Общий характер изменения величин $c_Ф$, c_g^* заключается в их коррелированности с интерференционной структурой звукового поля. На фиг. 1 приведены в нормированном виде зависимости фазовой скорости — *1*, групповой скорости — *2* и уровня звукового давления $|p|$ — *3* от расстояния при следующих значениях геометрических и физических параметров задачи: $\rho/\rho_0=1{,}4$, $c/c_0=1{,}2$, $z_0=250$ м, $H=400$ м, $f=50$ Гц, $z=H$, ρ_0, c_0 — плотность и скорость звука в жидком слое, ρ, c — плотность и скорость звука в жидком полупространстве, z_0, z — горизонты излучения и приема, H — глубина волновода, f — частота; скорости нормированы на величину c_0, принятый в расчетах шаг по расстоянию $\Delta r=100$ м. Как видно из фиг. 1, пространственные градиенты величин $c_Ф$, c_g^* велики в зонах минимума звукового давления и малы в зонах максимума, величины c_g и $|p|$ имеют характерную корреляцию, а изменчивость величин $c_Ф$ и c_g^* такова, что хорошо выполняется соотношение

$$c_Ф(r)\,c_g(r)=c_0^2. \tag{1}$$

Известно, что в жидком волноводе с идеальными границами выполняется соотношение, аналогичное формуле (1) для любой нормальной волны и для любой частоты. Приведенные расчеты показывают, что в волноводе с импедансной нижней границей соотношение (1) выполняется достаточно хорошо и для скоростей $c_Ф$, c^*, определенных по суммарному полю (кривая *4* соответствует величине $\bar{c}=\sqrt{c_Ф c_g^*}$).

На фиг. 2 приведены в нормированном виде величины $c_Ф$ — *1*, c_g^* — *2* и $\bar{c}=\sqrt{c_Ф c_g^*}$ — *3* как функции частоты для расстояния $r=100$ км (остальные параметры те же). Можно отметить приближенную выполнимость соотношения

$$c_Ф(\omega)\,c_g^*(\omega)=c_0^2, \tag{2}$$

причем с повышением частоты соотношение (2) выполняется точнее. При изменении геометрических параметров задачи z_0, z, r, H сохраняются все характерные особенности поведения введенных функций $c_Ф(r,\ \omega)$, $c_g^*(r,\ \omega)$, а дисперсия этих величин определяется в основном физическими параметрами ρ/ρ_0, c/c_0.

Численный анализ выполнимости соотношений (1) и (2) при изменении параметров z_0, z, r, ω, H и физических параметров полупространства позволяет сделать вывод о том, что среднегеометрическая скорость $\bar{c}=\sqrt{c_Ф c_g^*}$ ведет себя как квазиинвариант пространственно-частотной интерференционной структуры звукового поля. Аналогичными свойствами инвариантности обладают также величины $(c_Ф+c_g^*)$, $(c_Ф)^{-1}+(c_g^*)^{-1}$, что следует из соотношений (1), (2) при выполнении условий $(c_Ф-c_0)^2/c_0^2\ll1$, $(c_g^*-c_0)^2/c_0^2\ll1$, причем $(c_Ф+c_g^*)=2c_0$, а $(c_Ф)^{-1}+(c_g^*)^{-1}=2c_0^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Завадский В. Ю.* Вычисление звуковых полей в открытых областях и волноводах. М.: Наука, 1972.
2. *Булдырев В. С., Явор М. И.* Асимптотические методы расчета звуковых полей в подводных волноводах на низких частотах.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 5, с. 601–606.
3. *Баранов В. А., Григорьев В. С.* Водный слой как измерительный инструмент.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 5, с. 588–596.
4. *Кулаков В. Н., Мальцев Н. Е., Чупров С. Д.* О возбуждении групп мод в слоистом океане.— Акуст. журн., 1983, т. 29, № 1, с. 74–79.

Научно-производственное объединение «Дальстандарт»

Поступила в редакцию 30.V.1983

УДК 534.231.1–14

ВИБРОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ НИЗКИХ ЧАСТОТАХ

Чабан И. А.

