АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 3

УДК 534.232

НАПРАВЛЕННОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВУКА КОМПЕНСИРОВАННОЙ ДУГОВОЙ РЕШЕТКОЙ БЕСКОНЕЧНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Силецкий С. М.

Решена задача излучения звука компенсированной дуговой решеткой бесконечных эллиптических цилиндрических излучателей со смешанными граничными условиями и дан численный анализ ее направленных свойств в зависимости от изменения конфигурации излучателей.

Рассмотрим систему из M бесконечно длинных эллиптических цилиндрических излучателей, расположенных в неограниченной однородной изотропной среде, ограничившись случаем, когда продольные оси цилиндров образуют дуговую решетку радиуса r_0, а эллипсы их нормальных сечений могут иметь произвольные размеры, конфигурацию и ориентацию, но они не должны соприкасаться друг с другом. На фиг. 1 показана геометрия задачи в плоскости нормального сечения излучателей, где введены следующие обозначения: общая прямоугольная система координат $OXYZ$ и связанная с ней цилиндрическая система координат $r\varphi z$, локальные прямоугольные системы координат излучателей $o_q x_q y_q z_q$ и связанные с ними локальные эллиптические системы координат $\mu_q \theta_q z_q$, $q=\overline{1, M}$, φ_q – угол, определяющий положение центров эллипсов нормальных сечений излучателей, γ_q – угол между осями $o_q y_q$ и лучами, проходящими через центры o и o_q, $\varphi_к$ – угол, определяющий направление синфазного излучения решетки вдоль единичного вектора $\bar{n}$.

Будем предполагать, что на части боковой поверхности излучателей, ограниченной двумя образующими, поддерживается установившееся распределение нормальной составляющей колебательной скорости

$$v^q(\theta, \mu, \varphi_к)=v^q(\theta, \mu) \exp [i\alpha^q(\varphi_к)]. \tag{1}$$

На остальной части боковой поверхности излучателей задается амплитуда потенциала скорости. Здесь $v^q(\theta, \mu)$ и $\alpha^q(\varphi_к)$ – соответственно амплитудные и фазовые распределения колебательной скорости по активной части поверхности излучателей, причем $\alpha^q(\varphi_к)=kr_0[\cos(\varphi_к-\varphi_q)-\cos(\varphi_к-\varphi_1)]$, где μ и θ – радиальная и угловая эллиптические координаты. Временной множитель $\exp(-i\omega t)$ опущен.

Задача состоит в отыскании решения двумерного волнового уравнения Гельмгольца $\Delta\Phi+k^2\Phi=0$ относительно амплитуды потенциала скорости суммарного поля $\Phi(h, \theta, \mu)$, удовлетворяющего на поверхности каждого цилиндра дуговой решетки граничным условиям

$$-\frac{\partial\Phi(h,\theta,\mu)}{\partial n}\Big|_{\mu^q=\mu_0^q}=v^q(\theta,\mu,\varphi_к), \qquad (\theta,\mu)\in S_v^q,$$

