АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 1

УДК 534.231

К ВОПРОСУ ОБ ОТРАЖЕНИИ ПУЧКА ЗВУКОВЫХ ВОЛН ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ

Курин В. В., Немцов Б. Е., Эйдман В. Я.

Получено точное решение задачи об отражении пучка ограниченной длительности от границы раздела двух жидкостей.

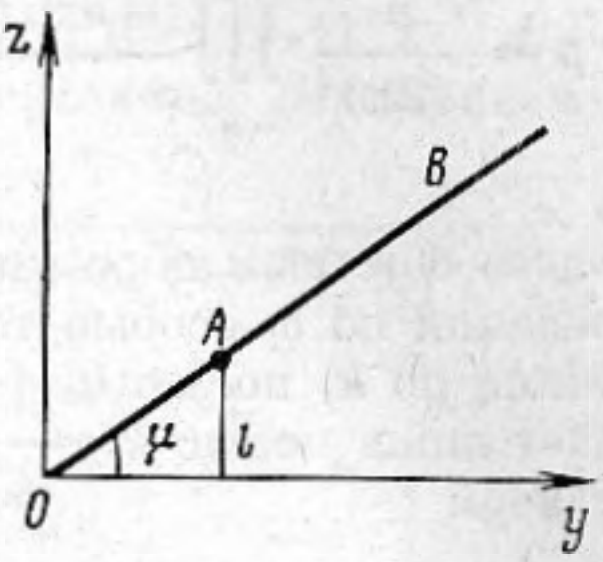
Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию отражения звуковых пучков ограниченной длительности от границы раздела двух жидкостей. Этот вопрос имеет важное прикладное значение, связанное с экспериментами по импульсному зондированию океана и модельными лабораторными экспериментами [1—3]. Кроме того, в такой постановке задача интересна также и в теоретическом отношении, в частности, в связи с тем, что дает возможность ответить на ряд вопросов, возникающих при рассмотрении отражения плоских импульсов от границы раздела двух сред [3—7].

Следует отметить, что в задаче об отражении сосредоточенных возмущений от границы раздела двух сред существуют до сих пор некоторые неясности. В работах [3—6] рассматривается взаимодействие плоского сосредоточенного импульса с границей раздела двух сред, причем предполагается, что контакт падающего возмущения с границей осуществляется во всем бесконечном интервале времени $-\infty<t<\infty$. В этих условиях, как следует из работ [3—6], в отраженном поле присутствует предвестник, т. е. возмущение, существующее в первой среде (из которой падает сигнал на границу $z>0$), сколь угодно далеко от места контакта падающего возмущения с границей. В настоящей работе предполагается, что контакт падающего возмущения с границей существует не всегда, а возникает в некоторый определенный момент времени ($t=t_0$). Тогда результаты работ [3—6] могут рассматриваться как предельный случай результатов настоящей работы при $t_0\to-\infty$. По истечении достаточно большого промежутка времени после того, как сигнал коснется границы раздела, передний фронт боковой волны уходит на большое расстояние от плоского фронта падающего возмущения, а задний фронт боковой волны формирует предвестник.

В работе [7] рассматривается случай, когда плоское сосредоточенное возмущение имеет контакт с границей во всем интервале времени $-\infty<t<\infty$. При этом решение волнового уравнения выбирается в таком виде, чтобы предвестник отсутствовал. Такая постановка задачи, по-видимому, мало интересна, так как она может рассматриваться как предельный случай причинной постановки задачи (когда контакт с границей падающего возмущения наступает в конечный момент времени $t=t_0$) только при условии существования при $t=t_0$ определенного возмущения и во второй среде ($z<0$). Следует также указать, что в работе [7] необходимо уточнить путь интегрирования в комплексной плоскости ω, распространив его симметричным относительно оси $\mathrm{Re}\,\omega=0$ образом на область $\mathrm{Re}\,\omega<0$. В противном случае результаты [7] вообще не корректны, так как могут привести к комплексным выражениям для отраженного поля при действительном падающем возмущении.

