АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 2

УДК 534.232

АКУСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, СОПРОВОЖДАЮЩЕЕ ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ МИКРОТРЕЩИН

Крылов В. В., Пономарев Е. П.

Рассмотрено излучение звука, сопровождающее образование и развитие неглубоких трещин (микротрещин) на поверхности изотропного твердого тела. Рассчитаны диаграммы направленности излучения двумерных и трехмерных микротрещин для различных режимов их распространения.

Как известно, одной из наиболее важных разновидностей акустической эмиссии является излучение звука при возникновении и развитии трещин в твердых телах [1]. В последние годы появилось довольно много работ, посвященных теоретическому исследованию этого вопроса. Однако практически во всех имеющихся работах (см., например, [2—5]) рассматриваются трещины, находящиеся в безграничной среде. Между тем очень часто трещины зарождаются на поверхности тела. Особенно это относится к тем случаям, когда тело соприкасается с агрессивной окружающей средой, существенно снижающей запас прочности. В настоящей работе излучение звука неглубокими трещинами (микротрещинами), образующимися на поверхности изотропного твердого тела, анализируется теоретически. Ограничение на размеры трещин (их глубину) связано с использованием при расчетах метода возмущений. Заметим в связи с этим, что указанное ограничение несущественно, так как реальные трещины, образующиеся на поверхности, обычно имеют глубину, много меньшую характерных длин волн λ спектра излучения, т. е. вполне могут рассматриваться как микротрещины.

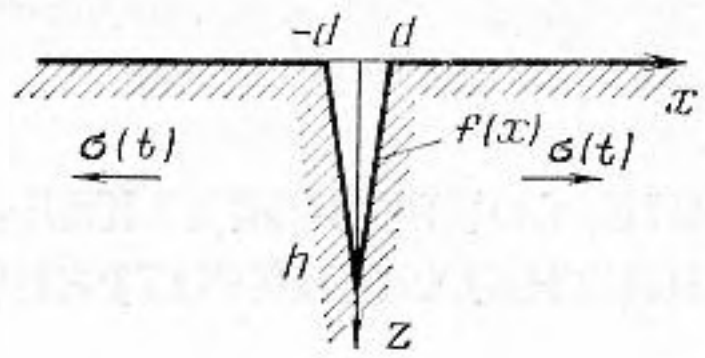
Предположим, что на поверхности твердого тела $z=0$ имеется трещина глубиной h, ориентированная вдоль оси y. Пусть в направлении оси x к телу прикладываются растягивающие напряжения $\sigma_{xx}=\sigma(t)$, которые вызывают либо раскрытие трещины (без увеличения ее длины $2l$ или глубины h), если величина $\sigma(t)$ не превышает некоторых критических значений $\sigma_{кр}$, либо распространение трещины с конечными скоростями v, если $\sigma(t)$ превышает значения $\sigma_{кр}$ [6]. Оба эти случая могут быть рассмотрены в рамках единого подхода, основанного на использовании принципа Гюйгенса для твердых тел [7] [1]. Поле смещений излучаемых акустических волн для трещины постоянной длины — раскрывающейся трещины — при этом можно записать в виде

$$u_m(t,\mathbf{r})=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{S}\{n_j\sigma_{ij}(\omega,\mathbf{r}')G_{im}^{0}(\omega,\mathbf{r},\mathbf{r}')-$$