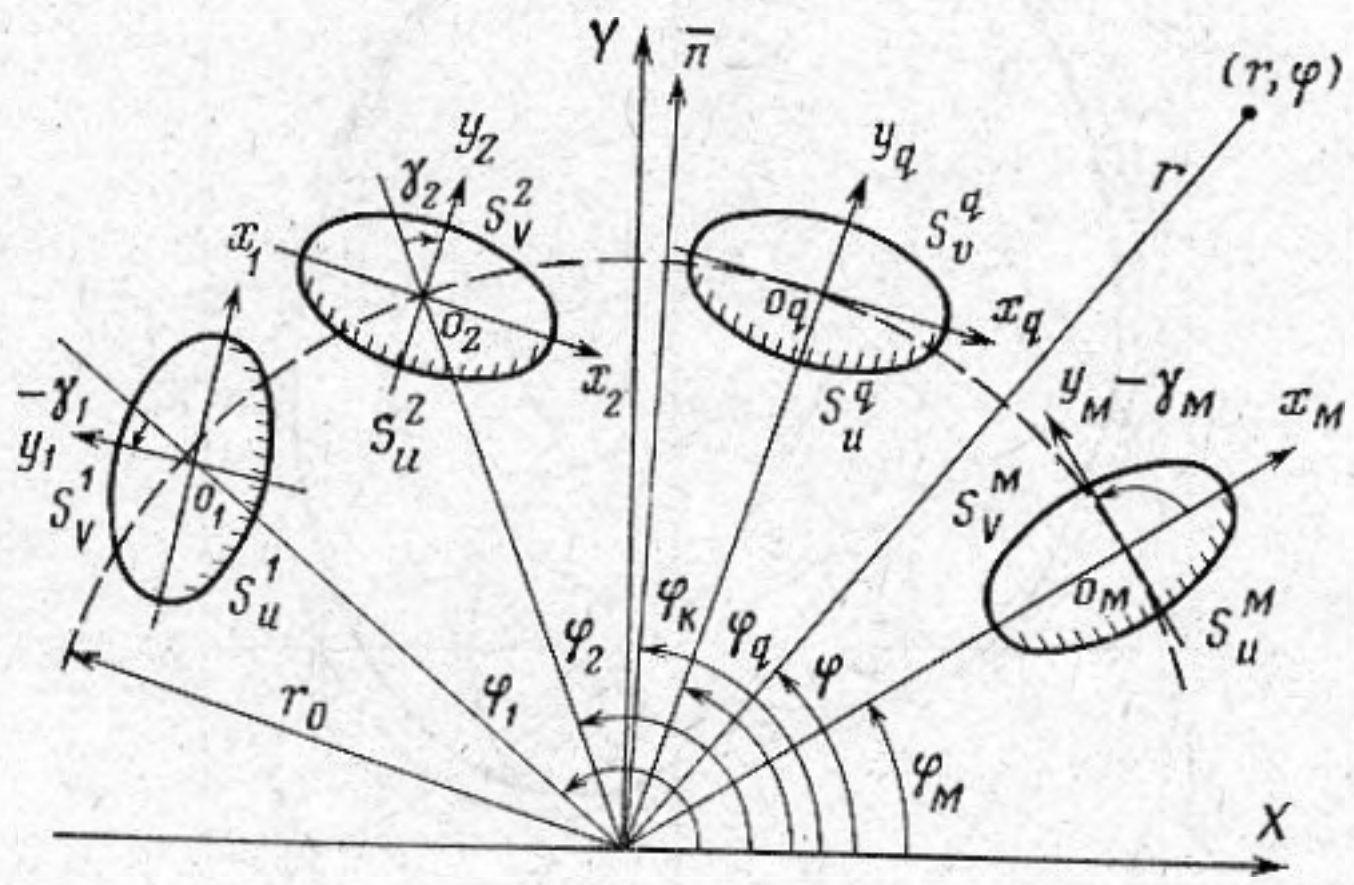
$$\Phi(h, \theta, \mu)|_{\mu^q=\mu_0^q}=u^q(\theta, \mu), \ (\theta, \mu)\in S_u^q, \ q=\overline{1, M}$$

и условию излучения на бесконечности. Здесь $\partial/\partial n$ – частная производная по внешней нормали к поверхности цилиндра, $u^q(\theta, \mu)$ – амплитуда потенциала скорости на поверхности цилиндра, S_v^q и S_u^q – части поверхности цилиндров, на которых задана соответственно нормальная составляющая колебательной скорости и амплитуда потенциала скорости, h – волновой параметр эллипса нормального сечения излучателя, μ_0^q – радиальная координата поверхности цилиндра с номером q.

