3. *Рыбак С. А.* Рассеяние плоской волны на малых периодических неоднородностях.– Акуст. журн., 1965, т. 11, № 1, с. 89–92.
4. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела (обзор).– Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, № 8, с. 1569–1587.
5. *Лысанов Ю. П.* Рассеяние звука от плоской неоднородной поверхности с периодически меняющейся акустической проводимостью.– Акуст. журн., 1955, т. 1, № 1, с. 58–69.
6. *Лысанов Ю. П.* О рассеянии звука на неоднородной поверхности.– Акуст. журн., 1958, т. 4, № 1, с. 47–50.
7. *Лапин А. Д.* Затухание поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы с периодическими неоднородностями.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 2, с. 218–224.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14.III.1983

УДК 534.21

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ С ПУЗЫРЬКОМ ГАЗА В ЖИДКОСТИ

Поздеев В. А.

Рассмотрим динамику взаимодействия нестационарной волны давления с пузырьком газа, находящимся первоначально в равновесном состоянии с окружающей его акустической средой. Принимаем следующие допущения: дифракцией фронта волны на пузырьке пренебрегаем; полагаем, что, деформируясь, пузырек сохраняет сферическую форму, а амплитуды деформаций малы по сравнению с первоначальным радиусом пузырька R_0. Аналогичная задача без учета вязкостных и тепловых потерь решена в [1]. Здесь дополнительно учтем эти факторы.

Уравнение динамики пузырька в поле набегающей волны $P_В(t)$ имеет вид

$$P_Г = P_В + P_И + P_П, \tag{1}$$

где $P_Г$ – давление газа в пузырьке; $P_И$ – давление в излученной пузырьком волне; $P_П$ – потери давления за счет вязкости жидкости.

Избыточное давление газа в пузырьке $P_Г(t)$ найдем из уравнения состояния газа

$$P_Г = P_{Г0}[(R_0/R)^{3\gamma} - 1], \tag{2}$$

где $P_{Г0}$ – статическое (равновесное) давление в среде; γ – показатель адиабаты.

Закон изменения радиуса пузырька удобно представить в виде

$$R(t) = R_0 + R_1(t), \tag{3}$$

причем $(R_1/R_0)^2 \ll 1$.

Подставляя (3) в (2) и выполняя линеаризацию, получим

$$P_Г = -3\gamma P_{Г0} R_1/R_0. \tag{4}$$

Давление излучения при пульсации с малой амплитудой сферы в акустической среде, согласно [2], имеет вид

$$P_И = \rho_0 c_0 \left[\dot{R}_1 - a \int_0^t \dot{R}_1(\tau) e^{-a(t-\tau)}\, d\tau \right], \tag{5}$$

где $a = c_0/R_0$; c_0 – скорость звука в невозмущенной среде; ρ_0 – плотность невозмущенной среды.

Потери давления за счет вязкости жидкости найдем, воспользовавшись [3] в виде

$$P_П = \frac{4\mu}{R\rho_0} \dot{R} \approx \frac{4\mu}{R_0\rho_0} \dot{R}_1, \tag{6}$$

где μ – динамическая вязкость.

Принимая во внимание выражения (4)–(6), уравнение (1) преобразуем к виду

$$\dot{R}_1-\frac{a}{\alpha}\int_0^t \dot{R}_1(\tau)\,e^{-\alpha(t-\tau)}\,d\tau+\frac{2\beta_0}{\alpha}R_1=-(\rho_0c_0\alpha)^{-1}P_B(t), \qquad (7)$$

где $\alpha=1+4\mu/(R_0\rho_0{}^2c_0)$, $2\beta_0=3\gamma P_{\Gamma0}/(R_0\rho_0c_0)=3\gamma a\cdot P_{\Gamma0}/(\rho_0c_0{}^2)$.

Заметим, что для пузырьков с $R_0=0{,}35\cdot10^{-5}$ м $\alpha=1{,}1$, а при увеличении R_0 величина $\alpha\to1$.

Таким образом, для пузырьков с $R_0>0{,}4\cdot10^{-5}$ м влиянием вязкости на демпфирование можно пренебречь.

