АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 3

УДК 534.222.2

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УСИЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЗАКРЫТЫХ ТРУБАХ

Гусев В. Э.

Исследовано нестационарное вырожденное взаимодействие акустических волн, возбуждаемых колебаниями поршня в закрытой трубе. Показана возможность существенного усиления субгармоники по амплитуде и мощности.

Результаты теоретических исследований параметрических взаимодействий акустических волн широко используются при разработке гидроакустических приборов нового класса — параметрических излучающих и приемных антенн [1, 2]. К сожалению, усиление акустического сигнала по амплитуде (за счет взаимодействия в нелинейной среде с мощной волной накачки) незначительно. Это связано с тем, что синхронизм всех взаимодействующих гармоник приводит к перекачке энергии вверх по спектру: в волне накачки образуется разрыв, она эффективно затухает, усиление сигнала ограничивается. Поэтому в акустике для получения значительного коэффициента усиления по амплитуде необходимо принимать дополнительные меры (например, искусственно вводить в среду дисперсию [2, 3] и поглощение [4, 5], использовать сходящиеся пучки накачки [6]). В работе [7] показано, что, обрабатывая специальным образом профиль волны, формирующейся при взаимодействии сигнала и накачки, можно одновременно измерить энергию всех новых компонент спектра и добиться существенного усиления сигнала по мощности в естественных условиях. В настоящей работе установлено, что периодическая подкачка энергии в распространяющиеся волны, которая осуществляется в случае их взаимодействия в резонаторе, приводит к возможности значительного усиления слабых сигналов как по мощности, так и по амплитуде.

Укажем, что исследователи уже обращались к изучению параметрических взаимодействий в трубах (см., например, работы [8, 9]). Однако они учитывали взаимное влияние лишь конечного числа комбинационных частот (спектральное описание [10]). Такой подход не позволяет выявить некоторые характерные для нелинейных волновых процессов в средах без дисперсии явления (например, образование фронта в волне). Поэтому результаты работ [8, 9] имеют узкую область применимости. Напротив, в настоящей работе на основе полевого описания изучено нестационарное взаимодействие волн всех частот как создаваемых в трубе колебаниями поршня, так и рождающихся в результате параметрических процессов. Такой подход позволил при анализе вырожденного взаимодействия выявить смещение фронтов бегущих волн под действием слабого сигнала субгармоники. Подобный эффект в случае взаимодействия акустических волн в свободном пространстве рассмотрен в работах [7, 10, с. 156]. В резонаторе он проявляется специфическим образом, так как потери энергии в слабых ударных волнах компенсируются постоянной подкачкой энергии извне (излучение поршня).

Другая характерная особенность рассматриваемого явления — сложение встречных волн. Оказывается, в некоторых точках резонатора при этом автоматически осуществляется оптимальная обработка [7] их профилей и выделяются колебания, параметрически усиленные по мощности.

Отметим также, что в отличие от работ [11, 12] здесь предполагается выполненным условие резонанса и для субгармоники

$$L=n\lambda, \quad n=1, 2, 3, \ldots, \tag{1}$$

где L — длина трубы, λ — длина волны накачки. В случае же нелинейного резонанса [11, 12] энергия на полуцелых частотах в трубе не накапливается.

Будем использовать для описания слабонелинейных плоских волн в акустических резонаторах систему уравнений [13]

$$\frac{\partial v_\pm}{\partial x} \pm \frac{1}{c_0}\frac{\partial v_\pm}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} v_\pm \frac{\partial v_\pm}{\partial \tau_\pm} = 0, \quad \tau_\pm = t \mp \frac{x}{c_0}. \tag{2}$$

Медленно изменяющиеся как в пространстве, так и с течением времени встречные волны (2) связаны лишь условиями на границах резонатора. Для изучения параметрического усиления субгармоники достаточно задать граничные условия в виде

$$(v_+ + v_-)\,|_{x=0} = 0, \tag{3}$$

$$(v_+ + v_-)\,|_{x=L} = -v_1\psi_1 \sin\left[\omega\left(t - \frac{L}{c_0}\right)\right] - \\ - \frac{1}{2} v_{1/2}\psi_{1/2} \sin\left[\frac{\omega}{2}\left(t - \frac{L}{c_0}\right) + \varphi\right]. \tag{4}$$

Здесь функции $\psi_1(t)$ и $\psi_{1/2}(t)$ описывают временную модуляцию накачки и сигнала соответственно (функции включения), а φ — фазовый сдвиг.