В связи со сказанным относительно плоских сосредоточенных возмущений заметим, что задача об отражении акустического сферического сосредоточенного импульса от границы раздела двух сред была решена впервые в работе [8], а затем другим способом это решение было повторено в статье [9]. В [10] также рассматривался вопрос об отражении

сферического сосредоточенного возмущения от границы раздела двух сред. Однако в этой работе для возмущения в первой среде используются формулы, полученные для гармонического точечного источника при помощи метода перевала, справедливого, грубо говоря, при $\omega R_1/c_1 \gg 1$, где ω — угловая частота излучения, c_1 — скорость звука в первой среде, R_1 — расстояние от зеркальной с источником точки до точки наблюдения ($R_1=((z+d)^2+x^2+y^2)^{1/2}$, x, y, z — декартовы координаты, d — расстояние от источника до границы). После интегрирования по k с помощью метода перевала для углов, больших, чем угол полного внутреннего отражения, в выражении для отраженной волны появляется особенность при $\omega=0$, так как коэффициент отражения в этом случае имеет вид $V(\omega)=\exp(i\varphi \times \operatorname{sign}\omega)$ [7]. С другой стороны, применимость метода перевала в существенной мере определяется тем, что после интегрирования по k в подынтегральном выражении не должно быть особенностей при $\omega \to 0$. Поэтому выражения, полученные методом перевала (например, формула (8) из работы [10]), не могут быть использованы для определения поля отраженной волны сосредоточенных возмущений. В связи с этим очевидно, что результаты [10] не могут считаться корректными. Следует отметить, что выводы более поздней работы того же автора [9], согласующиеся с результатами [8], существенно отличаются от результатов [10]. Кроме того, поскольку задача об отражении плоского импульса может быть рассмотрена как предельный случай задачи об отражении сферического импульса, результаты работы [7] также некорректны, так как получаются предельным переходом из [10].



Фиг. 1.

В настоящей работе рассматривается задача об отражении полубесконечного пучка, который в начальный момент не имеет контакта с границей и касается ее лишь через некоторый промежуток времени. Для пучка определенной формы получено точное выражение для поля отраженной волны в элементарных функциях. Исследуется боковая волна, возбуждаемая пучком. Показано, что «предвестник», возникающий при отражении плоских импульсов, связан с возбуждением боковой волны.

Перейдем к постановке задачи. Пусть c_1, c_2, ρ_1, ρ_2 — скорости звука и плотности соответственно в верхней ($z>0$) и нижней ($z<0$) средах. Далее будем считать, что скорость звука в нижней среде больше, чем скорость звука в верхней среде, поскольку именно в такой постановке и возникают особенности, связанные с преломлением волн, падающих под углами, бо́льшими угла полного отражения. Предположим, что до момента времени $t=0$ во всем пространстве звуковых возмущений нет. Далее, допустим, что при $t=0$ давление в верхней среде описывается формулой

$$p=\frac{A}{\pi}\frac{\lambda}{(y-z\operatorname{ctg}\mu)^2+\lambda^2}\bar{\theta}(z-l), \qquad \left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=0}=0, \tag{1}$$

где

$$\bar{\theta}(z-l)=\begin{cases}1, & z>l\\ 0, & z<l\end{cases},$$

y, z — координаты точки наблюдения, μ — угол, характеризующий наклон возмущения к границе раздела (см. фиг. 1, где AB — линия наибольшего возмущения). Требуется найти поле в верхней среде, т. е. решение волновых уравнений:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}-c_1^2\left(\frac{\partial^2 p_1}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p_1}{\partial z^2}\right)=\frac{A}{\pi}\frac{\lambda}{\lambda^2+(y-z\operatorname{ctg}\mu)^2}\delta'(t)\bar{\theta}(z-l), \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 p_2}{\partial t^2}-c_2^2\left(\frac{\partial^2 p_2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p_2}{\partial z^2}\right)=0, \tag{3}$$

удовлетворяющих граничным условиям

$$p_1=p_2, \quad z=0, \tag{4}$$

$$m\frac{\partial p_1}{\partial z}=\frac{\partial p_2}{\partial z}, \quad m=\rho_2/\rho_1, \quad z=0. \tag{5}$$

