определения степени влияния ребер на эффект волнового покрытия были проведены эксперименты на стальных стержнях размером 1,6×0,08 м², толщиной h_1=0,01 м. К стержням с одной стороны на равных расстояниях D=0,4; 0,2 или 0,1 м были приварены поперечные ребра толщиной d=0,01 м и высотой h_p=0,03 м. На стержни наклеивалось вибропоглощающее покрытие «Агат» толщиной $h_2=2\cdot10^{-2}$ и $3\cdot10^{-2}$ м.

Определялась частотная характеристика пространственного затухания уровня L амплитуды ускорения изгибной волны, возбуждаемой на краю стержня вибратором. С этой целью уровень амплитуды измерялся в 16 точках, равномерно распределенных вдоль стержня, на дискретных частотах, отстоящих друг от друга на Δf=250 Гц.

На фиг. 2 в качестве примера показано распределение величины L на частоте f=9250 Гц вдоль стержня, оклеенного покрытием толщиной h_2=0,03 м; по оси абсцисс отложено расстояние x от вибратора. Кривая *1* соответствует стержню с ребрами (D=0,1 м), кривая *2* — стержню без ребер. Спадание уровня L вдоль однородного стержня происходит почти

равномерно, тогда как при наличии ребер оно велико на начальном участке стержня и существенно замедляется в области, удаленной от вибратора. Это обусловлено взаимным преобразованием упругих волн на ребрах [2, 3], приводящим к появлению в стержне продольной волны, плохо демпфируемой покрытием. Распространяясь вдоль стержня, продольная волна претерпевает на ребрах вторичное преобразование в изгибную, что приводит к замедлению спада уровня амплитуды изгибной волны вдали от вибратора.

Для сопоставления эффективности покрытий различных типов и оценки влияния конструкции стержня на эффективность демпфирования удобно пользоваться величиной N погонного затухания уровня вибрации, выраженной в дБ/м. Эта величина на каждой частоте определялась по наклону прямых, усредняющих спад уровня вибрации вдоль стержня методом наименьших квадратов.



Фиг. 2. Распределение уровня амплитуды изгибной волны вдоль стержня с волновым покрытием

На фиг. 3, *а* представлены частотные характеристики величины N для стержня, оклеенного покрытием толщиной $h_2=0{,}03$ м с ребрами, расположенными на расстояниях $D=0{,}1$ м; покрытие торцами жестко приклеено к ребрам. Кривая *1* получена для участка стержня, прилегающего к вибратору и включающего 5—6 ребер, кривая *2* — для участка стержня, отделенного от вибратора 6—7 ребрами. Для сравнения кривой *3* показана частотная характеристика погонного затухания вибрации в стержне без ребер, оклеенном равномерным покрытием той же толщины. В этом случае максимум затухания на частоте 12,5 кГц обусловлен возбуждением основного толщинного резонанса сдвиговых волн в покрытии.