Решение задачи (2—4) будем искать по схеме последовательных приближений [13] в виде $v_\pm = v_\pm' + v_\pm'' + \ldots$, $|v_\pm'| \gg |v_\pm''| \gg \ldots$. Из уравнений для первого приближения $\partial v_\pm'/\partial x = 0$, удовлетворяя граничному условию (3), получаем $v_+' = f(t, \tau_+)$, $v_-' = -f(t, \tau_-)$. Здесь f — произвольная пока функция. Из уравнений для второго приближения определяем

$$v_\pm'' = \left[-\frac{1}{c_0}\frac{\partial f(t, \tau_\pm)}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c_0^2} f \frac{\partial f(t, \tau_\pm)}{\partial \tau_\pm}\right] x. \tag{5}$$

Полученное решение удовлетворяет условию (3) на неподвижной стенке. Вид функции f удается определить, подчиняя решение условию (4) на поршне. Действительно, из-за периодичности функции f с периодом субгармоники в случае точного резонанса (1) при $x = L$ $f(t, \tau_-) = f(t, \tau_+ + 4\pi n/\omega) = f(t, \tau_+) \equiv f(t, \tau')$. Используя это свойство, получаем уравнение, описывающее эволюцию профилей встречных волн с течением времени:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c_0} f \frac{\partial f}{\partial \tau'} = \frac{c_0}{2L}\left[v_1\psi_1 \sin\omega\tau' + \frac{1}{2} v_{1/2}\psi_{1/2} \sin\left(\frac{\omega}{2}\tau' + \varphi\right)\right]. \tag{6}$$

Для дальнейшего анализа удобно перейти в уравнении (6) к безразмерным величинам: $M = f/c_0$, $M_1 = v_1/c_0$, $M_{1/2} = v_{1/2}/c_0$, $\tau = \omega\tau'$, $\theta = \varepsilon\omega t$. Тогда это уравнение принимает вид

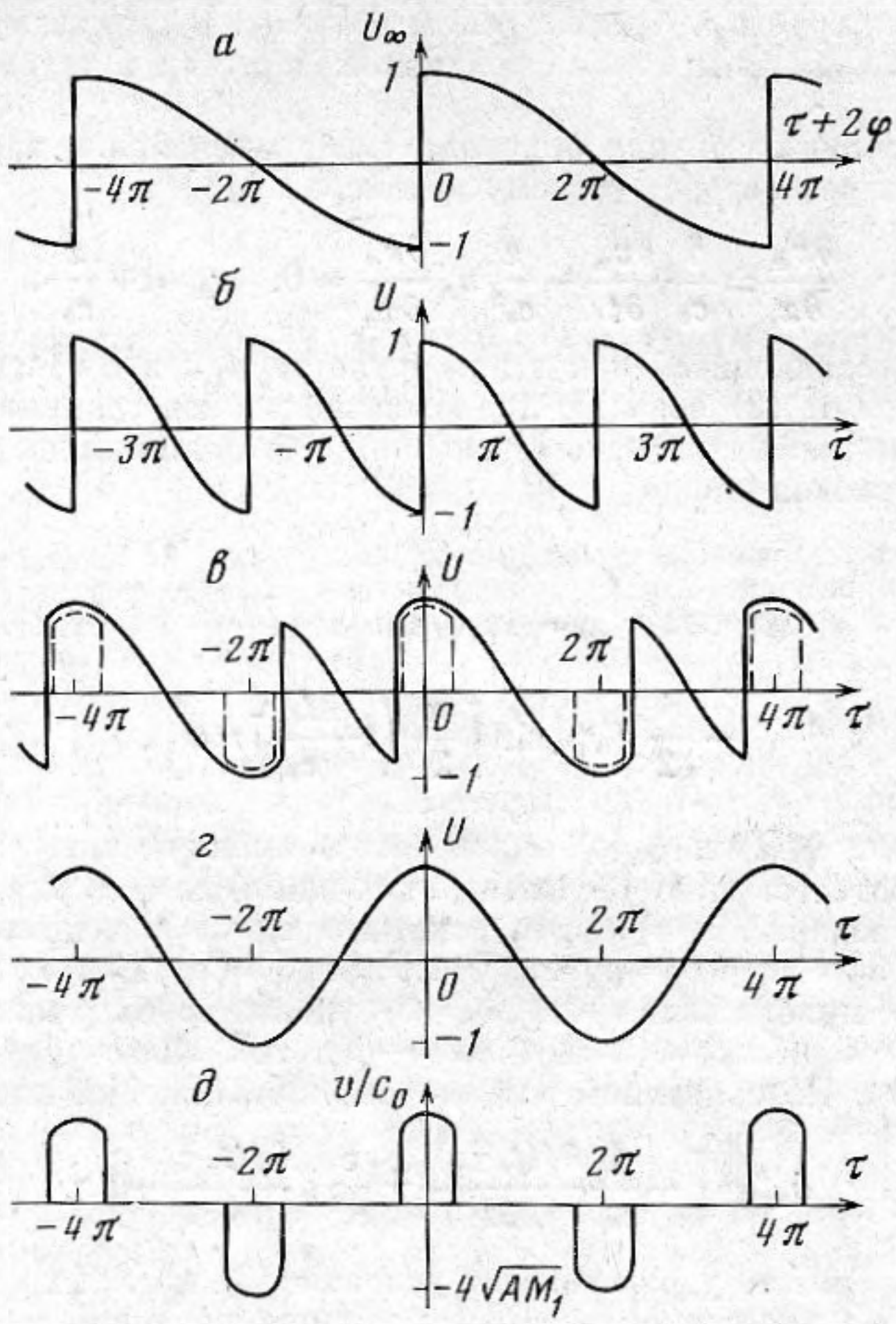
$$\frac{\partial M}{\partial \theta} - M\frac{\partial M}{\partial \tau} = A\left[M_1\psi_1 \sin\tau + \frac{1}{2} M_{1/2}\psi_{1/2}\left(\sin\frac{\tau}{2}\cos\varphi + \cos\frac{\tau}{2}\sin\varphi\right)\right]. \tag{7}$$