Рассмотрим «сэндвич», состоящий из нормального слоя жидкого кристалла, помещенного между двумя стеклянными пластинами. Пусть верхняя пластина неподвижна, а нижняя колеблется в своей плоскости с частотой ω и амплитудой смещения u. Как было показано в работе [1], при превышении амплитуды смещения порогового значения $u_{пор}$ в такой системе возникает неустойчивость жидкокристаллического слоя. В работе [1] были рассчитаны пороги возникновения этой неустойчивости в случае высоких частот (10 МГц — 100 кГц). В настоящей работе приводятся результаты аналогичных расчетов для низкочастотной области (100 Гц–1 кГц). Для этой области можно считать $\varkappa h\ll1$, $k_{зв}\ll\pi/h$, $k_{зв}\ll\pi/L$, где h и L — толщина и длина жидкокристаллического слоя, $k_{зв}$ и $\varkappa=\sqrt{\omega\rho/2\eta}$ — волновые числа звуковой и вязкой волны (здесь и далее обозначения те же, что и в работе [1]).

Найдем поле скоростей внутри слоя. Уравнение движения для жидкого кристалла имеет вид $\rho\dot{v}_x=\eta\partial^2v_x/\partial z^2$. Общее решение этого уравнения следующее: $v_x=[A\exp(iq_0z)+B\exp(-iq_0z)]\exp(i\omega t)$, где $q_0=\sqrt{i\omega\rho/\eta}$, A, B — постоянные. Решение, удовлетворяющее граничным условиям, принимает форму $v_x=-(v_0/\sin q_0h)\cdot \sin[q_0(z-h)]\exp(i\omega t)$, где v_0 — амплитуда скорости нижней пластины. Поскольку $|q_0|h\ll 1$, его можно представить в виде $v_x=-v_0((z-h)/h)\cos\omega t$.

Решение порождающей системы представим следующим образом: $v_x^{(0)}=-v_0((z-h)/h)\cos\omega t$, $v_z^{(0)}=0$, $\theta^{(0)}=-(v_0/\omega h)\sin\omega t$. Как и в статье [1], представим $\theta^{(0)}$, угол поворота директора относительно нормали к слою в линейном приближении, в виде $\theta^{(0)}=f_1(z)\exp(-i\omega t)+f_2(z)\exp(i\omega t)$, где $f_1(z)=v_0/2i\omega h$, $f_2(z)=-v_0/2i\omega h$. Фурье-компоненты функций $f_1(z)$ и $f_2(z)$ имеют следующий вид:

$$F_1(0)=u/2h,\quad F_2(0)=-u/2h,\quad F_1(k)=F_2(k)=0 \quad \text{при} \quad k\neq 0. \tag{1}$$

Исследование устойчивости системы сводится к анализу корней характеристического уравнения. В рассматриваемом случае все корни характеристического уравнения могут быть получены из корней уравнения

$$\begin{vmatrix}
L(\sigma,k) & -Kqk & M(\sigma,k) & l(\sigma,k,0)\times F_1(0); & m(\sigma,k,0)\times F_1(0); & n(\sigma,\omega)F_1(0)\\
-Kqk & N(\sigma,k) & 0 & r(\sigma,k,0)\times F_1(0); & s(\sigma,k,0)\times F_1(0); & q(\sigma,k)F_1(0)\\
ik & 0 & P(\sigma,k) & iqF_1(0); & -ikF_1(0); & 0\\
l(\sigma-\omega,k,0)\times F_2(0); & m(\sigma-\omega,k,0)\times F_2(0); & n(\sigma-\omega,-\omega)\times F_2(0); & L(\sigma-\omega,k) & -Kqk & M(\sigma-\omega,k)\\
r(\sigma-\omega,k,0)\times F_2(0); & s(\sigma-\omega,k,0)\times F_2(0); & q(\sigma-\omega;k)\times F_2(0); & -Kqk & N(\sigma-\omega,k) & 0\\
iqF_2(0) & -ikF_2(0) & 0 & ik & 0 & P(\sigma-\omega,k)
\end{vmatrix}=0.$$