Здесь $\delta'(t)=d\delta/dt$ — производная δ-функции по времени. Представим выражение для поля падающей волны в виде интеграла Фурье

$$p=\frac{A}{(2\pi)^3}\iiint\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega\exp\{-i\omega t+ik_z(z-l)+ik_y(y-l\operatorname{ctg}\mu)-|k_y|\}}{(k_z+k_y\operatorname{ctg}\mu)[\omega^2-c_1^2(k_y^2+k_z^2)]}d\omega\, dk_y\, dk_z. \tag{6}$$

Здесь обычным образом из условия $p(t<0)=0$ следует, что при интегрировании по ω особые точки обходятся сверху ($\operatorname{Im}\omega>0$). При интегрировании по k_z полюс $k_z=-k_y\operatorname{ctg}\mu$ обходится снизу, поэтому при $z<l$ вклад дает лишь полюс $k_z=-(\omega^2c_1^{-2}-k_y^2)^{1/2}$ ($\operatorname{Im}\omega>0$). Учитывая сказанное, получаем

$$p=-\frac{iA}{8\pi^2c_1^2}\cdot$$

$$\cdot\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega\exp\{-i\omega t+i(\omega^2c_1^{-2}-k_y^2)^{1/2}(l-z)+ik_y(y-l\operatorname{ctg}\mu)-\lambda|k_y|\}}{[k_y\operatorname{ctg}\mu-(\omega^2c_1^{-2}-k_y^2)^{1/2}](\omega^2c_1^{-2}-k_y^2)^{1/2}}dk_y\, d\omega. \tag{7}$$

Будем искать поле отраженной волны в виде

$$p_{\text{отр}}=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}F(k_y,\omega)\exp\{-i\omega t+i(\omega^2c_1^{-2}-k_y^2)^{1/2}z+ik_yy\}dk_y\, d\omega, \quad z>0,$$

а прошедшей — в виде

$$p_{\text{пр}}=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}G(k_y,\omega)\exp\{-i\omega t-i(\omega^2c_2^{-2}-k_y^2)^{1/2}z+ik_yy\}dk_y\, d\omega, \quad z<0.$$

Тогда после подстановки этих выражений в граничные условия (4), (5) получим, что поле отраженной волны

$$p_{\text{отр}}=-\frac{iA}{8\pi^2c_1^2}\cdot$$

$$\cdot\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\left[m\left(\frac{\omega^2}{c_1^2}-k_y^2\right)^{1/2}-\left(\frac{\omega^2}{c_2^2}-k_y^2\right)^{1/2}\right]\omega\exp\left\{-i\omega t+i\left(\frac{\omega^2}{c_1^2}-k_y^2\right)^{1/2}(z+l)\,ik_y(y-l\operatorname{ctg}\mu)-\lambda|k_y|\right\}d\omega\, dk_y}{\left[m\left(\frac{\omega^2}{c_1^2}-k_y^2\right)^{1/2}+\left(\frac{\omega^2}{c_2^2}-k_y^2\right)^{1/2}\right]\left(\frac{\omega^2}{c_1^2}\right)^{1/2}\left[k_y\operatorname{ctg}\mu-\left(\frac{\omega^2}{c_1^2}-k_y^2\right)^{1/2}\right]}. \tag{8}$$

Произведем в формуле (8) замену переменных:

$$\omega=c_1k_y'x,\ k_y=k_y'. \tag{9}$$

Из соотношений (9) видно, что $\operatorname{Im}x>0$ при $k_y'>0$ и $\operatorname{Im}x<0$ при $k_y'<0$ (напомним, что $\operatorname{Im}\omega>0$). Далее заметим, что для сходимости интеграла по k_y' на величину мнимой части x при $c_1t>z+l$ необходимо наложить следующее условие ($x_1=\operatorname{Re}x$):

$$\begin{aligned}&0<\operatorname{Im}x\equiv\nu<\frac{\lambda}{c_1t-(z+l)x_1(x_1^2-1)^{-1/2}}, \quad k_y'>0,\\ &0>\operatorname{Im}x\equiv\nu>-\frac{\lambda}{c_1t-(z+l)x_1(x_1^2-1)^{-1/2}}, \quad k_y'<0.\end{aligned} \tag{10}$$

