АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 2

УДК 534.286

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ДВУСТОРОННИХ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В СЛУЧАЕ ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЫ

Жук Н. П., Третьяков О. А.

Сравнением приближений Крейчнана и Бурре для эквивалентных граничных условий найдены пределы применимости последнего.

Реальная поверхность раздела сред никогда не бывает идеально ровной, а всегда имеет неровности (шероховатости), которые в ряде случаев можно описать посредством простых вероятностных моделей [1]. С формальной точки зрения наличие шероховатостей приводит к необходимости уточнения традиционных граничных условий для волнового поля на границе раздела, которые в задачах акустики жидких сред заключаются в непрерывности давления и нормальной компоненты скорости. К настоящему времени эта проблема решена в фундаментальных работах [2, 3], где получены эквивалентные граничные условия для среднего волнового поля на границе раздела однородных сред, которые в работах [4, 5] обобщены на случай слоистых сред. В теории многократного рассеяния различные приближения для эквивалентных граничных условий заключаются в учете определенной совокупности рассеяний поля на шероховатостях границы.

Цель настоящей работы — исследование пределов применимости широко используемого приближения Бурре для этих граничных условий.

Приближение Бурре учитывает некоторую бесконечную последовательность рассеяний на граничных возмущениях; более обширная последовательность учитывается, например, приближением Крейчнана [1]. Возможность перехода от более точного приближения Крейчнана к приближению Бурре может служить критерием, определяющим пределы применимости последнего.

Пусть жидкая или газообразная среда без вязкости, безграничная по горизонтальным координатам x, y характеризуется плотностью $\mu(z)$ и локальным волновым числом $k(z)$, а среднее монохроматическое волновое поле описывается скалярной функцией $u(R)$, $R=(x, y, z)$. Вне источников эта функция связана со скоростью v частиц среды и давлением p соотношением $v=\nabla u/\mu$, $p=i\omega u$ и удовлетворяет уравнению $(\mu\nabla(1/\mu)\nabla+k^2)u(R)=0$. При $z=0$ расположена плоская в среднем граница раздела сред $2(z>0)$ и $1(z<0)$, характеризуемая гауссовыми статистически однородными шероховатостями с дисперсией σ и коэффициентом корреляции $W(r)$, $r=(x, y)$. Для пространственных гармоник среднего поля $u(z, \varkappa)\exp(i\varkappa r)$, где $\varkappa=(\varkappa_x, \varkappa_y)$ — волновой вектор, двусторонние эквивалентные граничные условия на средней границе имеют следующий вид:

$$\left\{\frac{1}{\mu}\frac{\partial u}{\partial z}\right\}=\left(A_1-B\frac{\partial}{\partial z}\right)u_1+\left(A_2+B\frac{\partial}{\partial z}\right)u_2,$$
$$\{u\}=\left(E-F\frac{\partial}{\partial z}\right)u_1+\left(E_2+F\frac{\partial}{\partial z}\right)u_2 \tag{1}$$

при

$$\{\mu\}\neq 0 \quad \text{и} \quad \{\partial u/\partial z\}=Au, \quad \{u\}=0 \tag{2}$$

при $\{\mu\}=0$. Здесь $u=u(z, \varkappa)$; фигурные скобки означают разность заключенной в них величины при $z=0$ со стороны сред 2 и 1. Коэффициенты

$A_1 \ldots F$, A, которые зависят от $\varkappa$ и учитывают наличие шероховатостей, в приближении Бурре получены в работе [4]. Пользуясь случаем, исправим допущенную авторами ошибку — в формулах (9), (11), (14) этой работы вместо оператора ∇ всюду должен фигурировать оператор ∇_t.

Ограничимся для простоты неограниченными по z однородными средами с вещественными постоянными параметрами $\mu_{2,1}$ и $k_{2,1}$ $(k_2 \geqslant k_1)$ при $z \leqslant 0$. Положим, что шероховатости почти изотропны с характерными размерами вдоль осей x, y: $l_x \simeq l_y = l$.

