АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 5

УДК 534.26

ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ ГЛУБИНЫ КАНАВОК БРЭГГОВСКОЙ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ РЕШЕТКИ НА КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ВОЛНЫ РЭЛЕЯ

Алякна Ю. Ю., Гуляев Ю. В., Козлов А. И., Плесский В. П.

Выведено дифференциальное уравнение для коэффициента отражения ПАВ Рэлея от конечной периодической системы возмущений на поверхности звукопровода с плавно модулированной эффективностью отражения волны. Показано, что за счет подходящей функции модуляции (аподизации) уровень боковых лепестков в частотной зависимости коэффициента отражения может быть снижен примерно на 40 дБ.

В устройствах на поверхностных акустических волнах (ПАВ) широко используются отражательные решетки [1—2]. При этом, как правило, желательно иметь коэффициент отражения, максимально близкий к единице в брэгговской полосе и малый вне этой полосы частот. Наличие боковых лепестков в частотной зависимости коэффициента отражения $R(\Delta\omega)$ брэгговских решеток может привести к появлению побочных резонансов в резонаторе ПАВ, плохому подавлению сигнала вне полосы в резонаторных фильтрах и другим нежелательным последствиям. По этим причинам исследуются возможности управления частотной характеристикой коэффициента отражения $R(\Delta\omega)$ путем «взвешивания» отражательной способности отдельных элементов решетки [3—6]. Предложено несколько приемов реализации такого «взвешивания» [4], однако соответствующая весовая функция выбирается из интуитивных соображений [4—5]. Поскольку в отражательных решетках принципиально необходимо учитывать многократные отражения, расчет модулированных решеток оказывается сложным, а применявшиеся численные методы [3] — неэффективны, так как требуют априорных предположений о распределении амплитуд волн в решетках и не позволяют сформулировать критерии для выбора функции взвешивания.

В настоящей работе предложен метод расчета характеристик модулированных отражательных решеток и рассчитаны характеристики в ряде конкретных случаев.

Характеристики однородной отражательной решетки ранее рассчитывались в ряде работ [7—12] как численными методами [7—8], так и аналитически — методом «связанных мод» [10—12] и «многих масштабов» [9]. Воспользуемся именно этим методом, так как он приводит к системе дифференциальных уравнений для медленно меняющихся вдоль решетки амплитуд волн Рэлея. При этом амплитуда периодического возмущения границы, вообще говоря, может также медленно меняться. При других способах решения [7, 10] заранее постулируется экспоненциальный вид решений, что пригодно только для однородных решеток.

Итак, пусть на участке $0 \leqslant x \leqslant L$ поверхности изотропного звукопровода имеется периодическая неровность вида:

$$z=\zeta(x)=\zeta_0(x)\cos(2Qx+\varphi), \tag{1}$$

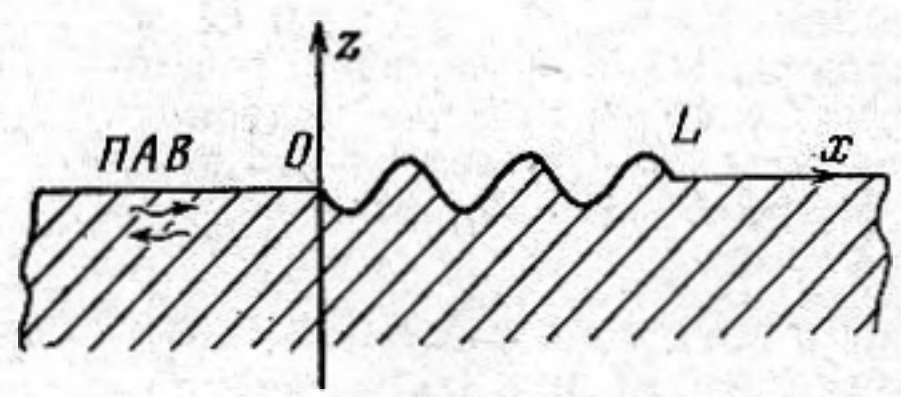
где $\zeta_0(x)$ — медленно изменяющаяся амплитуда малой неровности поверхности, $\zeta(x)Q \ll 1$, $\zeta'(x) \ll 1$, $\zeta_0'(x) \ll \zeta_0 Q$, $Q=\pi/l$ (l — период структуры). Падающая волна распространяется слева в направлении оси OX (фиг. 1). Следуя работе Сешадри [9], получаем уравнения для медленно меняющихся амплитуд A_0^+ и A_0^- волн, бегущих соответственно вдоль и против