Параметр $A = {}^1/_4\pi\varepsilon n$ определяется нелинейными свойствами среды и числом длин волн накачки, укладывающихся на длине резонатора. Напомним, что стоячая волна возникает при сложении вынужденных волн (7):

$$v = v_+ + v_- = c_0[M(\theta, \tau_+) - M(\theta, \tau_-)]. \tag{8}$$

В отсутствие накачки ($\psi_1 = 0$, $\psi_{1/2} = 1$) уравнение (7) описывает установление в резонаторе нелинейных волн [13] под действием субгармонических колебаний поршня. Профиль стационарной (при $\theta \to \infty$) волны имеет вид (фиг. 1, a):

$$U_\infty = M_\infty/2\sqrt{AM_{1/2}} = \left|\cos\frac{\tau + 2\varphi}{4}\right| \operatorname{sign}(\tau + 2\varphi - 4\pi k), \\ 2\pi(k-1) \leqslant \tau + 2\varphi \leqslant 2\pi(k+1), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \ldots \tag{9}$$



Фиг. 1. Профили возмущений скорости в нелинейном акустическом резонаторе (в, д $-\theta=\theta_\infty/2$, г $-\theta\geqslant\theta_\infty$)

В пучностях ($x=(2m-1)\lambda/2$, m — натуральное число) стоячей волны (8, 9) средняя мощность колебаний

$$P_{1/2}=\rho_0\frac{1}{4\pi}\int\limits_{-2\pi}^{2\pi}v^2\,d\tau=\frac{4}{\pi}(\pi+2)\rho_0c_0^2AM_{1/2}, \tag{10}$$