Примем сначала, что параметры $\mu_{2,1}$ обеих сред различны: $\mu_2 \neq \mu_1$. В приближении Крейчнана коэффициенты $A_1 \ldots F$ из формулы (1) являются решением системы нелинейных интегральных уравнений:

$$\pm A_{1,2}(\varkappa) = i\sigma^2 \int \frac{d\varkappa' W(\varkappa')}{\Delta(\varkappa-\varkappa')} [p_2(1+i\gamma_1 F+E_1) - p_1(1-i\gamma_1 F-E_2)] p_{1,2};$$

$$B(\varkappa) = -\sigma^2 \int \frac{d\varkappa' W(\varkappa')}{\Delta(\varkappa-\varkappa')} \left[p_2\left(\frac{\gamma_1}{\mu_1} - \gamma_1 B + iA_1\right) + p_1\left(\frac{\gamma_2}{\mu_2} - \gamma_2 B + iA_2\right)\right];$$

$$\pm E_{1,2}(\varkappa) = \sigma^2 \int \frac{d\varkappa' W(\varkappa')}{\Delta(\varkappa-\varkappa')} [\gamma_2(1+E_1) + \gamma_1(1-E_2)] p_{1,2}; \qquad (3)$$

$$F(\varkappa) = \sigma^2 \int \frac{d\varkappa' W(\varkappa')}{\Delta(\varkappa-\varkappa')} \left[\gamma_1 A_2 - \gamma_2 A_1 - i\left\{\frac{1}{\mu}\right\} \gamma_1\gamma_2 \right].$$

Коэффициенты $\gamma_{1,2}$, $A_{1,2} \ldots F$ под интегралами зависят от $\varkappa'$, $W(\varkappa) = (2\pi)^{-2} \int W(r) \exp(-i\varkappa r)\, dr$ — спектр шероховатостей $\Delta(\varkappa) = \Delta_0(\varkappa) + \Delta_1(\varkappa)$; $\Delta_0(\varkappa) = \gamma_1(\varkappa)/\mu_1 + \gamma_2(\varkappa)/\mu_2$; $\Delta_1(\varkappa) = i(A_1(\varkappa) + A_2(\varkappa)) - (\gamma_1(\varkappa) + \gamma_2(\varkappa)) B(\varkappa) + \gamma_2(\varkappa) E_1(\varkappa)/\mu_2 - \gamma_1(\varkappa) E_2(\varkappa)/\mu_1 + i\left\{\frac{1}{\mu}\right\} \gamma_1(\varkappa)\gamma_2(\varkappa) F(\varkappa)$; $\gamma_{1,2}(\varkappa) = (k_{1,2}^2 - \varkappa^2)^{1/2}$, $\operatorname{Im} \gamma_{1,2} \geqslant 0$. Возможность пренебрежения лод интегралами в формуле (3) коэффициентами $A_1 \ldots F$, по сравнению с остальными величинами определяет пределы применимости приближения Бурре в рассматриваемом случае. Для предельных значений параметров $k_{1,2} l$ и углов скольжения $\psi_{1,2}$ в 1-й и 2-й средах, определяемых соотношениями $\gamma_i(\varkappa) = k_i \sin\psi_i$, $\varkappa = k_i \cos\psi_i$, $i=1, 2$, в результате асимптотических вычислений приходим к следующим требованиям: для мелкомасштабных $(k_2 l \ll 1)$ неровностей $(\sigma/l)^2 \ll 1$, $(k_2\sigma)^2 \ll 1$.

В случае $k_1 l \ll 1$, $k_2 l \gg 1$ в области углов скольжения I (области всюду нумеруются по мере убывания угла $0 \leqslant \psi_2 \leqslant \pi/2$ и соответствующего возрастания величины $0 \leqslant \varkappa \leqslant k_2$), где $|\pi/2 - \psi_2| \ll 1/2k_2 l$, требуется, чтобы $\varkappa\sigma^2/l \ll 1$, $(k_2\sigma)^2 \ll 1$ при $k_2 l \gg \mu_2/\mu_1$ и $(k_2\sigma)^2 \ll 1$ при $k_2 l \ll \mu_2/\mu_1$. Неравенства $k_2 l \gtrless \mu_2/\mu_1$ эквивалентны здесь условиям $k_1 \mathring{\eta}(-0, \varkappa) l \gtrless 1$, где $\mathring{\eta}(-0, \varkappa) = \gamma_1(\varkappa)\mu_2/k_2\mu_1$ — входной импеданс гладкой границы $z=0$ со стороны $z=-0$. В области углов скольжения II: $|\pi/2 - \psi_2| \gg 2/k_2 l$, $\psi_2 \gg 1/\sqrt{k_2 l}$ приходим к неравенству $(\sigma\gamma_1)^2 \ll 1$, а в области III: $0 \leqslant \psi_2 \ll 1/\sqrt{k_2 l}$ — к условиям $\varkappa\sigma^2/l \ll 1$, $|\sigma\gamma_1|^2 \ll 1$ при $\sqrt{k_2 l} \gtrless \mu_1/\mu_2$. Неравенства $\sqrt{k_2 l} \gtrless \mu_1/\mu_2$ эквивалентны здесь требованиям $|\mathring{\eta}(+0, \varkappa)| \gtrless 1/\sqrt{k_2 l}$, где $\mathring{\eta}(+0, \varkappa) = \gamma_2(\varkappa)\mu_1/k_1\mu_2$ — входной импеданс гладкой границы $z=0$ со стороны $z=+0$ верхней среды.