Приближенное решение задачи будем искать интегральным методом наименьших квадратов [1], для которого в качестве наилучшего приближения аналогично работе [2] возьмем ряд

$$\Phi(h, \theta, \mu) = \sum_{s=1}^{M} \frac{1}{k} \sum_{m=0}^{N} (A_m^s \Psi_m^{(e)s} + B_m^s \Psi_0^{(0)s}), \tag{2}$$

минимизирующий при фиксированном N систему $q=\overline{1, M}$ функционалов, выражения которых приведены в упомянутой работе, где k — волновое число, A_m^s и B_m^s — неизвестные комплексные коэффициенты, $\Psi_m^{(e)s}$ и $\Psi_m^{(0)s}$ — соответственно четные и нечетные волновые функции эллиптического цилиндра [3]. Напомним, что такие функционалы определяют



Фиг. 1. Нормальное сечение дуговой решетки бесконечных эллиптических цилиндрических излучателей

среднеквадратичное отклонение на поверхности излучателей приближенного решения (2) от точного.

Для упрощения аналитических выражений будем рассматривать дуговые решетки идентичных по волновым параметрам $h_q=h$ и конфигурации боковой поверхности, соответствующей значению параметра $\mu_0^q=\mu_0$, эллиптических цилиндрических излучателей, центры которых эквидистантно расположены по дуге окружности радиуса r_0, а области поверхности S_v^q и S_u^q определены соответственно неравенствами $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$ и $\pi < \theta \leqslant 2\pi$. При этом излучатели ориентированы таким образом, что большие оси эллипсов нормальных сечений направлены вдоль касательных к окружности решетки ($\gamma_q=0$) и центр ее дуги совмещен с осью OY (фиг. 1). В таких решетках межцентровое волновое расстояние излучателей и их максимальный волновой размер в плоскости нормального сечения определяются соответственно выражениями $kd=2kr_0 \sin(\varphi_0/2)$ и $kl=2h \operatorname{ch} \mu_0$, где φ_0 — угловое межцентровое расстояние излучателей.

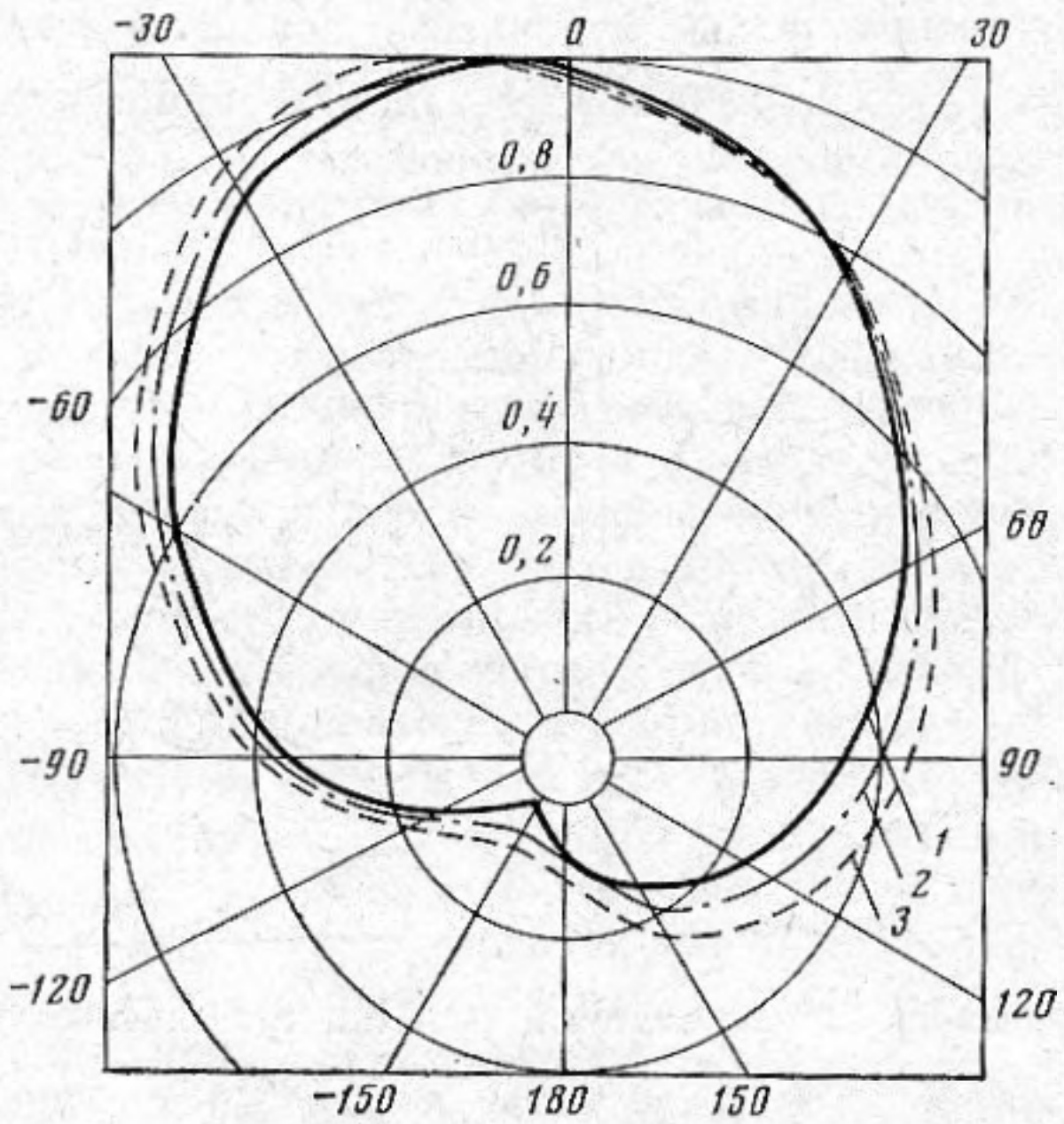
Находя стационарные точки функционалов и положив для конкретности $u^q(\theta, \mu)=0$, $q=\overline{1, M}$, что соответствует акустически мягкой поверхности S_u^q, придем к известной системе линейных алгебраических уравнений [4], из которых определим неизвестные комплексные коэффициенты A_m^s и B_m^s, $s=\overline{1, M}$. Заметим, что амплитуда колебательной скорости $v^q(\theta, \mu)$ функций $F_n^{(e)q}$ и $F_n^{(0)q}$, входящих в эту систему, в данном случае определяется выражением (1).