а амплитуда субгармонической компоненты

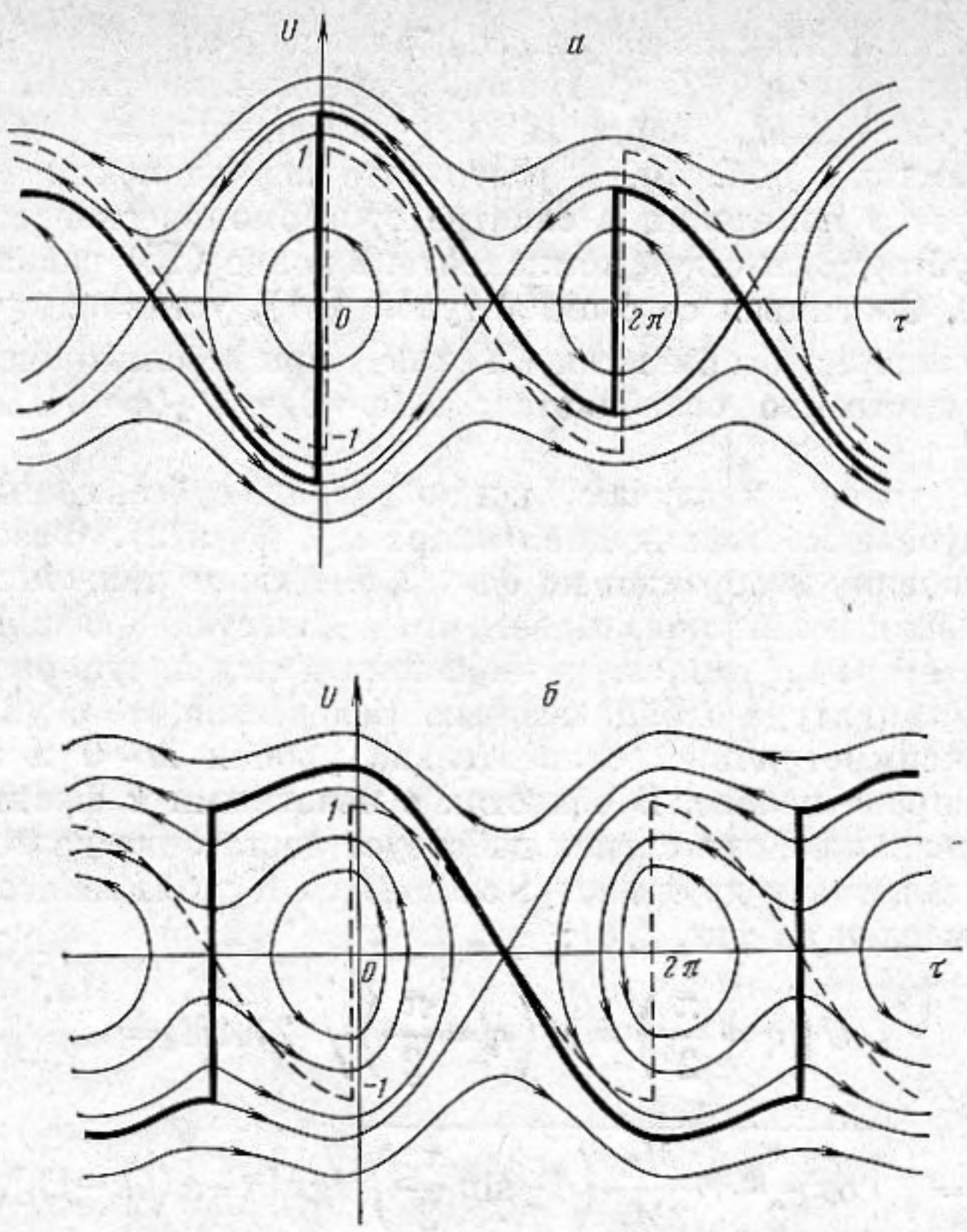
$$\widehat{M}_{1/2}=\frac{1}{4\pi}\int\limits_{-2\pi}^{2\pi}(2M_\infty)\sin\frac{\tau+2\varphi}{2}\,d(\tau+2\varphi)=\frac{8}{3\pi}\sqrt{AM_{1/2}}. \tag{11}$$

Именно с этими величинами будем сравнивать характеристики волны, возникающей в параметрическом процессе.

Для определенности исследуем параметрическое взаимодействие в случае, когда первой включается накачка (т. е. поршень начинает колебания на основной частоте), в резонаторе устанавливаются нелинейные стоячие волны и лишь затем поршень начинает излучать и субгармонику. На первом этапе ($\psi_1=1$, $\psi_{1/2}=0$) в резонаторе происходит установление колебаний вида [13] (фиг. 1, *б*):

$$U=M/2\sqrt{AM_1}=\left|\cos\frac{\tau}{2}\right|\operatorname{sign}(\tau-\tau_\phi^k),\quad \tau_\phi^k=2\pi k,$$

$$(2k-1)\pi\leqslant\tau\leqslant(2k+1)\pi,\quad k=0,\pm1,\pm2,\pm\ldots \tag{12}$$



Фиг. 2. Фазовые портреты и профили стационарных волн при $M_{1/2}=M_1$ (a – $\varphi=0$, $б$ – $\varphi=\pi/2$)

Отметим, что положение слабых ударных фронтов $\tau_ф^k$ определяется условиями $M(\theta=0)=0$ и

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\int\limits_{(2k-1)\pi}^{(2k+1)\pi} M\,d\tau=0. \tag{13}$$

Закон сохранения (13) непосредственно следует из уравнения (7) в отсутствие субгармонической составляющей колебаний поршня ($\psi_{1/2}=0$).

Проследим за эволюцией профилей бегущих волн в резонаторе после начала поступления сигнала субгармоники. Для этого достаточно построить фазовые траектории уравнения (7) в случае $\psi_1=\psi_{1/2}=1$:

$$U=M/2\sqrt{AM_1}=\pm\sqrt{c+\frac{\cos\tau}{2}+2\frac{M_{1/2}}{2M_1}\left(\cos\frac{\tau}{2}\cos\varphi-\sin\frac{\tau}{2}\sin\varphi\right)} \tag{14}$$

(c — параметр траектории [13, 14]) и перемещать вдоль них точки профиля (12). Такой подход позволяет определить форму колебаний в произвольный момент времени при любом соотношении между амплитудами сигнала и накачки. Однако больше внимания будем уделять интересному для приложений случаю $M_{1/2}\ll M_1$.