По причинам, объясненным в работе [1], будем интересоваться лишь корнем, близким к $\sigma=-iv_0Q(q,k)$, который найдем в виде $\sigma=-iv_0Q(q,k)+\delta$. Напомним, что $Q(q,k)=1-\alpha_2[\eta+(q^2/k^2)(\eta_1+\eta_2)+(q^4/k^4)\eta]^{-1}$, $v_0=K_{11}\gamma_1^{-1}q^2+K_{33}\gamma_1^{-1}k^2$. Будем считать, что второе слагаемое справа (δ) мало или того же порядка, что и первое. Для $\operatorname{Im}\delta$ получаем следующее выражение:

$$\operatorname{Im}\delta=-|F_1(0)|^2\left\{\frac{q^2(\alpha_2+\alpha_5)(1-2k^2/k_{зв}^2)+\alpha_2k^2(1-2q^2/k_{зв}^2)}{\rho[1-(q^2+k^2)/k_{зв}^2]}+\xi(q,k)\right\}, \tag{2}$$

где

$$\begin{gathered}
\xi(q,k)=\left[\frac{q^2}{k^2}\left(\frac{q^2}{k^2}\eta+\eta_2\right)+\eta+\frac{q^2}{k^2}\eta_1\right]^{-1}\rho^{-1}\left(1-\frac{q^2+k^2}{k_{зв}^2}\right)^{-1}\times\\
\times\left\{(\alpha_2+\alpha_5)q^2\left[\frac{q^2}{k_{зв}^2}(\alpha_5+\mu_2)+\left(1-\frac{k^2}{k_{зв}^2}\right)\left(\alpha_2+\alpha_5+\mu_2\frac{q^2}{k^2}\right)\right]-\right.\\
-\alpha_2q^2\left[(\alpha_5+\mu_2)\left(1-\frac{q^2}{k_{зв}^2}\right)+\frac{k^2}{k_{зв}^2}\left(\alpha_2+\alpha_5+\mu_2\frac{q^2}{k^2}\right)\right]-\\
\left.-(\alpha_2-\alpha_5)q^2\left[\frac{k^2}{k_{зв}^2}(\alpha_2+\alpha_5)\frac{q}{k}+\mu_2\right]+\alpha_2k^2\left[\frac{q}{k}(\alpha_2+\alpha_5)\left(1-\frac{q^2}{k_{зв}^2}\right)+\mu_2\right]\right\}.
\end{gathered} \tag{3}$$

Рассмотрим отдельно три случая: $q\ll k$, $q\simeq k$, $q\gg k$ (достаточно $q/k\gtrsim 3$). Как следует из формул (2), (3), $\operatorname{Im}\delta$ в этих случаях равна соответственно

$$\operatorname{Im}\delta=-|F_1(0)|^2\frac{q^2}{\rho\eta}(2\alpha_2+\alpha_5)(2\eta+\alpha_2+\alpha_5),$$

$$\operatorname{Im}\delta=-|F_1(0)|^2\frac{q^2}{\rho}\frac{2(2\alpha_2+\alpha_5)}{1+\dfrac{q^2}{k^2}}\left\{1+\frac{(\alpha_2+\alpha_5)\left(1+\dfrac{q}{k}-\dfrac{\alpha_5}{\alpha_2+\alpha_5}\dfrac{q^2}{k^2}\right)}{2\left[\dfrac{q^2}{k^2}\left(\dfrac{q^2}{k^2}\eta+\eta_2\right)+\eta+\dfrac{q^2}{k^2}\eta_1\right]}\right\},$$

$$\operatorname{Im}\delta=-|F_1(0)|^2\frac{k^2}{\rho}2(2\alpha_2+\alpha_5).$$

Как нетрудно убедиться подставляя значения α_i, для кристалла МББА (p-метоксибензилиден-p-n-бутиланилина) $\operatorname{Im}\delta>0$ во всех трех случаях, что означает возможность возникновения неустойчивости. Сравнивая величину $\operatorname{Im}\delta$ в этих трех случаях, нетрудно убедиться в том, что $\operatorname{Im}\delta$ максимальна в последнем случае, так что последнее выражение для $\operatorname{Im}\delta$ и будет определять порог появления неустойчивости. Он находится из условия $\operatorname{Im}\delta=\nu_0 Q(q, k)$, соответствующего изменению знака коэффициента поглощения, которое дает

$$|F_1(0)|^2_{\text{пор}}=\frac{K_{11}\rho}{2\gamma_1|2\alpha_2+\alpha_5|}\frac{q^2}{k^2}.$$

Отсюда, используя формулу (1), получаем следующее выражение для порогового смещения:

$$u_{\text{пор}}=2ha[K_{11}\rho/(2\gamma_1|2\alpha_2+\alpha_5|)]^{1/2}, \tag{4}$$

где через a обозначено отношение q/k. Для кристалла МББА при $h=100$ мкм это выражение дает $u_{\text{пор}}\simeq 10^{-5}$ см.