Для крупномасштабных неровностей $(k_1 l \gg 1)$ в случае близких акустических свойств обеих сред: $\Delta k l \ll 1$, $\Delta k = k_2 - k_1$ (это неравенство эквивалентно требованию $\psi_{tot} \ll 1/\sqrt{k_2 l}$, где $\psi_{tot} = \arccos k_1/k_2$ — угол полного внутреннего отражения) в области углов I: $\psi_1 \gg 1/\sqrt{k_1 l}$ имеем $(\sigma\gamma_{1,2})^2 \ll 1$, а в области II: $0 \leqslant \psi_2 \ll 1/\sqrt{k_2 l}$ — $\varkappa\sigma^2/l \ll 1$.

Для случая $k_1 l \gg 1$, $\Delta k l \gg 1$ (последнее означает, что $\psi_{tot} \gg 1/\sqrt{k_1 l}$) получаем неравенства в областях углов I: $\psi_1 \gg 1/k_1 l$ — $(\sigma\gamma_2)^2 \ll 1$; II: $|\psi_1| \ll 1/\sqrt{k_1 l}$ — $\varkappa\sigma^2/l \ll 1$ при $\sqrt{\Delta k l} \gtrless (\mu_2/\mu_1)\sqrt{k_1/k_2}$ (последнее эквивалентно здесь соотношениям $\mathring{\eta}(-0, \varkappa) \gtrless 1/\sqrt{k_1 l}$. В области III: $|\psi_1| \gg 1\sqrt{k_1 l}$,

$\psi_2 \gg 1/k_2 l$ получаем условие $|\sigma\gamma_1|^2 \ll 1$, а в области IV: $0 \leqslant \psi_2 \ll 1/k_2 l$ должны выполняться требования $\varkappa\sigma^2/l \ll 1$, $|\sigma\gamma_1|^2 \ll 1$ при $\sqrt{\Delta k l} \gtrless \mu_1/\mu_2$ (последнее эквивалентно условиям $|\mathring{\eta}(+0, \varkappa)| \gtrless 1/\sqrt{k_2 l}$).

Заметим для ясности, что при $0 \leqslant \psi_2 \leqslant \pi/2$ соответствующий угол ψ_1 является вещественным: $0 \leqslant \psi_1 \leqslant \pi/2$ для $\psi_{tot} \leqslant \psi_2 \leqslant \pi/2$; и чисто мнимым: $\operatorname{Im} \psi_1 > 0$ для $0 < \psi_2 < \psi_{tot}$; углы скольжения в обеих средах связаны обычным законом преломления $k_1 \cos \psi_1 = k_2 \cos \psi_2$.

Полученные здесь оценки по своему физическому смыслу совпадают с известными результатами для односторонних задач [1]. Так, для мелкомасштабных по отношению к параметрам обеих сред ($k_2 l \ll 1$) неровностей условиям применимости приближения Бурре является пологость неровностей: $(\sigma/l)^2 \ll 1$. Для крупномасштабных по отношению к параметрам обеих сред ($k_1 l \gg 1$) неровностей различаются случай крутого падения в обеих средах: $\psi_1 \gg 1/\sqrt{k_1 l}$ (либо $|\psi_1| \gg 1/\sqrt{k_1 l}$, если ψ_1 мнимо) и $\psi_2 \gg 1/\sqrt{k_2 l}$, где требуется малость параметров Рэлея для каждой из сред: $(\sigma\gamma_2)^2 \ll 1$, $|\sigma\gamma_1|^2 \ll 1$, и случай скользящего распространения по крайней мере в одной из сред: $0 \leqslant \psi_2 \leqslant 1/\sqrt{k_2 l}$, либо $|\psi_1| \ll 1/\sqrt{k_1 l}$. В этом последнем случае наряду с малостью параметров Рэлея требуется выполнение условия $\varkappa\sigma^2/l \ll 1$, означающего, как известно, малость высоты неровностей по сравнению с зоной Френеля однократно рассеянного поля.