Для выяснения общей картины эволюции профиля волны рассмотрим сначала два частных случая фазового сдвига между накачкой и сигналом. Фазовые траектории (14) при $\varphi=0$ представлены на фиг. 2, a. Анализ показывает, что в отсутствие косинусных составляющих сигнала ($\sin\varphi=0$) фазовый портрет обладает такой симметрией, которая приводит к эволюции профиля волны (12) без смещения фронтов. На фиг. 2, a выделен профиль новой стационарной волны

$$U(\varphi=0)=M(\varphi=0)/2\sqrt{AM_1}=\left(\cos\frac{\tau}{2}+\frac{M_{1/2}}{4M_1}\right)\operatorname{sign}(\tau-4\pi k). \tag{15}$$

$$2\pi(k-1)\leqslant\tau\leqslant2\pi(k+1),\quad k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm\ldots$$

Волна (15) меняет знак на разрывах и в точках $\cos\tau/2=-M_{1/2}/4M_1$. Сравнение (15) с профилем (12) (штриховой профиль на фиг. 2, *а*) показывает, что последовательные периоды (12) исказились в параметрическом процессе различным образом. В результате период волны удвоился, что свидетельствует о появлении в спектре субгармонической составляющей. Амплитуда субгармонической компоненты в волне (15) равна $\widehat{M}_{1/2}(\varphi=0)=A^{1/2}M_{1/2}/\pi M_1^{1/2}$. Сравнивая ее с амплитудой (11), установим, что в случае $\varphi=0$ слабый сигнал субгармоники ($M_{1/2}\ll M_1$) при параметрическом взаимодействии существенно ослабляется: $K(\varphi=0)=\widehat{M}_{1/2}(\varphi=0)/\widehat{M}_{1/2}=(3/8)(M_{1/2}/M_1)^{1/2}\ll 1$.

Обратимся теперь к случаю, когда сигнал субгармоники содержит только косинусные составляющие (например, $\varphi=\pi/2$). Фазовый портрет при таких условиях изображен на фиг. 2, *б*. Анализ движения различных участков профиля волны показывает, что в областях профиля (12) с четным k начинает расти амплитуда положительных полупериодов волны и уменьшается амплитуда отрицательных. Вследствие этого ударный фронт становится несимметричным относительно уровня $M=0$ и начинает перемещаться справа налево. В областях с нечетными k фронт движется в другом направлении. Если сигнал действует достаточно долго, то фронты, движущиеся навстречу друг другу, сливаются и устанавливается волна с профилем (выделен на фиг. 2, *б*):

$$U\left(\varphi=\frac{\pi}{2}\right)=M\left(\varphi=\frac{\pi}{2}\right)\Big/2\sqrt{AM_1}=$$

$$=\sqrt{\cos^2\frac{\tau}{2}+\frac{M_{1/2}}{2M_1}\left(1-\sin\frac{\tau}{2}\right)}\,\mathrm{sign}[\tau-\pi(4k-1)],\qquad(16)$$

$$\pi(4k-3)\leqslant\tau\leqslant\pi(4k+1),\quad k=0\pm1,\pm2,\pm\ldots$$

В случае $M_{1/2}\ll M_1$ волна (16) практически имеет только субгармоническую составляющую.

$$M\left(\varphi=\frac{\pi}{2}\right)\simeq 2\sqrt{AM_1}\cos\frac{\tau}{2},\quad \widehat{M}_{1/2}\left(\varphi=\frac{\pi}{2}\right)\simeq\sqrt{AM_1}.\qquad(17)$$

Усиление сигнала по амплитуде в этом случае может быть значительно: $K(\varphi=\pi/2)=\widehat{M}_{1/2}(\varphi=\pi/2)/\widehat{M}_{1/2}=(3\pi/8)(M_1/M_{1/2})^{1/2}\gg 1$. Однако, так как амплитуда волны (17) не зависит от амплитуды субгармоники, то использовать такой (стационарный) режим усиления для определения амплитуды слабого сигнала нельзя.

Исследуем развитие параметрических взаимодействий в резонаторе с течением времени. В случае $M_{1/2}\ll M_1$ профиль бегущей волны в произвольный момент времени может быть с хорошей точностью представлен в виде (12), но с зависящим от времени положением фронта $\tau_\Phi^k=\tau_\Phi^k(\theta)$. Координату разрыва $\tau_\Phi^k(\theta)$ удается определить, используя тот факт, что решение должно удовлетворять интегральному соотношению, следующему из уравнения (7) при $\varphi=\pi/2$:

$$\int\limits_{(2k-1)\pi}^{(2k+1)\pi} M\left(\varphi=\frac{\pi}{2},\theta,\tau\right)d\tau=2(-1)^k AM_{1/2}\theta.\qquad(18)$$

Здесь и далее начало отсчета времени ($\theta=0$) соответствует моменту появления субгармонической компоненты в колебаниях поршня. Используя равенства (12, 18), находим

$$\tau_\Phi^k=2(-1)^{k+1}\arcsin(A^{1/2}M_{1/2}\theta/4M_1^{1/2})+2\pi k.\qquad(19)$$