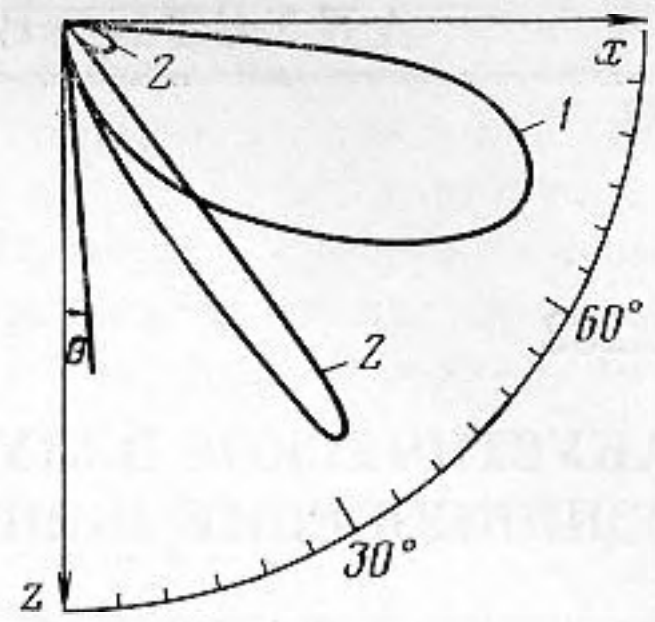
$$-n_jc_{ijkl}u_i(\omega,\mathbf{r}')G_{lm,k}^{0}(\omega,\mathbf{r},\mathbf{r}')\}\exp(-i\omega t)\,d\omega\,dS, \qquad (1)$$

где точка наблюдения r лежит внутри контура S, проходящего вдоль свободной поверхности тела, берегов трещины и бесконечной полуокружности в глубине твердого тела, $G_{im}^{0}(\omega,\mathbf{r},\mathbf{r}')$ — поверхностный тензор Грина, удовлетворяющий условию отсутствия нормальных напряжений на свободной поверхности полупространства $z=0$, $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к контуру S, c_{ijkl} — модули упругости. Благодаря тому, что тензор G_{ij}^{0} удовлетворяет нулевым граничным условиям при $z=0$, интегрирование в формуле

[1] В работе [7] допущена неточность при записи граничного условия (5). Это условие должно иметь вид $G_{xm,z}=0$, $G_{zm}=0$, $|x|<\infty$.



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Геометрия задачи

Фиг. 2. Диаграммы направленности продольных (*1*) и поперечных (*2*) волн, излучаемых поверхностной микротрещиной бесконечной длины; $\nu=0{,}25$

(1) производится только вдоль берегов трещины (интеграл по полуокружности обращается в нуль вследствие условий излучения). Напряжения $\sigma_{ij}(\omega, \mathbf{r}')$ в интеграле (1) являются спектральными плотностями упругих напряжений в эквивалентной задаче для недеформируемого тела, в которой берега трещины не свободны, а подвержены воздействию внешних «расталкивающих» напряжений $\sigma(t)$ [3—5]. При этом $\sigma_{ij}(\omega, \mathbf{r}')=\sigma_{xx}(\omega, \mathbf{r}')=-\sigma(\omega)$. Величины $u_i(\omega, \mathbf{r}')$, значения которых, вообще говоря, неизвестны, описывают закон движения берегов трещины под действием приложенных напряжений.

При произвольных размерах трещин вычисление поля излучения представляет собой весьма сложную задачу. Во-первых, сначала нужно найти смещения берегов трещины $u_i(\omega, \mathbf{r}')$ по заданным $\sigma_{ij}(\omega, \mathbf{r}')$, для чего следует в соотношении (1) устремить точку $\mathbf{r}$ к $\mathbf{r}'$ и затем решить получившееся интегральное уравнение относительно $u_i(\omega, \mathbf{r}')$ [7]. Во-вторых, в общем случае поверхностный тензор Грина имеет чрезвычайно громоздкий вид и даже если $u_i(\omega, \mathbf{r}')$ каким-либо образом определены, расчеты оказываются аналитически невыполнимыми.