OX, в виде:

$$\frac{\partial A_0^+}{\partial x} - i\frac{\Delta\omega}{v_R}A_0^+ + i\zeta_0\frac{k_T^4\varkappa_T}{D'_{q=Q}}A_0^- = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial A_0^-}{\partial x} + i\frac{\Delta\omega}{v_R}A_0^- - i\zeta_0^*(x)\frac{k_T^4\varkappa_T}{D'_{q=Q}}A_0^+ = 0 \qquad (3)$$

где $\zeta_0=\zeta_0(x)e^{i\varphi}$, $\zeta_0^*=\zeta_0(x)e^{-i\varphi}$, v_R — скорость волны Рэлея, $\Delta\omega=\omega-\omega_0$ (ω — циклическая частота волны, $\omega_0=v_R\cdot Q$ — брэгговская частота), k_T — волновое число объемных сдвиговых волн, $\varkappa_T^2=Q^2-k_T^2$, $D'_{q=Q}$ — производная от рэлеевского определителя $D(q,\ \omega)=(q^2+\varkappa_T^2)^2-4q^2\varkappa_T\varkappa_L$ ($\varkappa_L^2=q^2-k_L^2$, k_L — волновое число объемной продольной волны). Уравнения (2), (3) отличаются от полученных в работе [9] обозначениями и знаком перед ζ_0, ζ_0^*. Если ввести безразмерный малый параметр $\varepsilon=\zeta_0(x)Q/2$, то уравнения (2), (3) запишутся в виде:



Фиг. 1. Отражение ПАВ Рэлея от брэгговской отражательной решетки при модулированной глубине канавок

$$\frac{\partial A_0^+}{\partial x} - i\frac{\Delta\omega}{v_R}A_0^+ + i\varepsilon(x)\frac{2k_T^4\varkappa_T}{QD'_{q=Q}}A_0^- = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial A_0^-}{\partial x} + i\frac{\Delta\omega}{v_R}A_0^- - i\varepsilon^*(x)\frac{2k_T^4\varkappa_T}{QD'_{q=Q}}A_0^+ = 0, \qquad (5)$$

что в случае однородной решетки вида $\zeta(x)=-2\varepsilon\sin(2Qx)/Q$ ($\varphi=\pi/2$) при подстановке $A=A_0e^{i\delta x}$ дает уравнения связанных мод, полученные ранее в работе [11].

Из системы уравнений (4) и (5) легко получить одно дифференциальное уравнение для величины $R=A_0^-/A_0^+$:

$$R'=\rho(x)(1-R^2)-2i\theta R, \qquad (6)$$

где $\rho(x)=-2\varepsilon(x)k_T^4\varkappa_T/D'Q$, $\theta=\Delta\omega/v_R$.

В уравнении (6) величина R будет иметь смысл коэффициента отражения волны от участка $[x,\ L]$, если положить $R(L)=0$. Таким образом, $R(x=0)$ — коэффициент отражения волны, падающей на решетку слева, от участка решетки $x\in[0,\ L]$.

Отметим, что это же уравнение (6) можно получить и более простым способом, рассматривая изменение коэффициента отражения от участка $[0,\ x_0]$ при добавлении к этому участку справа короткой решетки Δx (модуляцией глубины канавок на которой можно пренебречь) и воспользовавшись формулами работы [10] для коэффициентов отражения и прохождения волны Рэлея через однородную решетку.