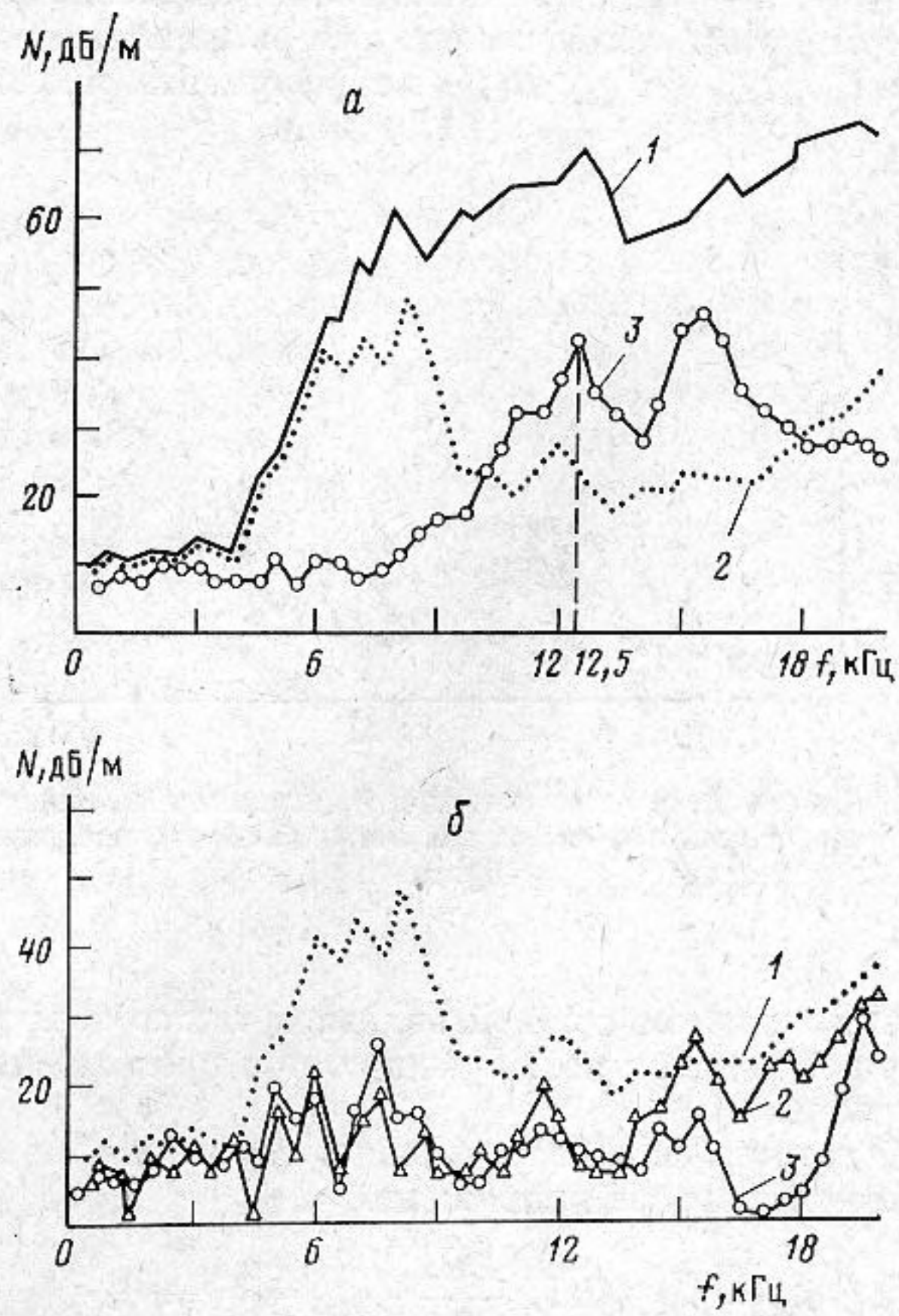
На оребренном стержне эффективность покрытия существенно возросла в области частот ниже основного толщинного резонанса. Дополнительное затухание вибрации достигает $\Delta N \approx 30$ дБ/м. Такое увеличение затухания объясняется появлением деформаций покрытия, обусловленных движением ребер. Так, на фиг. 3, *б* кривая *1* идентична кривой *2* фиг. 3, а для случая жесткой приклейки торцов покрытия к ребрам. Кривыми *2* и *3* показан ход величины N вдали от вибратора в случаях, когда торцы не приклеены к ребрам, а также когда покрытие нанесено равномерным слоем на поверхность стержня, не имеющую ребер. Благодаря скреплению покрытия с ребрами пространственное затухание вибрации возросло в широкой полосе частот (кривая *1* по сравнению с кривыми *2* и *3*). Эффект приклейки покрытия к ребрам особенно велик в окрестности частоты основного изгибного резонанса ребер, равной $f \approx 7{,}8$ кГц, где увеличивается амплитуда колебания ребер, а также выше этой частоты, где ребра совершают движения, противофазные с перемещениями вдоль покрытия. На низких и средних частотах, в области малых волновых толщин покрытия, возрастание затухания вызвано появлением дополнительных сдвиговых деформаций покрытия вследствие ограничения его пуассоновых перемещений вблизи от ребер.

Изменение количества ребер на стержне влияет как на поглощаемую покрытием энергию вибрации (вследствие изменения числа зон интенсивных деформаций покрытия, прилегающих к ребрам), так и на энергию колебаний, запасаемую стержнем. Вследствие этого эффект покрытия, определяемый долей поглощаемой энергии вибрации, зависит от расстояния D между ребрами. Так, на фиг. 4 представлены экспериментальные частотные характеристики величины N вдоль стержня, оклеенного вибропоглощающим покрытием толщиной $h_2=0{,}02$ м, в случаях, когда ребра

располагались через $D=0{,}4$; 0,2 и 0,1 м — кривые *1*, *2* и *3*. Расстояние между ребрами, при котором достигается максимальный эффект, в данном случае составляет $D=0{,}2$ м (кривая *2*). Эксперимент показал, что для более толстого покрытия ($h_2=0{,}03$ м) это расстояние уменьшилось, став равным $D=0{,}1$ м.