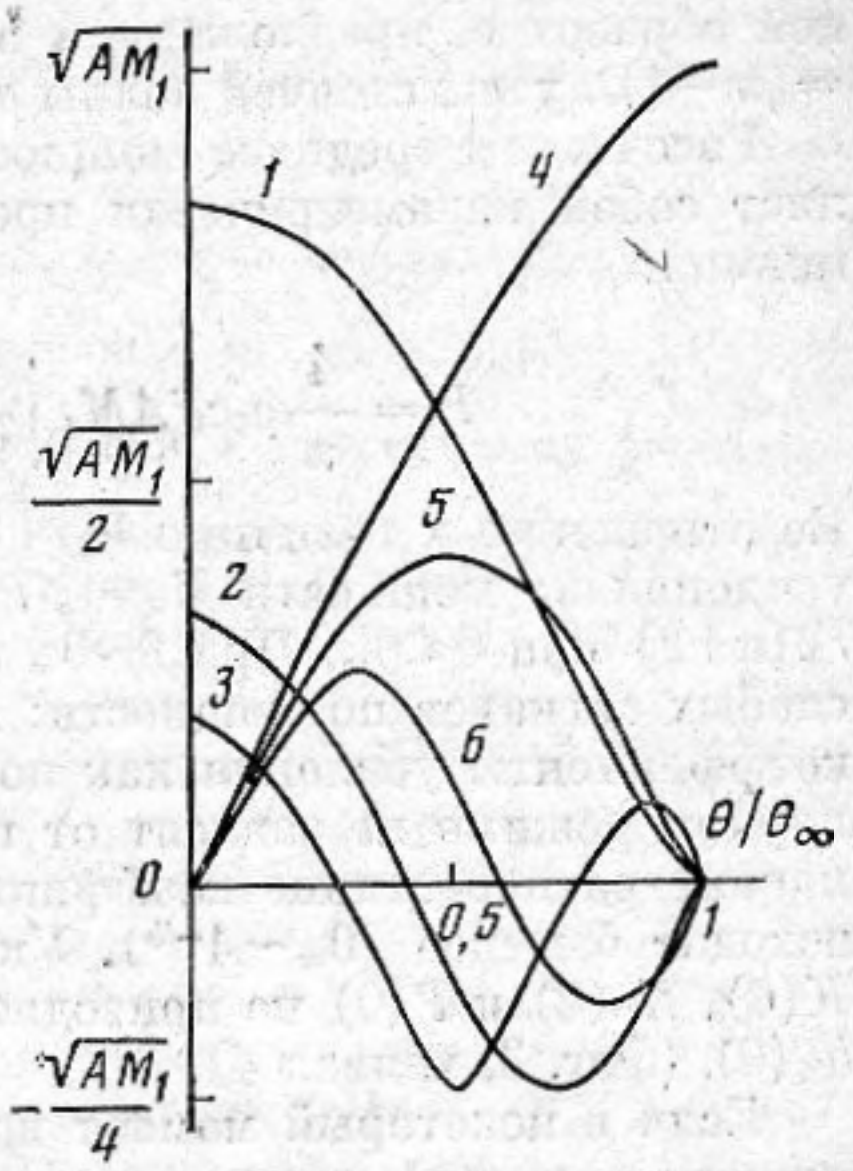
Соотношения (20) и (12) позволяют построить профиль волны в резонаторе в любой момент времени (см., например, фиг. 1, *б*, *г*). Время θ_∞ установления стационарной волны (17) определяется из условия $\tau_\Phi^{2k}(\theta_\infty)=\tau_\Phi^{2k-1}(\theta_\Phi)=\pi(4k-1)$, откуда находим $\theta_\infty=4M_1^{1/2}/A^{1/2}M_{1/2}$. Оценки показыва-

ют, что положение фронта (19) в приближенном решении (12) может отличаться от истинного лишь на величину $|\Delta\tau_\Phi^k| \sim (M_{1/2}/M_1)^{1/2} \ll 1$ при $M_{1/2} \ll M_1$. Более того, при временах, не слишком близких к θ_∞, решение (12, 19) определяет эволюцию профиля волны еще лучше: $|\Delta\tau_\Phi^k| \sim M_{1/2}/M_1$.