Уравнение (6) есть так называемое уравнение Риккати и в общем виде при произвольной функции $\zeta(x)$ его решить не удается. Поэтому сначала рассмотрим некоторые частные случаи, а затем обсудим результаты численного решения этого уравнения.

При $\rho(x)=\rho_0=\mathrm{const}$ (однородная решетка) переменные в уравнении (6) разделяются, и уравнение легко решается. Результаты совпадают с полученными ранее [9, 11]. Отметим, что на крае брэгговской полосы непропускания ($|\Delta\omega|=v_R\rho_0$) амплитуды падающей и отраженной волн изменяются вдоль структуры не экспоненциально, а линейно. При $\Delta\omega/v_R=\pm\rho_0$

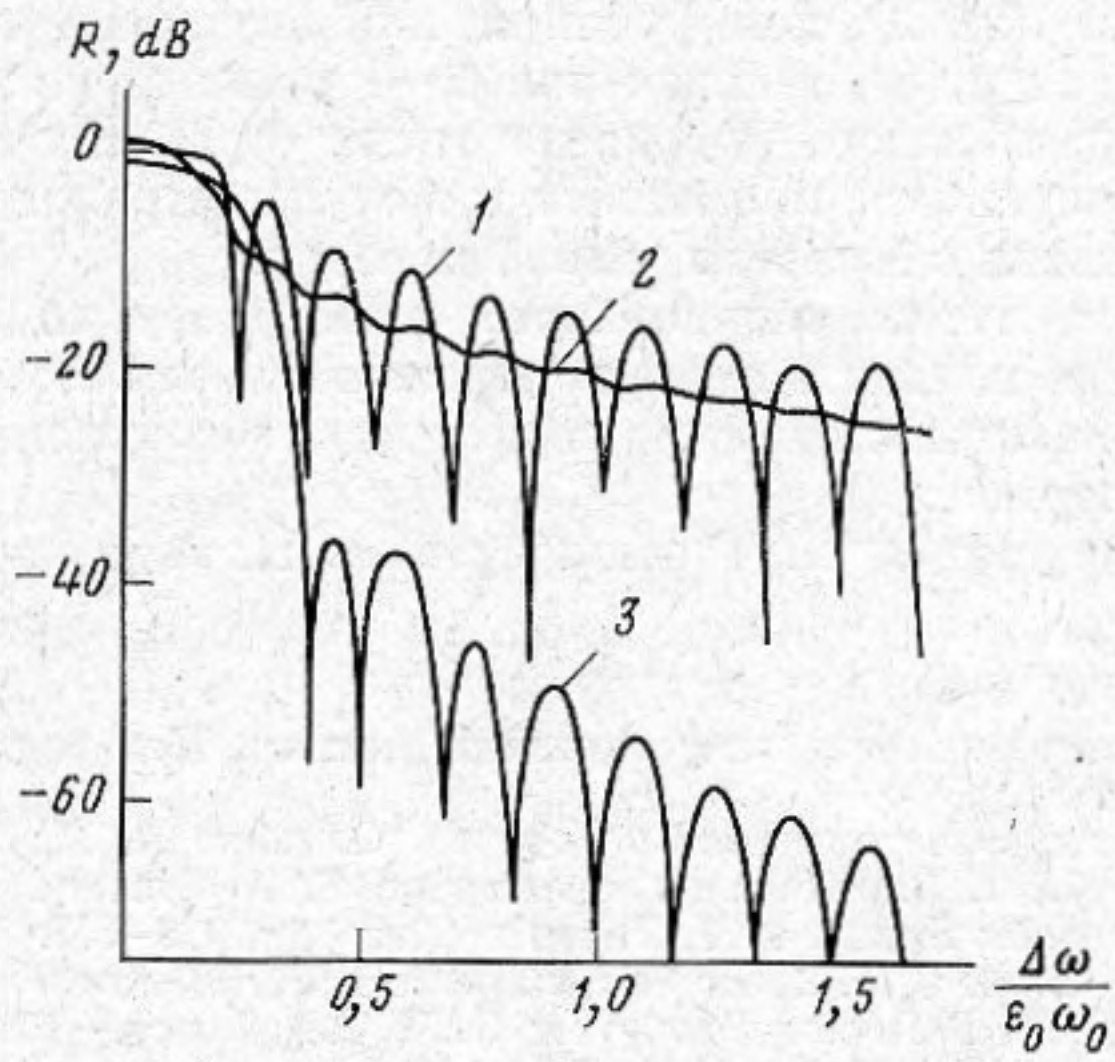
$$R(x)=\pm i+\frac{1}{\rho_0(L-x)\pm i}. \qquad (7)$$