Теоретическая оценка погонного затухания вибрации в оребренном стержне с волновым покрытием может быть получена на основе упрощенной модели.

Приняв импеданс покрытия малым по сравнению с импедансом стержня, можно считать, что колебания покрытия возбуждаются движениями



Фиг. 3. Экспериментальные частотные характеристики величины погонного затухания уровня амплитуды изгибной волны вдоль стержня с волновым покрытием

стержня. Рассмотрим диапазон частот, где стержень остается тонким в волновом отношении (для стержня толщиной $h_1=0{,}01$ м частоты вплоть до $f=25\div30$ кГц).

Поглощение энергии колебаний пропорционально квадрату величины деформации покрытия. Для расчета этой деформации определим поле смещений покрытия.

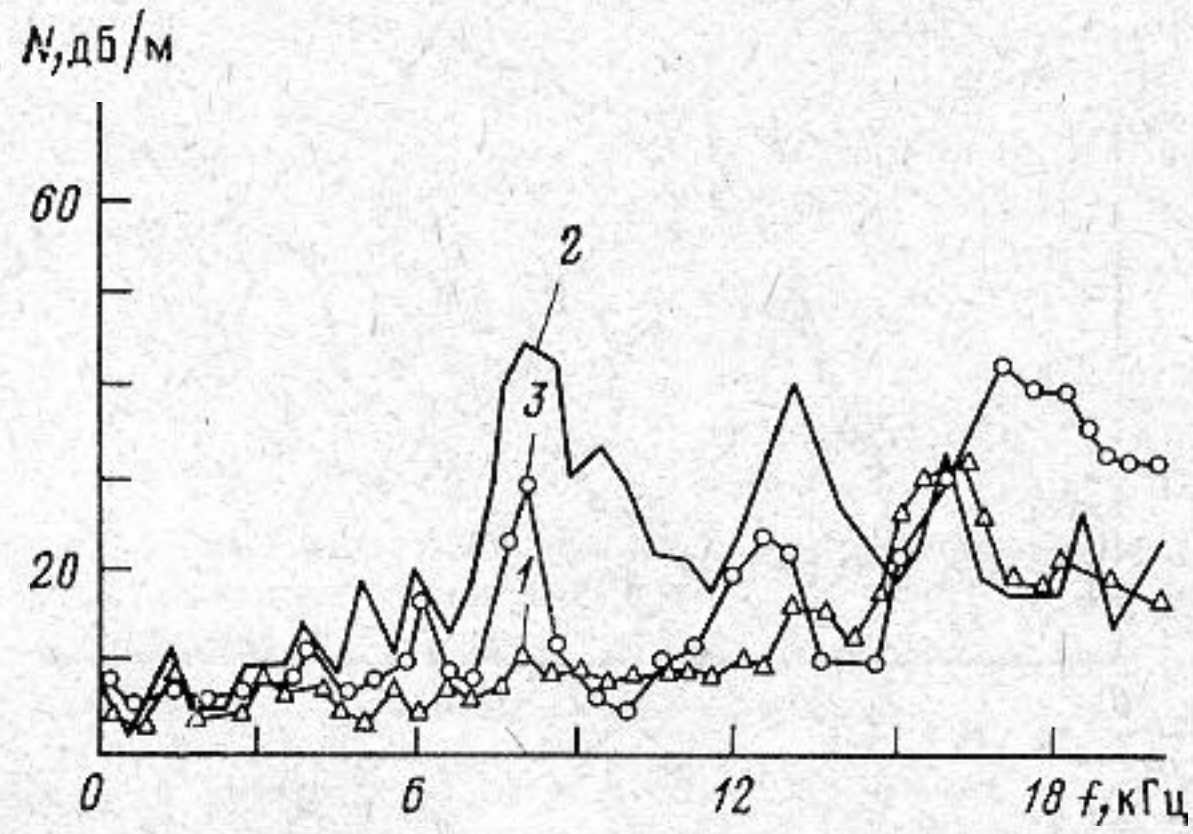
При падении изгибной волны, возбуждаемой источником, на участок стержня с поперечными ребрами, будут иметь место многократные отражения от ребер и преобразования одного типа волн в другие. В результате на каждом участке стержня протяженностью D между смежными ребрами установится поле изгибных волн, состоящее из прямой и обратной бегущих волн, а также из неоднородных волн, обусловленных преобразованием других типов волн на ребрах. Учитывая существенную величину пространственного затухания вибрации вследствие нанесения покрытия на стержень, а также малый вклад волн, претерпевающих многократные преобразования и отражения вне рассматриваемого участка стержня, можно