Выполняя интегрирование по k_y, приходим к соотношению

$$p_{\text{отр}}=-\frac{A}{8\pi^2}\int\limits_{L_x}\frac{xV(x)\,dx}{(x^2-1)^{1/2}[\operatorname{ctg}\mu-(x^2-1)^{1/2}][c_1xt-(x^2-1)^{1/2}z'-y'-i\lambda]}+\text{к. с.} \tag{11}$$

Здесь $V(x)=[m(x^2-1)^{1/2}-(n^2x^2-1)^{1/2}][m(x^2-1)^{1/2}+(n^2x^2-1)^{1/2}]^{-1}$, контур интегрирования L_x лежит выше действительной оси $[-\infty+i\nu,\ \infty+i\nu]$, $z'=z+l$, $y'=y-l\operatorname{ctg}\mu$, $n=c_1/c_2$, $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2-1)^{1/2}=x$, $\lim\limits_{x\to\infty}(n^2x^2-1)^{1/2}=nx$.

В интеграле (11) удобно сделать еще одну замену: $\theta=(x^2-1)^{1/2}x^{-2}$, $x=(1-\theta^2)^{-1/2}$. Тогда давление в отраженной волне определяется выражением

$$p_{\text{отр}}=-\frac{A}{8\pi^2}\int\limits_{L_\theta}\frac{V(\theta)\,d\theta}{(1-\theta^2)^{1/2}[(1-\theta)^{1/2}\operatorname{ctg}\mu-\theta][c_1t-\theta z'-(y'+i\lambda)(1-\theta^2)^{1/2}]}+\text{к. с.} \tag{12}$$

Здесь $V(\theta)=[m\theta-(\theta^2-\alpha^2)^{1/2}]/[m\theta+(\theta^2-\alpha^2)^{1/2}]$, $0<1-n^2=\alpha^2<1$,

$$\lim_{\theta\to\infty}(1-\theta^2)^{1/2}=-i\theta,\qquad \lim_{\theta\to\infty}(\theta^2-\alpha^2)^{1/2}=\theta. \tag{13}$$

Контур L_θ состоит из петли, охватывающей точку $\theta=1$, отрезков, идущих вдоль мнимой оси, и полуокружности бесконечного большого радиуса (см. фиг. 2).

В формуле (12) $\theta_{1,2,3,4}=\pm1,\pm\alpha$ — точки ветвления. Проведем разрез от -1 до $+1$ ниже действительной оси, тогда $\theta_5=\cos\mu$ будет полюсом, а $\theta_6=-\cos\mu$ лежит на другом листе римановой поверхности.