Однако для неглубоких трещин (микротрещин) задачу можно значительно упростить, если воспользоваться методом возмущений, заключающимся в «переносе» граничных условий с берегов трещины на невозмущенную поверхность твердого тела; подобная методика широко используется в теории рассеяния волн на неровных поверхностях (см., например, [8—11]). В соответствии с ней напряжения на берегах неглубокой трещины могут быть заменены эквивалентными напряжениями, приложенными к поверхности $z=0$. Если ограничиться членами, не содержащими квадраты и более высокие степени $f(x)$ и $f'(x)=df/dx$, где $f(x)$ — функция, описывающая начальный (до раскрытия) профиль трещины (фиг. 1) и удовлетворяющая условию $|f(x)/\lambda|\ll 1$, то в рассматриваемом случае граничные условия при $z=0$ будут иметь вид

$$\sigma_{zz}=0, \quad \sigma_{yz}=0, \quad \sigma_{xz}=-f'(x)\sigma(\omega)+f(x)\partial\sigma_{xz}/\partial z. \tag{2}$$

Заметим, что переход к граничным условиям (2) означает также, что интегрирование в формуле (1) теперь производится по области проекции трещины на поверхность $z=0$. Поскольку при $z=0$ тензор Грина удовлетворяет условию свободной поверхности, второе слагаемое в интеграле (1) исчезает и тем самым отпадает необходимость в определении перемещений берегов трещины. С учетом малости $f(x)$ значение $(\partial\sigma_{xz}/\partial z)|_{z=0}$ можно найти с помощью метода возмущений, используя в качестве первого приближения условие $\sigma_{xz}(x)|_{z=0}=-f'(x)\sigma(\omega)$ и решая соответствующую граничную задачу. Поскольку характерная ширина начального профиля трещины $2d$ (см. фиг. 1) много меньше длин излучаемых волн, эта задача может быть решена в статическом приближении [12], откуда следует

$$(\partial\sigma_{xz}/\partial z)|_{z=0}=(\sigma(\omega)/\pi)\int_{-d}^{d} f'(x')(x-x')^{-2}\,dx'. \tag{3}$$

Подставляя теперь выражения (2) с учетом (3) в интеграл (1) и разлагая $G_{im}^0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в ряд Тэйлора в окрестности $\mathbf{r}'=0$, получим, переходя к пределу при $d\to 0$, что рассматриваемая поверхностная трещина как излучатель эквивалентна известному в сейсмологии точечному источнику типа двойной силы без момента [13]. Интеграл (1), который удобно переписать полностью в спектральном представлении, при этом в двумерном случае принимает вид

$$u_m(t, \mathbf{r}) = (1/2\pi) \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \tilde{\sigma}(\omega) G_{xm,x}^0(\omega, k, z) \exp(ikx - i\omega t)\, d\omega\, dk, \tag{4}$$

где $\tilde{\sigma}(\omega) = -\int\limits_{-d}^{d} \sigma_{xz}(\omega, x)\, x\, dx \simeq h^2\sigma(\omega)$, а компоненты тензора Грина выражены в пространстве тангенциальных волновых чисел k. При записи выражения для $\tilde{\sigma}(\omega)$ учтено, что вклад члена $\sigma_{xz} = -f'(x)\sigma(\omega)$ стремится к нулю при $d\to 0$. Отметим, что переход к пределу при $d\to 0$ в рассматриваемом случае не вполне строг, так как наклон берегов трещины при этом приближается к вертикальному (величина $f'(x)$ стремится к дельта-функции) и условия на $f(x)$, позволяющие ограничиться первым неисчезающим приближением (2) при переносе граничных условий на невозмущенную поверхность, нарушаются. Более того, можно убедиться, что последующие приближения приводят к расходимости интеграла (1) (например, при интегрировании квадрата дельта-функции). Тем не менее, как показано в работах [9, 10], в которых анализируется рассеяние рэлеевских волн на препятствиях с вертикальными стенками, если условие $|f(x)/\lambda| \ll 1$ остается в силе, то использование формул типа (2) дает правильный результат, хорошо согласующийся с численными расчетами и с экспериментом [11]. Это имеет место несмотря на то, что последующие приближения здесь так же, как и выше, являются расходящимися величинами.