представить компоненты смещения поверхности покрытия, склеенной со стержнем (см. фиг. 1), в виде

$$u_{z0}=\left[\frac{e^{j\tilde{k}x}+R_{\text{ии}}e^{j\tilde{k}D}e^{-j\tilde{k}(x-D)}}{1-R_{\text{ии}}^2e^{2j\tilde{k}D}}+\frac{T'_{\text{ии}}}{T_{\text{ии}}}e^{-\tilde{k}x}+\frac{R'_{\text{ии}}e^{j\tilde{k}D}e^{\tilde{k}(x-D)}}{1-R_{\text{ии}}^2e^{2j\tilde{k}D}}\right]e^{-j\omega t}=u(x)e^{-j\omega t},$$

$$u_{x0}=-\frac{h_1}{2}\frac{\partial u_{z0}}{\partial x}\quad \text{при}\quad z=0. \tag{1}$$

Здесь $\tilde{k}=k(1+j\eta_\Sigma/4)$, k — волновое число изгибной волны в стержне без покрытия, η_Σ — суммарный коэффициент потерь изгибной волны в стержне с покрытием; $T_{\text{ии}}$, $R_{\text{ии}}$ и $T_{\text{ии}}'$, $R_{\text{ии}}'$ — коэффициенты прохождения через



Фиг. 4. Зависимость величины погонного затухания амплитуды изгибной волны вдоль стержня с волновым покрытием от расстояния между ребрами

ребро и отражения от него изгибной волны, а также коэффициенты преобразования бегущей волны в неоднородную при прохождении через ребро и отражении от ребра [2].

На свободной границе покрытия обращаются в нуль нормальная и касательная компоненты тензора напряжений

$$\sigma_{zz}=(\tilde{\lambda}_2+2\tilde{\mu}_2)\frac{\partial u_z}{\partial z}+\tilde{\lambda}_2\frac{\partial u_x}{\partial x}=0,$$

$$\sigma_{xz}=\tilde{\mu}_2\left(\frac{\partial u_z}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)=0\quad \text{при}\quad z=h_2, \tag{2}$$

где u_z, u_x — компоненты смещения покрытия; $\tilde{\lambda}_2=\lambda_2(1+j\eta_\lambda)$, $\tilde{\mu}_2=\mu_2(1+j\eta_\mu)$ — комплексные параметры Ламе; η_λ, η_μ — коэффициенты потерь.

На границе склейки покрытия с ребрами заданы смещения

$$u_z=u_{z0},\ u_x=u_{\text{р}}(z)e^{j(\tilde{k}x-\omega t)}\ \text{при}\ x=0,\ D, \tag{3}$$

где

$$u_{\text{р}}(z)=j\tilde{k}u_{z0}(z-h_{\text{р}}/2)+j\tilde{k}u_{z0}\left(\frac{h_1+h_{\text{р}}}{2}\right)\times$$

$$\times\left\{\frac{S(\tilde{k}_{\text{р}}h_{\text{р}})S[\tilde{k}_{\text{р}}(h_{\text{р}}-z)]-V(\tilde{k}_{\text{р}}h_{\text{р}})T[\tilde{k}_{\text{р}}(h_{\text{р}}-z)]}{S^2(\tilde{k}_{\text{р}}h_{\text{р}})-T(\tilde{k}_{\text{р}}h_{\text{р}})V(\tilde{k}_{\text{р}}h_{\text{р}})}\right\}$$

— смещение ребра, обусловленное его колебаниями из-за движения основания ребра при изгибных колебаниях стержня, $h_{\text{р}}$ — высота ребра, $\tilde{k}_{\text{р}}$ — волновое число изгибной волны в ребре, S, T, V — функции Крылова.