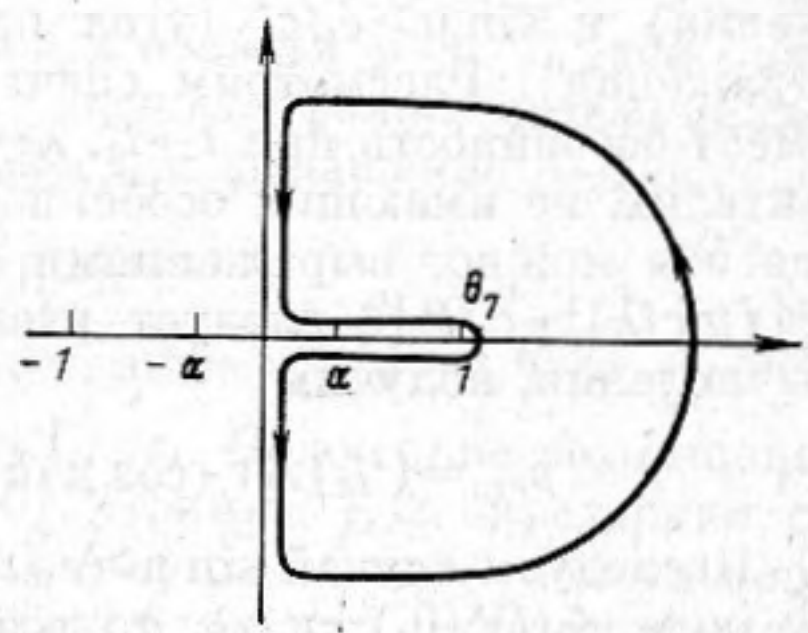
Наконец, корни уравнения

$$c_1t-\theta z'=(y'+i\lambda)(1-\theta^2)^{1/2}. \tag{14}$$

также будут полюсами. Как показывает детальный анализ, корни этого уравнения, лежащие на выбранном листе римановой поверхности (см. (13)), суть

$$\theta_7=[c_1tz'+(y'+i\lambda)(R^2-c_1^2t^2)^{1/2}]/R^2,\qquad y'>0,\ t>z'/c_1,\ \lambda\ll(y'^2+z'^2)^{1/2}, \tag{15}$$

$$\theta_7=[c_1tz'-(y'+i\lambda)(R^2-c_1^2t^2)^{1/2}]/R^2,\qquad y'<0,\ t>z'/c_1. \tag{16}$$



Фиг. 2.

Здесь $R^2=(y'+i\lambda)^2+z'^2$, а корни следует понимать в следующем смысле: когда $R_0^2=y'^2+z'^2>c_1^2t^2$, то реальные части корней в выражениях (15), (16) положительны, а когда $R_0^2<c_1^2t^2$, то как для случая $y'>0$, так и для случая $y'<0$ решение представляется в виде

$$\theta_7=[c_1tz'+i(y'+i\lambda)(c_1^2t^2-R^2)^{1/2}]/R^2,\quad \operatorname{Re}(c_1^2t^2-R^2)^{1/2}>0. \tag{17}$$

Из анализа уравнения (14) следует также, что при $c_1t<z'$ полюса лежат на другом листе римановой поверхности, особенностей внутри контура L_θ нет и интеграл (12) обращается в нуль. Укажем далее, что при $y'>0$ полюс θ_7 (см. формулы (15), (17)) лежит выше действительной оси внутри контура L_θ, а при $y'<0$ θ_7 (см. формулы (16), (17)) лежит внутри контура ниже действительной оси. Вычисляя далее интеграл (12), получаем окончательный ответ:

$$p_{\text{отр}}=-\frac{i}{4\pi}\frac{AV(\theta_7)}{[(1-\theta_7^2)^{1/2}\operatorname{ctg}\mu-\theta_7][(y'+i\lambda)\theta_7-z'(1-\theta_7^2)^{1/2}]}+\text{к. с.} \tag{18}$$

где θ_7 определяется выражениями (15)—(17).

Таким образом, для давления в отраженной волне получается точное выражение в элементарных функциях. Представляет интерес здесь при-

вести формулу для случая начального возмущения, сосредоточенного на прямой линии, удаленной от границы на расстояние l, т. е. для правой части уравнения (2), имеющей вид

$$\frac{A}{\pi}\frac{\lambda}{\lambda^2+y^2}\delta(z-l)\delta(t).$$

Для этого случая, как легко видеть выражение (18), следует умножить на $-\theta_7/c_1$ и положить $\mu=\pi/2$. Таким образом:

$$p_{\text{отр}}=-\frac{i}{4\pi c_1}\frac{V(\theta_7)}{\sqrt{R_1^2-c_1^2t^2}}+\text{к. с.}\qquad R_1=\sqrt{y^2+z'^2},$$

$$\theta_7=\frac{c_1tz'+y\sqrt{R_1^2-c_1^2t^2}}{R_1^2},\qquad y>0.$$

Проанализируем формулу (18) в простом предельном случае $l=0$. Пусть $y'>0$ и точка наблюдения лежит вблизи границы, т. е. $z\to 0$, тогда выражение для поля отраженной волны упрощается:

$$p_{\text{отр}}=-\frac{i}{4\pi}\frac{AV(\theta_7)}{[(1-\theta_7^2)^{1/2}\operatorname{ctg}\mu-\theta_7](y'+i\lambda)\theta_7}+\text{к. с.},\qquad \theta_7=[1-c_1^2t^2/(y'+i\lambda)^2]^{1/2} \tag{19}$$