Аналогичные результаты были получены в [13] для волны с $\lambda=l$ при обращении показателя спадания амплитуды волны вдоль решетки в нуль.

В случае модулированной решетки уравнение (6) решается аналитически при $\Delta\omega=0$ — т. е. на центральной брэгговской частоте:

$$R_0(x)=-\mathrm{th}\left(\int_x^L \rho(\tau)\,d\tau\right). \tag{8}$$

Коэффициент отражения R_0 на центральной частоте, как правило, должен быть близок к единице. Как будет показано ниже (формула (9)) интеграл $\int_0^L \rho(\tau)\,d\tau$ определяет коэффициент отражения от решетки на централь-



Фиг. 2. Зависимость коэффициента отражения от нормированной расстройки по частоте для решеток с $\varepsilon_0=0{,}03$; $L=200d$, на подложке из плавленого кварца при разных функциях модуляции. *1* соответствует немодулированной решетке; $2-\varepsilon(x)=\varepsilon_0\cos(x\pi/2L)$; $3-\varepsilon(x)=\varepsilon_0\cos^2\pi(x/L-0{,}5)$

ной частоте без учета многократных отражений. Таким образом, формула (8) подтверждает одно из эмпирических правил, предложенных в работе [4]. Из (8) видно, что для получения высокого коэффициента отражения функция взвешивания $\zeta(x)$ должна иметь большое среднее значение, которое и определяет R_0. В частности, функция $\zeta(x)$ не должна менять знака, так как это приведет к уменьшению R_0. Например, если среднее значение $\zeta(x)$ равно нулю, то оказывается равным нулю и коэффициент отражения R_0. При этом структура работает как резонатор, пропускающий волну на резонансной частоте.

Уравнение (6) может быть также решено, если не учитывать многократные отражения. Такое приближение годится, если $|R|\ll 1$ и можно пренебречь членом $|R|^2\ll 1$. Соответствующее решение имеет вид:

$$R=-e^{-2i\theta x}\int_x^L \rho(x)\,e^{2i\theta x}\,dx. \tag{9}$$

Отсюда видно, что частотная зависимость коэффициента отражения $|R(\Delta\omega)|$ пропорциональна Фурье-преобразованию функции $\rho(x)$. Эта связь аналогична связи функции аподизации и передаточной функции встречно-штыревого преобразователя. Поскольку стремимся получить хорошее подавление боковых лепестков функции $R(\Delta\omega)$, ($|R|\ll 1$), можно предположить, что решение (9) будет хорошим приближением вне брэгговской полосы частот. Это означает, что следует выбирать функции аподизации (взвешивания) $\zeta(x)$ аналогичные тем, что используются в трансверсальных фильтрах на ПАВ для подавления сигнала вне полосы про-

пускания. В качестве такой функции часто применяются зависимости вида $\cos x$, $\cos^2 x$, функция Хемминга $\alpha+(1-\alpha)\cos^m x$, функция Кайзера и т. п. [1–2]. Эти функции симметричны относительно центра структуры и сглажены к ее краям.