Для расчета смещений в вибропоглощающем слое применим метод удовлетворения граничных условий в отдельных точках [4]. Для этого

разложим смещение $u(x)$ в выражении (1) в пространственный ряд Фурье по составляющим с периодом, кратным D

$$u(x)=\sum_{q=-n}^{q=n} C_n e^{j2\pi n(x-D/2)/D},$$

$$\text{где}\quad C_n=\frac{1}{D}\int_0^D u(x)\,e^{-j2\pi n(x-D/2)/D}\,dx. \tag{4}$$

Количество членов ряда (4) будет тем больше, чем шире пространственный спектр смещения $u(x)$. Для определения ширины этого спектра рассчитаем спектральную функцию $\Omega(\xi)=\int_0^D u(x)\,e^{-j\xi x}\,dx$. Анализ полученного выражения для модуля спектральной функции показывает, что на частотах, где волновой размер kD участка стержня между ребрами по величине меньше $\pi/2$, основная часть составляющих (несущая 90% энергии колебаний) сосредоточена в диапазоне до $\xi_в=8k$. При $\pi\leqslant kD\leqslant 2\pi$ спектр имеет ширину $\xi_в=4k$ и при $kD>3\pi$ – ширину $\xi_в=2k$. Номер высшей составляющей разложения $u(x)$ в ряд (4) определяется из условия $2\pi n/D=\xi_в$. Таким образом, для $kD<\pi/2$ ($\xi_в=8k$) получаем $n=8kD/2\pi=4$. На частоте $f=20\,000$ Гц при $D=0{,}2$ м $kD\approx 6\pi$, $\xi_в=2k$, $n=6$.

Зададим компоненты смещения в вибропоглощающем слое в форме

$$u_x=\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial z},\qquad u_z=\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{\partial\psi}{\partial x}. \tag{5}$$

С учетом ширины спектра граничного распределения (1) потенциалы φ и ψ продольной и сдвиговой волн в покрытии могут быть представлены следующим набором из $(2n+1)\times 4$ волн, бегущих в прямом и обратном направлениях вдоль осей x и z:

$$\begin{aligned}\varphi&=\sum_{q=-n}^{q=n}\left(A_l^q e^{jk_0qx-\tilde{k}_l^q z}+B_l^q e^{jk_0qx+\tilde{k}_l^q z}\right)e^{-j\omega t},\\ \psi&=\sum_{q=-n}^{q=n}\left(A_t^q e^{jk_0qx-\tilde{k}_t^q z}+B_t^q e^{jk_0qx+\tilde{k}_t^q z}\right)e^{-j\omega t},\end{aligned} \tag{6}$$

где $n=\xi_в D/2\pi$, $k_0=2\pi/D$, $\tilde{k}_{l,t}^q=[(k_0q)^2-\omega^2/\tilde{c}_{l,t}^2]^{1/2}$ — волновые числа, $\tilde{c}_l=[(\tilde{\lambda}_2+2\tilde{\mu}_2)/\rho_2]^{1/2}$, $\tilde{c}_t=(\tilde{\mu}_2/\rho_2)^{1/2}$ — скорости продольной и сдвиговой волн в покрытии.

Условия (1)–(3) удовлетворяются смещениями (5) лишь в $(2n+1)\times\times 4$ точках на границе участка покрытия. Определим, является ли получающаяся при этом система из $(2n+1)\times 4$ алгебраических уравнений достаточной для расчета амплитуд A_l^q, B_l^q, A_t^q, B_t^q, отвечающих непрерывному распределению условий (1)–(3) вдоль границы покрытия. Применив теорему Котельникова [5] к пространственной функции с ограниченным спектром, заданной на интервале протяженностью D, получим, что эта функция полностью определяется при помощи ее отсчетов в отдельных точках, следующих друг за другом через $\Delta x=\pi/\xi_в$, где $\xi_в$ – верхняя граница пространственного спектра функции. Требуемое количество точек на интервале D должно, следовательно, составлять $m=\xi_в D/\pi+1=2n+1$. Таким образом, непрерывные условия (1) и (2) на верхней и нижней границах участка покрытия строго удовлетворяются смещениями (5) в $2n+1$ точках, равномерно распределенных вдоль каждой из границ.

Расчетные оценки показали, что пространственный спектр распределения (3) на боковых границах участка покрытия имеет приблизительно ту же ширину, что и у распределения (1). Поэтому $2n+1$ равноотстоящих отсчетов функции (3) на интервале $0\leqslant z\leqslant h_2$ также достаточно для ее пол-

ного определения. Однако распределение смещений (5) вдоль оси z не является разложением в ряд с периодом, кратным h_2, вследствие чего условия (3) будут удовлетворяться смещениями (5) приближенно. Для выяснения степени приближения проводился расчет, в котором число членов ряда в разложении (6) удваивалось и утраивалось. Сопоставление полученных результатов не показало существенного возрастания точности расчета при увеличении числа членов разложения. Это дало возможность считать, что удовлетворение условий (1)—(3) смещениями (5) в $2n+1$ равноотстоящих точках на каждой из четырех границ участка покрытия дает систему алгебраических уравнений, достаточную для точного расчета амплитуд A_l^q, B_l^q, A_t^q, B_t^q.