До момента $t<t_0=\min(t_1,t_2)$ $(t_1=y\sin\mu/c_1,\ t_2=y/c_2)$ поле отраженной волны $\sim\lambda$ и при $\lambda\to 0$ исчезающе мало. В этом случае в выражении (19) фактически стоит сумма двух комплексно-сопряженных мнимых величин. При $t>t_0$ появляется поле отраженной волны. Здесь следует различать два случая: $t_1<t_2$, $\sin\mu<c_1/c_2$ (угол падения меньше угла полного отражения) и $\sin\mu>c_1/c_2$ (угол падения больше угла полного внутреннего отражения). Рассмотрим сначала случай $\sin\mu<c_1/c_2$. Выражение (19) имеет особенность при $t\to t_1$, $\lambda\to 0$. Для ее выделения необходимо в сомножителях, не имеющих особенности, положить $\theta_7=\cos\mu$ и пренебречь там, где это можно, выражениями порядка λ $(\lambda\to 0)$. Выражение $c_1t\operatorname{ctg}\mu-[(y+i\lambda)^2-c_1^2t^2]^{1/2}$ следует разложить по степеням λ. Опуская простые вычисления, получим

$$p_{\text{отр}}=(1/2)AV(\cos\mu)\delta(y-c_1t/\sin\mu),\ \lambda\to 0,\ t\to t_1,\ t_1<t_2. \tag{20}$$

Исследуем случай $\sin\mu>c_1/c_2$ $(t_1>t_2)$. При $t<t_2$ $\operatorname{Im}V(\theta_7)\sim\lambda$, и, поскольку поле $\sim(iV(\theta_7)+\text{к.с.})$, то возмущение в этом интервале времени мало $(p_{\text{отр}}\sim\lambda)$. При $t>t_2$ коэффициент отражения комплексен, а поле отраженной волны, возбуждаемое краем сосредоточенного плоского начального возмущения, становится отличным от нуля. Это связано с тем, что от края плоского начального возмущения распространяется цилиндрическая волна, при контакте которой с границей возбуждается боковая волна (t_2 — момент прихода переднего фронта боковой волны). Выражение для поля боковой волны легко найти из формулы (19)

$$p_{\text{отр}}=-\frac{A}{2\pi y}\frac{m(\sin^2\theta-n^2)^{1/2}}{(m^2\cos^2\theta+\sin^2\theta-n^2)(\sin\theta\operatorname{ctg}\mu-\cos\theta)}, \tag{21}$$

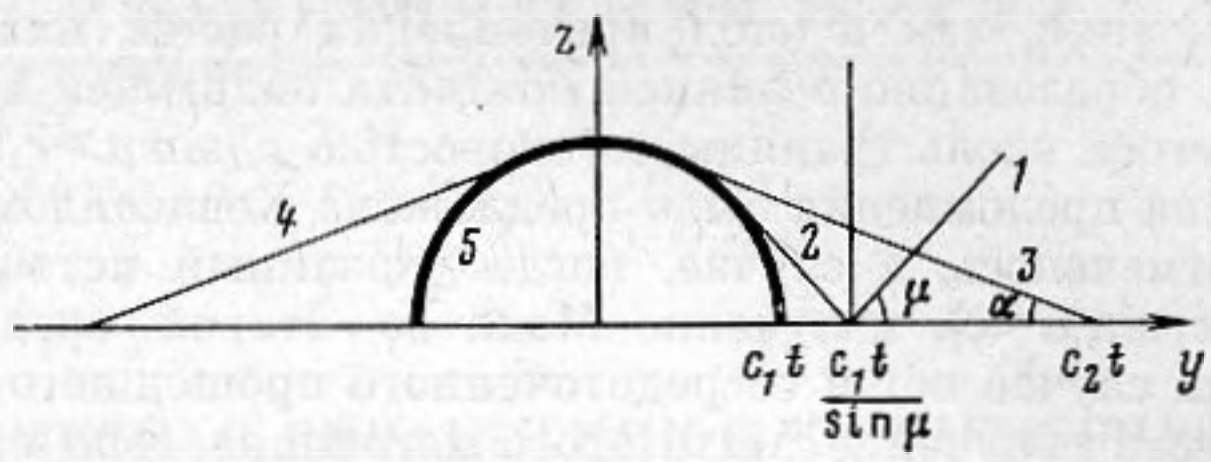
$\sin\theta=c_1t/y$, $\cos\theta=(1-c_1^2t^2/y^2)^{1/2}$, $t_2<t<t_1$. При $t\to t_1$ получаем $(\lambda\to 0)$.