Относительную ошибку приближенного решения на поверхности каждого излучателя определим формулой (5) работы [2], в которой функция $v^q(\theta, \mu)$ также заменяется функцией $v^q(\theta, \mu, \varphi_K)$.

Амплитудную характеристику направленности компенсированной дуговой решетки и ее отдельного излучателя определим как угловую зависимость нормированного значения соответственно акустического поля решетки и акустического поля отдельного излучателя в решетке:

$$D(\varphi)=|\Phi(\varphi)|/|\Phi(\varphi)|_{\max}, \qquad (3)$$

где $\Phi(\varphi)$ — потенциал суммарного поля решетки или потенциал поля отдельного излучателя решетки, определенный в произвольной точке r, φ волновой зоны (фиг. 1). Выражение для потенциала суммарного поля решетки было ранее получено в работе [2] применением к формуле (2) асимптотических представлений радиальных функций Матье при $\mu\to\infty$ [3], из которого потенциал поля отдельного излучателя решетки опреде-



Фиг. 2. Характеристики направленности крайнего излучателя компенсированной дуговой решетки в плоскости ее нормального сечения при $M=5$; $\varphi_0=13{,}33°$; $kr_0=13{,}285$; $kl=2{,}84$; $kd=2{,}86$; *1* – $\mu_0=0$, $h=1{,}42$; *2* – $\mu_0=1{,}09$, $h=0{,}85$; *3* – $\mu_0=1{,}47$, $h=0{,}62$