При расчете суммарного коэффициента потерь η_Σ воспользуемся следующим приближенным методом: зададим коэффициент потерь, обеспечиваемый покрытием, в квазистатическом приближении [6] ($\eta_\Sigma=\eta_\Sigma^0$) и, положив $\tilde{k}=k(1+j\eta_\Sigma^0/4)$, рассчитаем коэффициенты A_l^q, B_l^q, A_t^q, B_t^q, определяющие величину деформаций покрытия $e_{ik}=\partial u_i/\partial x_k$. Затем по величине этих деформаций, а также по известным коэффициентам потерь η_λ и η_μ вычислим диссипативную функцию [7]

$$\Psi_2=\frac{b\rho_2}{\omega}\int\limits_0^{h_2}\int\limits_0^{D}\int\limits_0^{T}[\operatorname{Im}\tilde{c}_l^2\operatorname{Re}(\dot{e}_{xx}\dot{e}_{xx}^*+2\dot{e}_{xx}\dot{e}_{zz}^*+\dot{e}_{zz}\dot{e}_{zz}^*)+$$
$$+\operatorname{Im}\tilde{c}_t^2\operatorname{Re}(\dot{e}_{xz}\dot{e}_{xz}^*-4\dot{e}_{xx}\dot{e}_{zz}^*)]\,dx\,dz\,dt,$$

где $\dot{e}_{ik}=-j\omega e_{ik}$ — скорость изменения деформации во времени, $T=2\pi/\omega$ — период волн, b — ширина стержня (индекс * означает комплексное сопряжение). Удвоенная величина Ψ_2 определяет поглощение энергии вибрации за период колебаний T на участке покрытия протяженностью D.

Суммарный коэффициент потерь составит

$$\eta_\Sigma=(\Psi_1+\Psi_2)/\pi(W_1+W_2), \tag{7}$$

где $\Psi_1=b\eta_1\omega^2\pi\rho_1\int\limits_0^T\left(\int\limits_0^D h_1u_z^2(x)_{|z=0}\,dx+\int\limits_0^{h_p}du_p^2(z)_{|x=D}\,dz\right)dt=\eta_1\pi W_1$

— диссипативная функция стержня, ρ_1 — плотность материала стержня, W_1 — полная энергия стержня с ребрами на участке протяженностью D. Полная энергия покрытия находится по формуле

$$W_2=b\rho_2\int\limits_0^D\int\limits_0^{h_2}[\operatorname{Re}\tilde{c}_l^2\operatorname{Re}(e_{xx}e_{xx}^*+2e_{xx}e_{zz}^*+e_{zz}e_{zz}^*)+$$
$$+\operatorname{Re}\tilde{c}_t^2\operatorname{Re}(e_{xz}e_{xz}^*-4e_{xx}e_{zz}^*)]\,dx\,dz.$$