$$p_{\text{отр}}=\frac{A}{2}\frac{m^2\cos^2\mu-\sin^2\mu+n^2}{m^2\cos^2\mu+\sin^2\mu-n^2}\delta(y-c_1t/\sin\mu)-$$

$$-\frac{A}{2\pi}\frac{c_1t\operatorname{ctg}\mu-(y^2-c_1^2t^2)^{1/2}}{[c_1t\operatorname{ctg}\mu-(y^2-c_1^2t^2)^{1/2}]^2+\lambda^2y^2(y^2-c_1^2t^2)^{-1}}\cdot$$

$$\cdot\frac{m(\sin^2\mu-n^2)^{1/2}}{(m^2\cos^2\mu+\sin^2\mu-n^2)\cos\mu}. \tag{22}$$

Из формулы (22) следует, что отраженное волновое поле представляется в виде двух частей: сосредоточенного возмущения, описываемого δ-функцией, и распределенного возмущения, описываемого вторым слагаемым.



Фиг. 3.

Укажем, что аналогичная ситуация имеет место и при отражении сферического импульса [8]. Если использовать выражение (22) как функцию Грина для начального распределения давления произвольной формы, то очевидно, что это распределение должно описываться непрерывными функциями координат (поскольку формулу (22) следует понимать как интеграл в смысле главного значения при $c_1t\operatorname{ctg}\mu-(y^2-c_1^2t)^{1/2}\to 0$). Это означает, что для начальных полей, у которых крутизна фронтов растет, отраженная волна будет логарифмически расти в соответствующей области. Отметим, что указанное замечание справедливо и для отражения сферических волн.

В отличие от случая отражения плоского импульса, который находится в контакте с границей все время ($-\infty<t<\infty$), «предвестник» имеет конечную длительность $\Delta t=t_1-t_2=y/c_1(\sin\mu-c_1/c_2)$. При $t\to y/c_1$ в выражении (19) для $p_{\text{отр}}$ имеется особенность типа $(y^2-c_1^2t^2)^{-1/2}$, что соответствует отражению цилиндрической волны, возбуждаемой краем начального возмущения.

Остановимся коротко на описании полей в области $y<0$. В этой области первой в точку наблюдения приходит боковая волна, затем цилиндрическая, а плоской волны здесь нет. Приведем выражение для боковой волны:

$$p_{\text{б}}=\frac{A}{2\pi}\frac{m\cos\theta(\sin^2\theta-n^2)^{1/2}}{(\cos\theta\operatorname{ctg}\mu+\sin\theta)(m^2\cos^2\theta+\sin^2\theta-n^2)(y^2-c_1^2t^2)^{1/2}}. \qquad (23)$$

$\sin\theta=c_1t/|y|$, $\cos\theta=(1-c_1^2t^2/y^2)^{1/2}$, $|y|/c_2<t<|y|/c_1$. Положение возмущений в пространстве иллюстрирует фиг. 3 ($\lambda\to 0$). Прямые *1*, *2* определяют соответственно положение падающего и отраженного сосредоточенных плоских возмущений. Полуокружность *5* определяет границу цилиндрического возмущения, обязанного краю плоского начального распределения. Прямые *3* и *4* изображают границу области существования боковой волны.