Для описания динамики параметрического процесса в акустическом резонаторе на спектральном языке проведем фурье-анализ профиля нестационарной волны (12, 19). Получаем следующие выражения для синусных $a_{m/2}$ и косинусных $b_{m/2}$ компонент (m — натуральное число):

$$a_{\frac{m}{2}} = \frac{\sqrt{AM_1}}{\pi}[(-1)^m + 1] \times$$
$$\times \left[\frac{\cos\frac{m+1}{2}\tau_\Phi^0}{m+1} + \frac{\cos\frac{m-1}{2}\tau_\Phi^0}{m-1}\right], \tag{20}$$

$$b_{\frac{m}{2}} = \frac{\sqrt{AM_1}}{\pi}[(-1)^m - 1] \times$$
$$\times \left[\frac{\sin\frac{m+1}{2}\tau_\Phi^0}{m+1} + \frac{\sin\frac{m-1}{2}\tau_\Phi^0}{m-1}\right],$$
$$\tau_\Phi^0 = \tau_\Phi^{k=0}.$$



Фиг. 3. Эволюция спектрального состава колебаний резонатора при вырожденном параметрическом взаимодействии: *1* — a_1, *2* — a_2, *3* — a_3, *4* — $b_{1/2}$, *5* — $b_{3/2}$, *6* — $b_{5/2}$

Анализ зависимости спектра (20) от времени (фиг. 3) показывает, что в случае, когда сигнал содержит лишь косинусные компоненты ($\varphi=\pi/2$): 1) не рождаются новые синусные компоненты на полуцелых частотах и косинусные — на целых ($a_{p-1/2}=b_p\equiv 0$, p — натуральное число), 2) происходит перекачка энергии из синусных компонент на целых частотах (накачка) ($a_p \to 0$ при $\theta \to \theta_\infty$) в новые косинусные компоненты на полуцелых частотах ($b_{p-1/2}(0<\theta<\theta_\infty) \neq 0$), а затем в субгармонику (при $\theta > \theta_\infty$, только $b_{1/2} \neq 0$). В нестационарном режиме можно добиться существенного усиления сигнала субгармоники по амплитуде при регистрации спектральных составляющих на полуцелых частотах. Однако для определения величины слабого сигнала субгармоники по измеренной спектральной составляющей волны в резонаторе необходимо также знать время действия сигнала, так как коэффициент преобразования субгармоники в любую из компонент $b_{p-1/2}$ зависит от времени (при $0<\theta<\theta_\infty$). Например,

$$K\left(\varphi=\frac{\pi}{2},\theta\right) = \frac{b_{1/2}(\theta)}{\hat{M}_{1/2}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{M_1}{M_{1/2}}}\left[\frac{\theta}{\theta_\infty}\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_\infty}\right)^2} + \arcsin\frac{\theta}{\theta_\infty}\right]$$

($K \simeq 3\theta(AM_{1/2})^{1/2}/8$ при $\theta \ll \theta_\infty$, $K \simeq (3\pi/8)(M_1/M_{1/2})^{1/2} \gg 1$ при $\theta \sim \theta_\infty$).

Проведенный спектральный анализ показал, что рождаются лишь косинусные компоненты на полуцелых частотах. В полевом описании им соответствует четная по τ составляющая профиля бегущей волны (12, 19), которая изображена штриховой линией на фиг. 1, *в*. Если удастся выделить эту составляющую волны, то можно измерить одновременно энергию только всех новых компонент $b_{p-1/2}$ спектра и получить информацию о сигнале субгармоники. В акустическом резонаторе такая (оптимальная [7]) обработка профиля волны осуществляется при наложении встречных волн. В точках $x=(2m-1)\lambda/2$ (m — натуральное число), где в отсутствие сигнала были расположены некоторые из узлов нелинейной стоячей волны (8; 12), при его появлении выделяется четная составляющая профиля бе-

гущих волн (фиг. 1, *д*)

$$v\left(x=(2m-1)\frac{\lambda}{2}\right)=c_0[M(\theta,\tau)-M(\theta,\tau+(2m-1)2\pi]. \qquad (21)$$

Согласно соотношению (21), в этих точках происходит вычитание волн, задержанных друг относительно друга на нечетное число периодов волны накачки. В частном случае $m=1$ это в точности соответствует оптимальной обработке, предложенной в работе [7]. Укажем, что в точках $x=(m-1)\lambda$ узлы стоячей волны сохраняются.

Рассчитаем среднюю мощность колебаний (12, 21), которая представляет собой параметрически преобразованную мощность сигнала субгармоники:

$$P=\frac{4}{\pi}\rho_0 c_0^2 A M_1\left|\frac{\theta}{\theta_\infty}\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_\infty}\right)^2}+\arcsin\frac{\theta}{\theta_\infty}\right|.$$

Ее отношение к величине $P_{1/2}$ (10) определяет зависимость коэффициента усиления по мощности $K_P=P/P_{1/2}$ от времени. В частности, $K_P\approx(AM_1)^{1/2}\theta/2(\pi+2)$ при $\theta\ll\theta_\infty$. При $\theta\sim\theta_\infty$ может достигаться значительное усиление слабых сигналов по мощности: $K_P\approx[\pi/2(\pi+2)](M_1/M_{1/2})\gg1$. Отметим, что коэффициенты усиления как по амплитуде, так и по мощности в стационарном режиме не зависят от параметра A. Однако с увеличением этого параметра нарастание коэффициентов усиления с течением времени происходит быстрее ($\theta_\infty\sim A^{-1/2}$). Укажем также, что графики зависимостей $K(\theta)$, $K_P(\theta)$ и $P(\theta)$ не приводятся, так как они повторяют временной ход $b_{1/2}(\theta)$ (фиг. 3, кривая *4*).