Двусторонняя постановка задачи подразумевает существование поля в обеих средах, в том числе и в той среде, в которой поле при импедансной формулировке задачи игнорируется. Полученные нами пределы применимости приближения Бурре для двусторонних граничных условий учитывают ограничения, проистекающие из этого последнего обстоятельства. Например, если источники поля расположены в I, нижней среде, невозмущенная задача для волнового поля в этой среде допускает импедансную формулировку при выполнении условий $\mu_2/\mu_1 \gg 1$, $k_2/k_1 \gg 1$, $\mu_2 k_1/\mu_1 k_2 \gg 1$, когда импеданс $\mathring{\eta}(-0, \varkappa)$ не зависит от $\varkappa$ и $|\mathring{\eta}(-0)| \ll 1$. В этом случае дополнительные по сравнению с обычными для импедансной задачи [1] ограничения являются более жесткими. Так, требование $(\sigma\gamma_2)^2 \ll 1$ при изменении угла скольжения ψ_1 в пределах $0 \leqslant \psi_1 \leqslant \pi/2$ при этом значительно сильнее требования $(\sigma\gamma_1)^2 \ll 1$, возникающего в односторонней импедансной задаче.

Отметим, что в силу первоначального предположения $\mu_2 \neq \mu_1$ полученные выше оценки не являются равномерными по разности $\mu_2 - \mu_1$ и не допускают предельного перехода $\mu_2 \to \mu_1$.

Если параметры $\mu_{2,1}$ обеих сред одинаковы: $\mu_2 = \mu_1$, то коэффициент $A(\varkappa)$ из формулы (2) в приближении Крейчнана удовлетворяет интегральному уравнению:

$$iA(\varkappa) = (\nu\sigma)^2 \int \frac{d\varkappa' W(\varkappa - \varkappa')}{\gamma_1(\varkappa') + \gamma_2(\varkappa') + iA(\varkappa')}, \qquad \nu = k_2^2 - k_1^2. \tag{4}$$

Приближение Бурре для $A(\varkappa)$ справедливо, когда этот коэффициент пренебрежимо мал по сравнению с остальными величинами в знаменателе подынтегрального выражения (4). В результате качественных оценок приходим к следующим ограничениям: при $k_2 l \ll 1 - (\sigma\nu l)^2 \ll 1$, при $k_1 l \ll 1$, $k_2 l \gg 1$ во всех трех характерных областях углов скольжения, определенных выше, приходим к неравенству $(k_2\sigma)^2 \ll 1$.

При $k_1 l \gg 1$, $\Delta k l \ll 1$ получаем следующие неравенства: в области углов I — $|\Delta k \sigma| \sin \psi|^2 \ll 1$, II — $k \dfrac{\sigma^2}{l} (\Delta k l)^2 \ll 1$ (здесь $k = k_2 \simeq k_1$, $\psi = \psi_2 \simeq \psi_1$).

При $k_1 l \gg 1$, $\Delta k l \gg 1$ искомые условия записываются в следующем виде: в области углов I — $(\sigma\nu)^2 \ll (\gamma_1 + \gamma_2)$, которые выполняются, если $(\Delta k \sigma/\sin \psi_2)^2 \ll 1$, II — $(\sigma\nu)^2 \ll \gamma_2^2$ при $\sigma^2\nu \ll 1$; III — $(\sigma\nu)^2 \ll |\gamma_1 + \gamma_2|^2$ при $\sigma^2\nu \ll 1$, IV — $(\sigma\nu)^2 \ll |\gamma_1|^2$ при $\sigma^2\nu \ll 1$.

Для оценки пределов применимости приближения Бурре в рассматриваемом случае можно воспользоваться также теорией возмущений в фор-

ме, изложенной в работе [1, с. 74—75]. Результирующее неравенство имеет вид

$$\sigma\nu/[(k_1^2-(\varkappa+1/l)^2)^{1/2}+(k_2^2-(\varkappa+1/l)^2)^{1/2}]\ll 1 \qquad (5)$$

и аналогично соотношению (5.38) упомянутой работы. Для разобранных предельных случаев отсюда получаем неравенства, приведенные выше. Отметим, что условие (5) выполняется тем лучше, чем ближе акустические свойства обеих сред, а именно при $\nu\to 0$ граница раздела $z=0$ становится все менее резко выраженной.