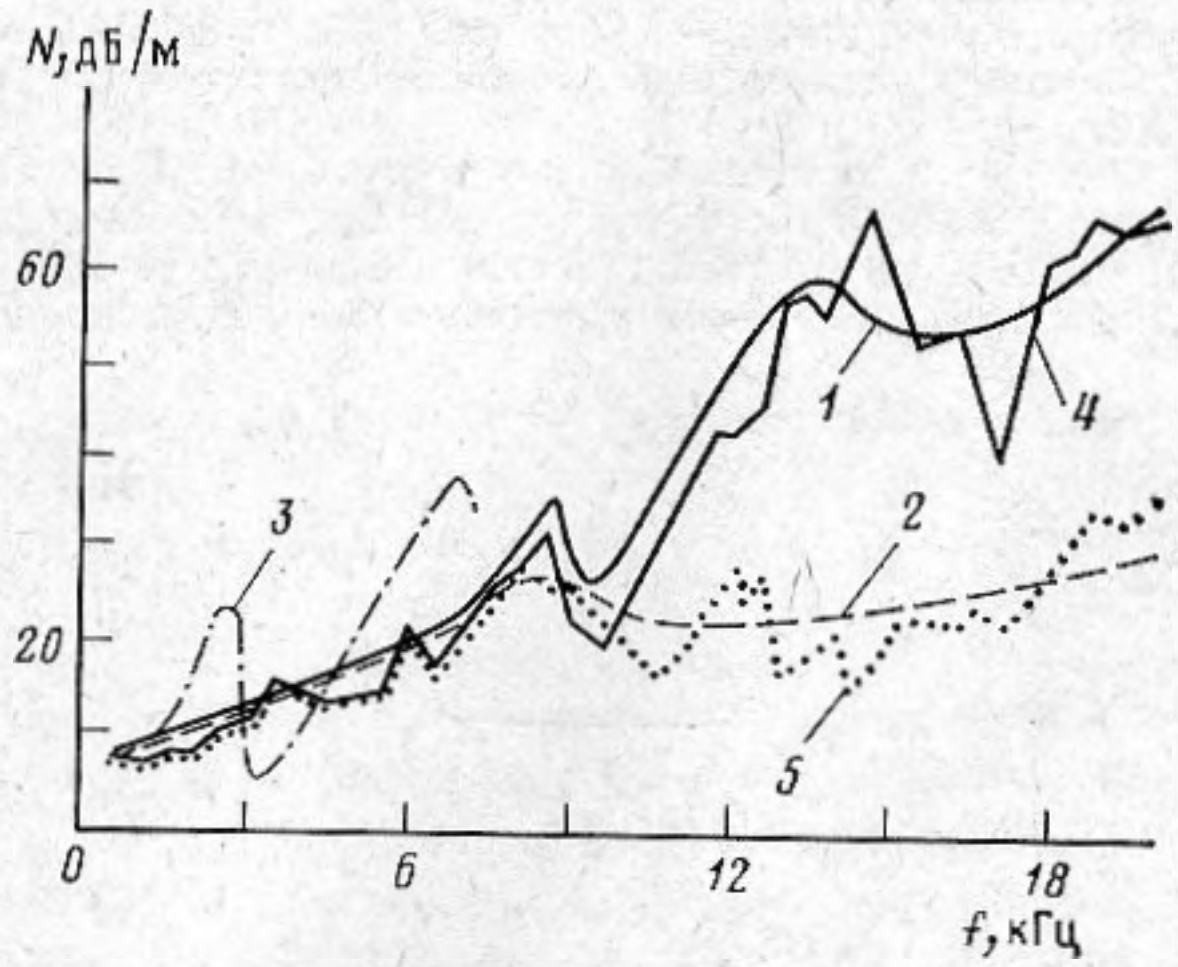
Определим далее пространственное затухание изгибной волны в оребренном стержне с волновым вибропоглощающим покрытием. Для этого по величине η_Σ, рассчитанной на основании формул (1)—(7), найдем коэффициент прохождения изгибной волны через участок стержня с $p+1$ одинаковыми ребрами, расположенными на расстоянии D друг от друга. С учетом существенного пространственного затухания вибрации вследствие нанесения покрытия и малого вклада волн, претерпевающих отражения и преобразования вне рассматриваемого участка стержня, величина коэффициента прохождения составит:

$$\Lambda=\frac{T_{\text{ии}}^{p+1}e^{jp\tilde{k}D}}{(1-R_{\text{ии}}^2e^{2j\tilde{k}D})^p}+\frac{T_{\text{ии}}^{p-1}(T'_{\text{ии}})^2e^{\tilde{k}D[j(p-1)-1]}}{(1-R_{\text{ии}}^2e^{2j\tilde{k}D})^{p-1}}- \tag{8}$$

без учета взаимного преобразования изгибных и продольных волн на ребрах,

$$\Lambda_1=\Lambda+\frac{T_{\text{ип}}T_{\text{пп}}^{p-1}T_{\text{пи}}e^{jp\tilde{k}_{\text{п}}D}}{(1-R_{\text{пп}}^2e^{2j\tilde{k}_{\text{п}}D})^p}- \tag{9}$$