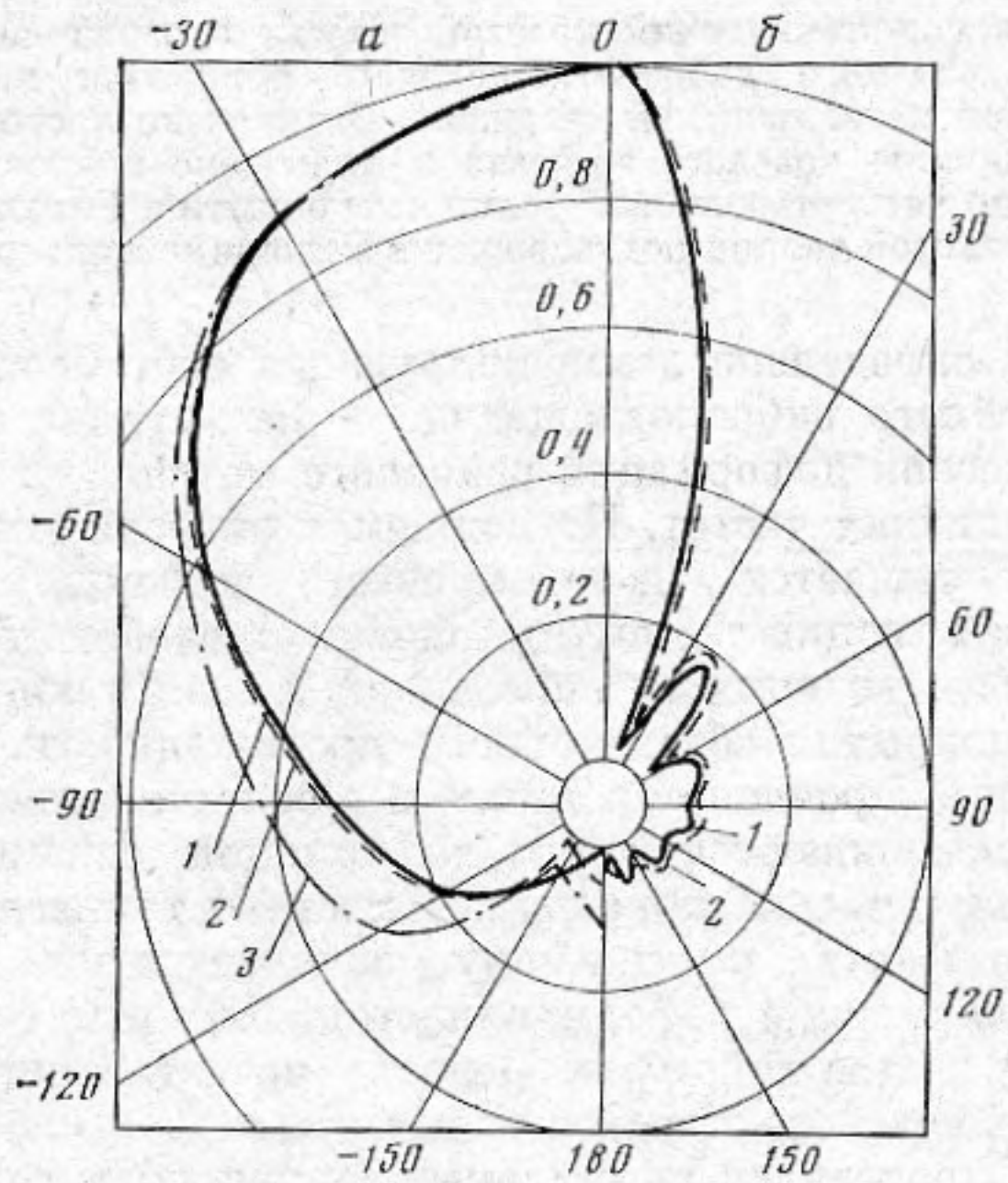
ляется членом ряда с индексом s, соответствующим номеру излучателя в решетке.