В связи с фиг. 3 заметим, что в случае $c_2>c_1/\sin\mu$ (угол падения больше угла полного внутреннего отражения) можно считать, что локализованные в полосе $z=0$, $|y|\leqslant c_1t$, источники, связанные с цилиндрической волной, изменяясь во времени, излучают распределенное поле в нижней среде, граница которого $y=c_2t$. Кроме того, с источником, координата которого $y=c_1t/\sin\mu$ (плоская волна), связано квазистатическое поле ($z<0$), которое также дает вклад в распределенное возмущение. Именно эти поля и дают для $z>0$ боковую волну (в частности, границы области локализации этой волны, как это и должно быть, наклонены к плоскости $z=0$ под углом Маха, $\sin\alpha=c_1/c_2$). Если $c_2<c_1/\sin\mu$, то при $z>0$ области локализации возмущений аналогичны изображенным на фиг. 3 с тем отличием, что точка $c_1t/\sin\mu$ лежит справа от точки c_2t, т. е. в этом случае боковая волна приходит позднее, чем плоская. Так как для второй среды ($z<0$) скорость сосредоточенного источника, расположенного на прямой, движущейся с постоянной скоростью $c_1/\sin\mu$ в направлении оси y, больше скорости волны c_2, то его излучение в области $z<0$ будет сохранять характер сосредоточенного возмущения. Его можно найти непосредственно, записывая падающий, отраженный и прошедший импульсы в виде $p=\delta(t-y\sin\mu/c_1+z\cos\mu/c_1)$, $p_{\text{отр}}=V\delta(t-y\sin\mu/c_1-z\cos\mu/c_1)$, $p_{\text{пр}}=W\delta(t-y\sin\mu/c_2+z\cos\mu/c_2)$. Используя граничные условия (4), (5), легко находим для V, W соотношения, отвечающие формулам Френеля; $\sin\mu_1=c_2\sin\mu/c_1$.

Как угол отражения, так и угол преломления равны маховским углам для источника, образованного линией контакта падающей волны с границей и движущегося вдоль границы со скоростью $c_1/\sin\mu > c_2$. Аналогичная трактовка закона преломления была предложена Хевисайдом [11].

Как уже отмечалось, в случае, когда указанный источник движется со скоростью $c_1 \sin\mu < c_2$, излучение Маха во второй среде отсутствует (поэтому в этом случае нет и сосредоточенного прошедшего поля). В первой же среде есть излучение Маха этого источника (оно образует сосредоточенную отраженную волну). Качественно описанное явление имеет место и для сферических и цилиндрических импульсов, где только в случае, аналогичном $c_1/\sin\mu < c_2$, благодаря зависимости источника от времени появляется распределенное излучение во второй среде, которое и дает боковую волну в первой среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лаврентьев Э. В., Кузян О. И.* Взрывы в море. Л.: Судостроение, 1977.
2. Распространение звука в океане/Под ред. Бреховских Л. М. Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1951.
3. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
4. *Исакович М. Л.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
5. *Williams W. E.* Refraction and diffraction of pulses.– Canad. J. Phys., 1961, v. 39, № 2, p. 272–275.
6. *Arons A. B., Yennie D. R.* Phase diftortion of acoustic pulses obliquely reflected from a medium of higher sound velocity.– J. Acoust. Soc. Amer., 1950, v. 22, № 2, p. 231–237.
7. *Иванов И. Д.* К вопросу об отражении и преломлении плоского импульса на границе раздела жидких сред.– Акуст. журн., 1973, т. 19, № 1, с. 106–110.
8. *Town D. H.* Pulse shapes of spherical waves refected and refracted at a plane interface separating two homogeneous fluids.–J. Acoust. Soc. Amer., 1968, v. 44, № 1, p. 65–76.
9. *Иванов И. Д.* Асимптотическое представление импульса, отраженного от границы раздела сред.– Акуст. журн., 1981, т. 27, № 2, с. 234–242.
10. *Иванов И. Д.* Об отражении сферического импульса от границы раздела жидких сред.– Акуст. журн., 1973, т. 19, № 4, с. 536–540.
11. *Heviside O.* Electromagnetic theory. 1912. v. 3. London. Electr. Publ. Co.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
15.VII.1982
после исправления
7.II.1983