с учетом взаимного преобразования изгибных и продольных волн. Здесь $T_{ип}$, $T_{пи}$ — коэффициенты преобразования на ребре изгибной волны в продольную и продольной в изгибную, $T_{пп}$, $R_{пп}$ — коэффициенты прохождения продольной волны через ребро и отражения от него [2], $\tilde{k}=k(1+j\eta_{\Sigma}/4)$ и $\tilde{k}_{п}=k_{п}(1+j\eta_{п}/2)$ — волновые числа изгибной и продольной волн в задемпфированном стержне, $\eta_{п}\approx\eta_1+\eta_2E_2h_2/E_1h_1$; коэффициенты отражения и прохождения вычисляются с учетом комплексности волновых чисел $\tilde{k}$ и $\tilde{k}_{п}$. Полагая, что изгибная волна затухает вдоль оребренного стержня экспоненциально $\sim e^{\gamma x}$, можно найти постоянную затухания, составляющую $\gamma=$



Фиг. 5. Погонное затухание уровня амплитуды изгибной волны в оребренном стержне

$=\ln|\Lambda|/pD$ для участка стержня, прилегающего к вибратору и $\gamma_1=\ln|\Lambda_1|/pD$ для участка стержня, удаленного от вибратора. Погонное затухание уровня изгибной волны соответственно будет

$$N=20\lg e^{\gamma}=8{,}68\gamma \text{ дБ/м и } N_1=8{,}68\gamma_1 \text{ дБ/м.} \tag{10}$$

Расстояние от источника x_1, начиная с которого происходит замедление пространственного спада уровня вибрации из-за взаимного преобразования изгибных и продольных волн, определяется с учетом результатов, приведенных в [2], по формуле $x_1>2{,}3\lg|T_{ип}T_{пи}|/\gamma$.

На основе соотношений (7)—(10) проводился расчет эффективности волнового покрытия на стержнях, использовавшихся в эксперименте. Так, на фиг. 5 представлены частотные характеристики погонного затухания изгибной волны в стержне с ребрами, оклеенном покрытием толщиной $h_2=0{,}03$ м, в случае расстояния между ребрами $D=0{,}2$ м и $h_р=0{,}03$ м. Параметры покрытия приняты равными: $E_2=10^9$ н/м^2, $\rho_2=1{,}35\cdot10^3$ кг/м^3, $\eta_\lambda=\eta_\mu=0{,}4$; коэффициент Пуассона $\sigma_2=0{,}4$. Кривая *1* рассчитана в предположении отсутствия взаимного преобразования волн на ребрах для зоны стержня $x<x_1$, прилегающей к точке возбуждения вибрации, кривая *2* — с учетом преобразования волн для зоны, удаленной от вибратора. Кривая *3* рассчитана в случае $h_р=0{,}15$ м. Увеличение высоты ребер привело к понижению частот максимумов погонного затухания, обусловленных резонансными колебаниями ребер (максимумы на частотах $f=2{,}45$ кГц и $f=7{,}0$ кГц по сравнению с максимумом на частоте $f=7{,}8$ кГц). Для сравнения с расчетными кривыми *1* и *2* представлены соответствующие кривые *4* и *5*, полученные по данным эксперимента. Расчет удовлетворительно совпал с экспериментом, что свидетельствует о допустимости принятых в расчете упрощений.

Таким образом, определена эффективность волнового вибропоглощающего покрытия стержня с поперечными ребрами. Показано, что благодаря нанесению покрытия на оребренную сторону стержня и жесткому скреплению его с ребрами достигается существенное увеличение пространст-

венного затухания амплитуды изгибной волны по сравнению со случаями демпфирования с использованием покрытия, не скрепленного с ребрами, а также равномерного покрытия на стержне без ребер.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бочкарев В. М., Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.* Эффективность волнового вибропоглощающего покрытия.— Акуст. ж., 1982, т. 28, № 6, с. 737–742.
2. *Никифоров А. С., Будрин С. В.* Распространение и поглощение звуковой вибрации на судах. Л.: Судостроение, 1968.
3. *Белов В. Д., Рыбак С. А., Тартаковский Б. Д.* Распространение вибрационной энергии в структурах с поглощением.— Акуст. ж., 1977, т. 23, № 2, с. 200–207.
4. *Лейбензон Л. С.* Вариационные методы решения задач теории упругости. М.— Л.: Гостехиздат, 1943.
5. *Харкевич А. А.* Спектры и анализ. Изд. 3-е перераб. М.: Гостехиздат, 1957.
6. *Oberst H., Frankenfeld K.* Uber die dämpfung der Biegeschwingungen dunner Bleche durch Fest haftende Beläge.— Akust. Beihefte, 1952, B. 2, N 4, S. 181–194.
7. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости. 3-е изд. испр. и доп. М.: Наука, 1965, с. 189.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27.X.1982