При превышении порогового смещения (4) возникают синусоидальные изменения ориентации молекул вдоль толщины слоя с волновыми числами $k=\pi/h, 2\pi/h, \ldots$, а также изменения ориентации молекул вдоль длины слоя с волновыми числами q, бо́льшими k. При этом появляются все частоты, начиная с частоты, близкой к нулю. Изменения ориентации молекул сопровождаются их перемещениями с той же периодичностью.

Пороговое смещение (4) оказывается пропорциональным толщине слоя и не зависящим от частоты, если пренебречь частотной зависимостью коэффициентов K_{11}, γ_1, α_2, α_5.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чабан И. А.* Виброгидродинамическая неустойчивость жидких кристаллов.— Акуст. журн., 1978, т. 24, № 2, с. 260–270.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14.VI.1983

УДК 534.221.1

ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ЗВУКА В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Чунчузов И. П.

В работе [1] было найдено дальнее поле расположенного на земле точечного излучателя звука в неоднородно-движущейся, но изотермической атмосфере. Нетрудно обобщить полученное решение на случай, когда средняя температура в приземном слое атмосферы распределена с высотой по закону $T(z)=T_0[1+\Delta(1-e^{-z/H})]$, причем температурный градиент Δ/H (H – характерный масштаб изменения температуры, $|\Delta|\ll 1$) может быть как положительным, так и отрицательным.

Уравнение, описывающее распределение амплитуды квазипотенциала ψ_0 поля гармонического источника $\psi_0=\psi_0 e^{i\omega t}$ имеет вид [2]

$$\Delta\psi_0+k_0^2 n^2(z)\psi_0-i[2k_0\beta(z)n^2(z)+\beta''(z)/k_0]\partial\psi_0/\partial x=0, \tag{1}$$

где $n^2(z)\simeq 1-\Delta(1-e^{-z/H})$ – квадрат показателя преломления покоящейся среды, $\beta(z)=V_x(z)/c_0=\beta_0(1-e^{-z/h})$ – нормированная на скорость звука горизонтальная компонента скорости ветра, $\beta_0=\beta(z)|_{z\to\infty}$. На поверхности земли $z=0$ вертикальная компонента колебательной скорости v_z обращается в нуль всюду, за исключением точки нахождения источника $x=y=z=0$:

$$v_z|_{z=0}=\left(-\frac{\partial\psi}{\partial z}+\frac{i\beta'}{k_0}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{z=0}=2\pi\delta(\rho), \tag{2}$$

где $\rho=\{x, y\}$.

После преобразования Фурье

$$\psi_0=e^{ik_0\beta_0 x}\int\tilde{\varphi}(\xi, z)e^{-i\xi\rho}d\xi \tag{3}$$

и подстановки (2) в (1) получим

$$\frac{d^2\tilde{\varphi}}{dz^2}+[k_0^2(1-\Delta)-\xi^2+\beta_0(2+1/k_0^2h^2)k_0\xi_x e^{-z/h}+\Delta k_0^2 e^{-z/H}]\tilde{\varphi}=0. \tag{4}$$

В последнем уравнении, как и в (1), удержали только линейные по β_0 и Δ члены. Решение этого уравнения в общем случае выражается в гипергеометрических функциях. В частном случае $h=H$ оно было исследовано в [1].

Используя полученные в [1] результаты, можно выписать решение краевой задачи (1)–(2) в виде (см. также [3] и [4]) $\psi_0=\psi_{\text{волн}}+\psi_{\text{бок}}$.

Первое слагаемое представляет волноводную часть решения (5), которая состав-