Если в некоторый момент времени $0<\theta_0<\theta_\infty$ сигнал субгармоники перестает поступать в резонатор, а колебания поршня на основной частоте продолжаются, то движение фронта прекращается. Начиная с момента θ_0 профиль волны (12, 19) не искажается: $M(\theta>\theta_0)=M(\theta_0)$. Это связано с тем, что выражение с (12) при любых τ_Φ^k описывает одну из стационарных волн, возможных в резонаторе в отсутствие сигнала ($\psi_{1/2}=0$) [13, 14]. В том, что волна основной частоты, излучаемая поршнем, не может сместить фронт особенно просто убедиться, используя закон сохранения (13), который вновь начинает выполняться при $\theta\geqslant\theta_0$. Таким образом, в случае $M_{1/2}\ll M_1$ в резонаторе сохраняется информация о поступавшем ранее сигнале, которая содержится в положении фронтов слабых ударных волн.

Фазовый сдвиг $\varphi=\pi/2$ (а также $\varphi=-\pi/2$) между накачкой и сигналом является оптимальным для получения больших коэффициентов усиления в кратчайшее время. При произвольном сдвиге фаз фактически усиливается лишь косинусная составляющая сигнала субгармоники. Эволюция профиля волны при $M_{1/2}\ll M_1$ может быть описана соотношениями (12, 18, 19) при замене $M_{1/2}\to M_{1/2}\sin\varphi$. Анализ показывает, что при этом стационарные коэффициенты усиления не изменяются, однако возрастание параметрического усиления с течением времени происходит медленнее: $\theta_\infty(\varphi\neq\pi/2)=\theta_\infty/|\sin\varphi|$. Направление движения разрывов в бегущих волнах зависит в общем случае не только от k, но и от знака $\sin\varphi$.

Автор благодарен А. А. Карабутову и О. В. Руденко за обсуждение результатов этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И.* Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981.
2. Нелинейная акустика. Теоретические и экспериментальные исследования (Сб. науч. тр.)/Под ред. Зверева В. А., Островского Л. А. Горький: ИПФАН СССР, 1980.
3. *Ахманов С. А., Ляхов Г. А., Руденко О. В., Шмальгаузен В. И.* Параметрические взаимодействия акустических волн в периодически неоднородных средах.– Письма в ЖТФ, 1975, т. 1, № 13, 632–636.
4. *Woodsum H. C.* Enhancement of parametric efficiency by saturation suppression.– J. Sound and Vibration, 1980, v. 69, № 1, p. 27–33.

5. *Andrejev V. G., Rudenko O. V.* Nonlinear interactions in media with artificial attenuation and dispersion.— Abstr. IUTAM Symp. Nonlinear Deformation Waves. Tallinn: 1982, p. 24.
6. *Донской Д. М., Сутин А. М.* О возможности усиления акустических волн при параметрическом приеме.— Акуст. журн., 1981, т. 27, № 1, 151—153.
7. *Гурбатов С. Н., Малахов А. Н.* О возможности использования параметрического взаимодействия волн для выделения слабых акустических сигналов.— Акуст. журн., 1979, т. 25, № 1, 53—59.
8. *Гольдберг З. А.* О параметрическом усилении стоячих волн в жидкости.— Докл. АН СССР, 1971, т. 201, № 2, 304—306.
9. *Хазанов И. В.* О нелинейном взаимодействии волн в акустическом резонаторе.— Акуст. журн., 1980, т. 26, № 5, 795—799.
10. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
11. *Галиев Ш. У., Ильгамов М. А., Садыков В. В.* О периодических ударных волнах в газе.— МЖГ, 1970, № 2, с. 58—66.
12. *Keller J.* Subharmonic non-linear acoustic resonances in closed tubes.— J. Appl. Math. and Phys., 1975, v. 26, p. 395—405.
13. *Гусев В. Э.* Установление вынужденных колебаний в акустических резонаторах.— Акуст. журн., 1984, т. 30, № 2, с. 204—212.
14. *Гусев В. Э., Карабутов А. А., Руденко О. В.* Квазисинхронное возбуждение нелинейных волн в средах без дисперсии. Тез. докл. VIII Всесоюз. симп. по дифракции и распространению волн. М.: 1981, т. 2, с. 70—73.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова
физический факультет

Поступила в редакцию
3.XI.1982