Нетрудно показать, что решение уравнения (7) при нулевых начальных условиях ($R_1(0)=0$, $\dot{R}_1(0)=0$) имеет вид

$$R_1(t)=-\frac{1}{\rho_0c_0\alpha\omega}\int_0^t\left[\frac{dP_B}{d\tau}+aP_B(\tau)\right]e^{-\beta(t-\tau)}\sin\omega(t-\tau)\,d\tau, \qquad (8)$$

где $\omega^2=\omega_0{}^2-\beta$; $\omega_0{}^2=2\beta_0a/\alpha$; $2\beta[a(\alpha-1)+2\beta_0]/\alpha$. Отметим, что при $\mu=0$, $\alpha=1$, $\beta=\beta_0$.

Подставляя решение (8) в (5), найдем выражение для поля давления, излученного пузырьком

$$P_И(r,t)=-\frac{R_0}{r}\frac{2\beta}{\alpha}\int_0^{t^*}P_B(t^*-\tau)\,e^{-\beta\tau}\left[\cos\omega\tau-\frac{\beta^2-\omega^2}{2\beta\omega}\sin\omega\tau\right]d\tau, \qquad (9)$$

где $t^*=t-(r-R_0)/c_0$ – волновой аргумент.

Наиболее типичным профилем волны является профиль экспоненциального типа

$$P_B=P_1e^{-t/\nu}, \qquad (10)$$

где P_1 – амплитуда волны, ν – постоянная спада.

Подставляя (10) в (8) и (9), получим

$$R_1=-\frac{P_1(a-1/\nu)}{\rho_0c_0\alpha[(1/\nu-\beta)^2+\omega^2]}\left\{e^{-t/\nu}-e^{-t\beta}\left[\cos\omega t-\frac{1/\nu-\beta}{\omega}\sin\omega t\right]\right\};$$

$$P_И(r,t)=-\frac{R_0}{r}\frac{P_1e^{-t^*/\nu}}{\alpha[(1/\nu-\beta)^2+\omega^2]}\left\{\left(\frac{\omega_0{}^2\beta}{\omega}-\frac{\beta^2-\omega^2}{\omega\nu}\right)+\right.$$

$$\left.+e^{(1/\nu-\beta)t^*}\left[\left(\frac{2\beta}{\nu}-\omega_0{}^2\right)\sin\omega t^*-\left(\frac{\omega_0{}^2\beta}{\omega}-\frac{\beta^2-\omega^2}{\omega\nu}\right)\times\cos\omega t^*\right]\right\}. \qquad (11)$$

В случае падающей волны $P_B(t)$ ступенчатого профиля $\nu\to\infty$ и выражения (11) принимают вид

$$R_1(t)=-\frac{P_1a}{\rho_0c_0\alpha\omega_0{}^2}\left[1-e^{-\beta t}\left(\cos\omega t+\frac{\beta}{\omega}\sin\omega t\right)\right];$$

$$P_И(r,t)=-\frac{R_0}{r}\frac{P_1}{\alpha}\left[1-e^{-\beta t^*}\left(\sin\omega t^*+\frac{\beta}{\omega}\cos\omega t^*\right)\right]. \qquad (12)$$

Как видно из (8), (9), (11) и (12), пульсации пузырька носят затухающий характер вследствие потери энергии на излучение волн, а также потерь, связанных с вязкостью и теплопроводностью жидкости.

Заметим, что в выражении для $R_1(t)$ множитель перед скобками является амплитудой пульсаций. Тогда из условия малости амплитуд получим оценки для максимально допустимых амплитуд в падающей волне давления:

$$P_1<\frac{\rho_0c_0\alpha\,[(1/\nu-\beta)^2+\omega^2]}{(a-1/\nu)\,R_0}$$ – в случае экспоненциального профиля,

$$P_1<\frac{\rho_0c_0\omega_0{}^2}{a\alpha R_0}=\frac{3\gamma P_{\Gamma0}}{\alpha}$$ – в случае ступенчатого профиля.

Предлагаемую модель можно распространить на некоторый ансамбль пузырьков, которые находятся на значительном удалении друг от друга. Полагая пузырьки прозрачными для волн, излученных соседними пузырьками, путем суперпозиции можно найти волновое поле, образованное излучением всего ансамбля.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поздеев В. А.* Взаимодействие акустической волны давления с пузырьком газа.– Тез. докл. III Всесоюз. симп. по физике акустикогидродинамических явлений и оптоакустике. Ташкент: Наука, 1982, с. 19.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954. 546 с.
3. *Рождественский В. В.* Кавитация. Л.: Судостроение, 1977. 248 с.

Проектно-конструкторское бюро
электрогидравлики
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
27.IV.1983