Исследуем теперь для описанной выше плоской в среднем границы раздела безграничных однородных сред изменение входного импеданса $\delta\eta(\pm 0, \varkappa)$ под влиянием шероховатостей. В отличие от шероховатой импедансной поверхности, бывшей предметом исследования в статье [6], в нашей задаче добавка $\delta\eta$ к входному импедансу границы раздела $z=0$ со стороны одной из сред — ее для определенности назовем исходной средой — в общем случае зависит от взаимодействия поля, рассеянного на неровностях в другую среду (которую далее будем называть соседней по отношению к исходной среде), с полем в исходной среде.

Прежде чем пояснить это, сделаем отступление относительно угловой ширины индикатрисы рассеяния в различных ситуациях. Как известно, индикатриса рассеяния на шероховатостях пропорциональна величине $W(\varkappa_s-\varkappa_i)$, где $\varkappa_s$ — волновой вектор волны, рассеянной в направлении $\varkappa_s$, а $\varkappa_i$ — волновой вектор падающей волны. Пусть волновое число среды, в которой рассматривается рассеянное поле, равно k. Для мелкомасштабных неровностей ($kl\ll 1$) при условии $\varkappa_i l\ll 1$ рассеяние происходит в волны, для которых $\varkappa_s l\ll 1$. Определяя угол скольжения ψ обычным равенством $\varkappa=k\cos\psi$, можно, следовательно, утверждать, что для этого случая углы скольжения рассеянных волн занимают отрезок вещественной оси $0\leqslant\psi_s\leqslant\pi/2$ для распространяющихся волн излучения и отрезок мнимой оси $\operatorname{Re}\psi_s=0$, $0\leqslant\operatorname{Im}\psi_s\lesssim\ln 1/kl$ — для нераспространяющихся волн, экспоненциально затухающих при удалении от границы раздела. Определим для этого случая угловую ширину индикатрисы рассеяния Δ равенством $\Delta=\ln(1/kl)$. Для падающего поля при $\varkappa_i l\gg 1$ рассеяние происходит в основном в нераспространяющиеся волны, для которых $|\varkappa_i-\varkappa_s|l\lesssim 1$. Угловая ширина индикатрисы рассеяния в этом случае равна: $\Delta=1/\varkappa_i l<1$. В случае крупномасштабных шероховатостей ($kl\gg 1$) для падающего поля с волновым числом $0<\varkappa_i<k$ наибольшая ширина индикатрисы рассеяния равна: $\Delta=1/\sqrt{kl}$ — при скользящем распространении. Рассеяние при этом происходит в основном в нераспространяющиеся волны излучения.

Обозначим далее параметры исходной среды μ, k, а соседней — μ_a, k_a, так что $\overset{\circ}{\eta}=\gamma_a\mu/k\mu_a$; $\overset{\circ}{\eta}_a=\gamma\mu_a/k_a\mu$, где $\overset{\circ}{\eta}$ и η_a — входные импедансы гладкой границы $z=0$ со стороны исходной и соседней сред, $\gamma(\varkappa)=(k^2-\varkappa^2)^{1/2}$, $\gamma_a(\varkappa)=(k_a^2-\varkappa^2)^{1/2}$. Тогда для соответствующих предельных случаев выражение для добавки $\delta\eta$ имеет следующий вид: при $\varkappa l\ll 1$, $|\gamma l|^2\ll 1$, когда неровности в исходной среде мелкомасштабные ($kl\ll 1$),

$$\delta\eta=\begin{cases}-ik\overset{\circ}{\eta}\sigma^2\int W(\varkappa')\varkappa'\,d\varkappa'; & |k\overset{\circ}{\eta}l|\gg 1;\\ -\dfrac{i\sigma^2}{k}\int W(\varkappa')\dfrac{(\varkappa\varkappa')^2}{\varkappa'}d\varkappa', & k\overset{\circ}{\eta}l\to 0.\end{cases} \qquad (6)$$