Для таких функций аподизации уравнение (6) решалось численно. Наилучшее подавление амплитуд боковых лепестков дают функции вида $\cos^m \pi(x/L-1/2)$ или функция $\sin \pi(2x/L-1)/(2x/L-1)\pi$ (фиг. 2). Подавление боковых лепестков достигает ~40 дБ по сравнению с единицами дБ в случае однородной решетки.

Из уравнения (6) легко получить, что частотная зависимость $|R(\Delta\omega)|$ симметрична относительно $\omega=\omega_0$ для любой функции $\zeta(x)$, однако в случае несимметричной относительно $x=L/2$ функции взвешивания (например, вида $\zeta=\zeta_0\cos(\pi x/2L)$, как функции, использовавшиеся в [5–6]) результат оказывается хуже, так как при $x=0$ такая функция не сглажена и ее спектр содержит много высокочастотных составляющих.

Полученные результаты применимы и в случае отражения волны Рэлея от наклонной решетки с большой длиной канавок.

Таким образом, путем специального выбора функции взвешивания можно существенно подавить степень отражения волн вне брэгговской полосы, сохранив близким к единице коэффициент отражения на центральной брэгговской частоте.

Авторы благодарны В. П. Терешкову и А. Н. Авдееву за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фильтры на поверхностных акустических волнах./Под ред. Маттьюза Г. М.: Радио и связь, 1981.
2. Поверхностные акустические волны./Под ред. Олинера А. М.: Мир, 1981.
3. *Tuan H. S., Parekh J. P.* Effect of Tapering on SAW Grooved Reflector Arrays.– Proc. 1977 Ultrasonics Symp., 1977, Phoenix (Ariz.), p. 873–876.
4. *White P. D., Mitchell R. F., Stevens R., Moore P., Redwood M.* Synthesis and Design of Weighted Reflector Bands for SAW Resonators.– Proc. 1978 Ultrasonic Symp., 1978, Cherry Hill, N. J. p. 634–638.
5. *Tanski W. J., Block M., Vulcan A.* High Performance SAW Resonator Filters for Satellite Use.–Proc. 1980 Ultrasonics Symp., 1980, Boston, MA, v. 1, p. 148–152.
6. *Shui Yong-an, Jiang Wen-hwa, Zhag De, Wu Wen-qiu.* Suppression of Reflection Coefficient Sidelopes of SAW Relfective Arrays by Means of Withdrawal Weighting.– Proc. 1980 Ultrasonics Symp., Boston, MA, 1980, p. 326–329.
7. *Haus H. A.* Bulk Scattering Loss of SAW Grating Cascades.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1977, v. SU–24, № 4, p. 259–267.
8. *Tuan H. S., Parekh J. P.* Theory for SAW Grooved Reflector Arrays.– IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. 1977, v. SU–24, № 6, p. 384–392.
9. *Seshadri S. R.* Effect of Periodic Surface Corrugation on the Propagation of Rayleigh Waves.–J. Acoust. Soc. Amer., 1979, v. 63, № 3, p. 687–694.
10. *Лапин А. Д.* Отражение рэлеевской волны от периодических неровностей поверхности при наклонном падении.– Акуст. журн., 1979, т. 25, № 5, с. 766–770.
11. *Гуляев Ю. В., Григорьевский В. И., Плесский В. П.* Брэгговское отражение волны Рэлея от периодически неровного участка поверхности упругого тела.– ЖТФ, 1981, т. 51, в. 7, с. 1338–1344.
12. *Glass N. E., Loudon R., Maradudin A. A.* Propagation of Rayleigh Surface Waves Across a Large-Amplitude Gratings.–Phys. Rev. B, 1981, v. 24, № 12, p. 6843–6861.
13. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Теория возбуждения и приема волн Лява при помощи структурного преобразования.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 4, с. 540–550.

Институт радиотехники и электроники
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
7.VI.1983