Численный анализ направленных свойств выполнен для незамкнутой дуговой компенсированной эквидистантной решетки, состоящей из пяти идентичных излучателей, на активной части поверхности которых поддерживается распределение колебательной скорости (1) с постоянной амплитудой $v^q(\theta, \mu)=\text{const}$ и фазой $\alpha^q(\varphi_к)=kr_0[\sin\varphi_q-\sin\varphi_1]$, $q=\overline{1,5}$, обеспечивающей синфазное излучение в направлении $\varphi_к=\pi/2$. Амплитудные характеристики направленности дуговой решетки и отдельных ее излучателей в плоскости нормального сечения определены для фиксированных волнового радиуса решетки, максимального волнового размера поперечного сечения межцентрового расстояния излучателей в зависимости от изменения конфигурации их боковой поверхности, соответствующей значениям параметра $\mu_0=0$; 0,2; 0,42; 0,69; 1,1 и 1,47, при которых отношение длин осей эллипса нормального сечения $b=0$; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 и 0,9 [5]. На фиг. 2 и 3 приведены зависимости $D(\alpha)$ при изменении угла $|\alpha|=\varphi-\varphi_ц$ в пределах значений 0–180°, где $\varphi_ц=\varphi_q$, $q=\overline{1,5}$ для отдельного излучателя и $\varphi_ц=\pi/2$ для решетки.

Анализ результатов расчета показывает, что взаимодействие поршневых излучателей, экранированных акустически мягким экраном с углом охвата, равным 180°, приводит к снижению уровня тыльных лепестков характеристики направленности по сравнению с его значением для излу-

чателя в свободном поле и незначительному смещению (не более 3°) ее оси к центру решетки. С увеличением значения параметра μ_0, для которого поверхность излучателя изменяет конфигурацию от плоской полосы до практически кругового цилиндра, уровень тыльных лепестков характеристики направленности незначительно возрастает, увеличивая при этом угол смещения ее оси в сторону центра решетки (фиг. 2, 3, *а*). Однако указанные изменения характеристики направленности отдельных излучателей практически не изменяют характеристику направленности решетки (фиг. 3, *б*).

Величина относительной среднеквадратичной ошибки приближенного решения при расчетах не превышала значения $1{,}5\cdot10^{-2}$, что обеспечива-



Фиг. 3. Характеристики направленности центрального излучателя (*а*): *1* – $\mu_0=0$, $h=1{,}42$; *2* – $\mu_0=1{,}09$, $h=0{,}85$; *3* – $\mu_0=1{,}47$, $h=0{,}62$ и дуговой компенсированной решетки в плоскости нормального сечения (*б*) при $M=5$; $\varphi_0=13{,}33°$; $kr_0=13{,}285$; $kl=2{,}84$; $kd=2{,}86$: *1* – $\mu_0=0$, $h=1{,}42$; *2* – $\mu_0=1{,}47$, $h=0{,}62$

лось выбором порядка приближения N от 3 до 5 для различных значений параметра h.

Таким образом, направленные свойства эквидистантных дуговых компенсированных решеток, излучатели которых экранированы акустически мягким экраном с углом охвата, равным 180°, практически не зависят от конфигурации боковой поверхности излучателей.

Автор благодарит И. Л. Обозненко за внимание к работе и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карновский М. И., Лозовик В. Г.* Акустическое поле бесконечного цилиндрического излучателя при смешанных граничных условиях на его поверхности.– Акуст. журн., 1964, т. 10, № 3, с. 313–317.
2. *Силецкий С. М.* Направленность излучения звука некомпенсированной дуговой решеткой бесконечных цилиндрических эллиптических излучателей.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 5, с. 788–794.
3. *Морс Ф. М. и Фешбах Г.* Методы теоретической физики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
4. *Андебура В. А., Лейко А. Г., Силецкий С. М.* Акустическое поле системы бесконечных цилиндрических эллиптических излучателей при смешанных граничных условиях.– Акуст. журн., 1977, т. 23, № 1, ср. 9–13.
5. *Андебура В. А., Силецкий С. М.* Рассеяние звука эллиптическим цилиндром со смешанными граничными условиями.– Акуст. журн., 1973, т. 19, № 6, с. 897–901.

Поступила в редакцию
20.IX.1982