Используемые в интеграле (4) компоненты $G_{xz,x}^0(\omega, k, z)$ и $G^0{}_{,}(\omega, k, z)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} G_{xx,x}^0(\omega, k, z) &= \frac{2ik^3\nu_2}{\mu F(k)} \exp(-\nu_1 z) - \frac{ik\nu_2(\nu_2^2+k^2)}{\mu F(k)} \exp(-\nu_2 z), \\ G_{xz,x}^0(\omega, k, z) &= -\frac{2k_2\nu_1\nu_2}{\mu F(k)} \exp(-\nu_1 z) + \frac{k^2(\nu_2^2+k^2)}{\mu F(k)} \exp(-\nu_2 z), \end{aligned} \tag{5}$$

где $F(k) = (k^2+\nu_2^2)^2 - 4k^2\nu_1\nu_2$ — определитель Рэлея, $k_l = \omega/c_l$ и $k_t = \omega/c_t$ — волновые числа продольной и поперечной волн, μ — постоянная сдвига, $\nu_1^2 = k^2 - k_l^2$, $\nu_2^2 = k^2 - k_t^2$.

Рассчитаем с помощью интеграла (4) поле излучения раскрывающейся микротрещины. Проделаем соответствующие вычисления для случая мгновенного приложения растягивающих напряжений в момент времени $t=0$. При этом $\sigma(t) = \sigma_0\theta(t)$, где $\theta(t)$ — ступенчатая функция Хэвисайда (такая зависимость моделирует мгновенно образовавшуюся трещину). Предположим, для определенности, что трещина раскрывается без увеличения глубины h (если глубина h растет с конечной скоростью от нуля до некоторого значения h_0 при $\sigma(t) = \text{const}$, то под знак интеграла в (4) нужно внести величину $h^2(\omega)$; при этом все результаты, полученные для случая $h = \text{const}$, останутся справедливыми). Подставляя значения для $\sigma(\omega) = i\sigma_0/2\pi\omega$ и $G_{xi,x}^0$ в интеграл (4), вычислим его по k в комплексной плоскости стандартным способом (интегрирование по ω проводить не будем, ограничившись рассмотрением временного спектра излучения) [2]. Перейдя от переменных x, z к полярным координатам R, θ и воспользовавшись методом стационарной фазы, получим следующие выражения для спектральных компонент продольных и поперечных волн $u_R(\omega, R, \theta)$, $u_\theta(\omega, R, \theta)$, справедливые в дальней зоне:

[2] Поскольку на практике обычно используются узкополосные датчики акустической эмиссии, целесообразно рассчитать именно временной спектр сигнала.

$$u_R(\omega, R, \theta) =$$

$$= -\left(\frac{2\pi}{k_l R}\right)^{1/2} \frac{ih^2\sigma_0 k_t^5}{2\pi^2\,\omega\mu F(k_l \sin\theta)} \sin^2\theta\cos\theta\left(\frac{k_t^2}{k_2^2} - \sin^2\theta\right)^{1/2} \exp(ik_l R + i\pi/4), \tag{6}$$

$$u_\theta(\omega, R, \theta) = \left(\frac{2\pi}{k_t R}\right)^{1/2} \frac{ih^2\sigma_0 k_t^5}{16\pi^2\,\omega\mu F(k_t \sin\theta)} \sin 4\theta \exp(ik_t R + i\pi/4).$$

Вычеты в полюсах функций $G^0_{xi,x}$ (5) дадут спектральные компоненты смещений рэлеевских волн, которые при $z=0$ имеют вид

$$u_x^{(R)}(\omega, x, z) = \frac{ih^2\sigma_0}{2\pi\,\omega\mu F'(k_R)} k_R \nu_2^3 \exp(\pm ik_R x),$$

$$u_z^{(R)}(\omega, x, z) = \frac{-h^2\sigma_0}{2\pi\,\omega\mu F'(k_R)} k_R^2 (2\nu_1\nu_2 - \nu_2^2 - k_R^2) \exp(\pm ik_R x), \tag{7}$$

где $k_R = \omega/c_R$ — волновое число рэлеевской волны. Напомним, что зависимость от ω входит в формулы (6), (7) через величины k_l, k_t, k_R.