Если $|\gamma l|^2\gg\varkappa l$, 1 (что предполагает крупномасштабность неровностей), то

$$\delta\eta=\begin{cases}\sigma^2\gamma(\gamma^2-k^2\overset{\circ}{\eta}{}^2)/k, & |\psi_a|\gg\Delta_a;\\ \sigma^2\gamma^3/k, \quad |\psi_a|\ll 1/\sqrt{k_a l}, & |\overset{\circ}{\eta}_a|\gg 1/\sqrt{k_a l};\\ \dfrac{\sigma^2}{k}\left[-k\overset{\circ}{\eta}\gamma(\gamma+k\overset{\circ}{\eta})+\dfrac{\mu}{\mu_a}\int\left(\dfrac{\mu_a}{\mu}\gamma(\varkappa)-\varkappa\varkappa'\right)^2\dfrac{W(\varkappa')}{\sqrt{2\varkappa\varkappa'}}d\varkappa'\right], & \\ |\psi_a|\ll 1/\sqrt{k_a l}, \quad |\overset{\circ}{\eta}_a|\ll 1/\sqrt{k_a l}; & \end{cases} \qquad (7)$$

Если же $\varkappa l \gg 1$, $(\gamma l)^2$, то

$$\delta\eta \begin{cases} -k\mathring{\eta}^2\sigma^2 \int W(\varkappa')\sqrt{2\varkappa\varkappa'}\,d\varkappa', & |\psi_a| \gg \Delta_a, \quad |\mathring{\eta}| \gg 1/\sqrt{kl}; \\ \dfrac{\sigma^2}{k}\int W(\varkappa')\dfrac{(\varkappa\varkappa')^2}{\sqrt{2\varkappa\varkappa'}}d\varkappa', & |\psi_a| \gg \Delta_a, \quad |\mathring{\eta}| \ll 1/\sqrt{kl}; \\ \dfrac{\sigma^2(1-\mu/\mu_a)^2}{k(1+\mu/\mu_a)}\int W(\varkappa')\dfrac{(\varkappa\varkappa')}{\sqrt{2\varkappa\varkappa'}}[(\varkappa\varkappa')^2-2\varkappa\varkappa'\gamma_a^2/(\varkappa)\to & \\ \to\mu/\mu_a]\,d\varkappa', & |\psi_a| \ll 1/\sqrt{k_a l}. \end{cases} \tag{8}$$

В формуле (6) легко узнать добавку к импедансу $\mathring{\eta}$ поверхности с мелкомасштабными неровностями [6]; первая из формул (7) дает добавку для импедансной границы и крутого падения, а первые два выражения (8) — для этой же границы и скользящего распространения. Последнее выражение (8) и два последних в (7) аналогов в теории рассеяния волн на импедансной поверхности не имеют.

Таким образом, как видно из перечисленных выше формул, существует следующая закономерность; если угол скольжения прошедшего в соседнюю среду поля больше угловой ширины индикатрисы рассеяния в этой же среде, то добавка $\delta\eta$ к входному импедансу $\mathring{\eta}$ границы раздела $z=0$ со стороны исходной среды дается теми же выражениями, что и в задаче для импедансной поверхности [6] с невозмущенным импедансом $\mathring{\eta}$, хотя в нашем случае граница раздела $z=0$ отнюдь не предполагалась импедансной в отношении ее физических свойств. Например, величина $\mathring{\eta}$ в общем случае не является малой по сравнению с единицей и зависит от волнового числа $\varkappa$.

Качественно иные выражения для $\delta\eta$ получаются в противоположном случае, когда углы скольжения прошедшего в соседнюю среду среднего поля малы по сравнению с угловой шириной индикатрисы рассеяния в этой среде (заметим для ясности, что величина Δ_a сравнивается с $|\psi_a|$ если этот угол является мнимым). В этом случае на формировании добавки $\delta\eta$ существенным образом сказывается взаимодействие рассеянного в соседнюю среду поля с полем в исходной среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
2. *Алехин Ю. К., Урусовский И. А.* Прохождение звука через неровную границу раздела воздух — вода.— Тр. АКИН, 1969, вып. 5, с. 252—271.
3. *Алехин Ю. К.* Возникновение поверхностной волны вблизи шероховатой границы раздела двух сред.— Докл. АН СССР, 1969, т. 183, № 3, с. 499—501.
4. *Жук Н. П., Третьяков О. А.* Двусторонние граничные условия для среднего скалярного поля в случае шероховатой поверхности.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 1, с. 51—57.
5. *Жук Н. П., Третьяков О. А.* Распространение акустических волн в открытом волноводе на шероховатой подложке.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 2, с. 207—211.
6. *Фукс И. М.* Отражение волн от импедансной шероховатой поверхности.— Изв. вузов. Радиофизика, 1976, т. 19, № 3, с. 401—406.

Харьковский государственный
университет им. А. М. Горького

Поступила в редакцию
17.X.1983