Нормированные по отношению к соответствующим максимумам диаграммы направленности для спектральных компонент $u_R(\omega, \theta)$ и $u_\theta(\omega, \theta)$ приведены на фиг. 2 для коэффициента Пуассона $\nu=0{,}25$. Видно, что как продольная, так и поперечная волны не излучаются в направлениях нормали и касательной к поверхности. Вследствие симметрии полей относительно оси z на фиг. 2 приведены значения диаграмм в интервале углов от 0 до $\pi/2$.

Рассмотрим теперь трехмерную задачу. Предположим, что на поверхности упругого полупространства вдоль оси y располагается микротрещина конечной длины $2l$. Условия на глубину трещины и приложенные напряжения остаются прежними. При этом применительно к рассматриваемой задаче поле смещений акустических волн, излучаемых трещиной, при $h=\text{const}$ может быть представлено в виде

$$u_i(t, \mathbf{r}) = (h^2/4\pi^2) \iiint\limits_{-\infty}^{\infty} \sigma(\omega, \mathbf{k}) G^0_{xi,x}(\omega, \mathbf{k}, z) \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho})\, d\omega\, d\mathbf{k}, \tag{8}$$

где $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$ — поверхностный волновой вектор, $\boldsymbol{\rho} = \{x, y\}$ — поверхностный радиус-вектор, $G_{ij}^0(\omega, \mathbf{k}, z)$ — трехмерный поверхностный тензор Грина, удовлетворяющий условию отсутствия напряжений при $z=0$, $\sigma(\omega, \mathbf{k})$ — спектральная компонента растягивающих напряжений в области расположения трещины. Для нахождения функции G_{xi}^0 воспользуемся потенциалами Ламе φ и $\boldsymbol{\psi}$, связанными со смещениями $\mathbf{u}$ соотношением $\mathbf{u} = \operatorname{grad}\varphi + \operatorname{rot}\boldsymbol{\psi}$. Способом, аналогичным используемому при нахождении двумерной функции Грина [12, 14], нетрудно получить следующие выражения для спектральных компонент $G^0_{xi,x}(\omega, \mathbf{k}, z)$ в рассматриваемой трехмерной задаче:

$$G^0_{xx,x}(\omega, \mathbf{k}, z) = \frac{2i\nu_2 k_x^3}{\mu F(k)} \exp(-\nu_1 z) -$$

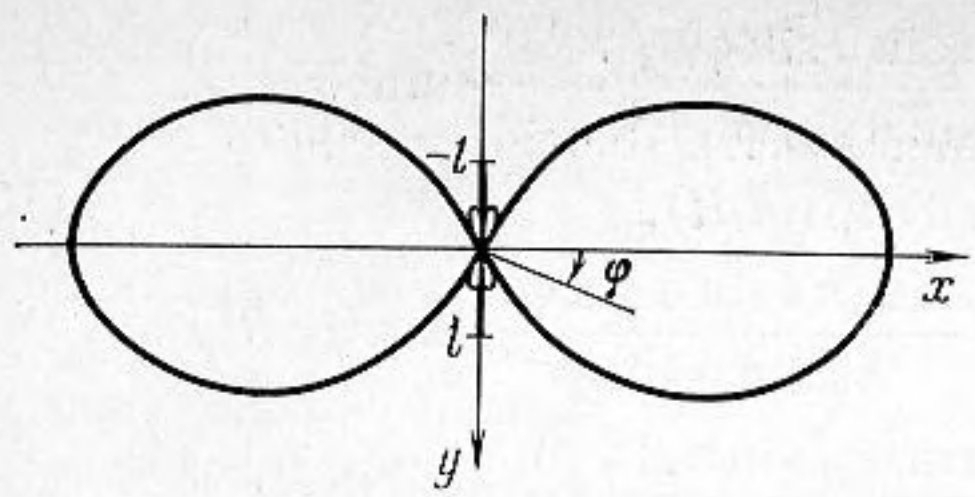
$$- \frac{ik_x}{\mu F(k) k_t^2 \nu_2} (k_y^2 F(k) - \nu_2^2 (F(k) - 2bk_x^2)) \exp(-\nu_2 z),$$

$$G^0_{xy,x}(\omega, \mathbf{k}, z) = \frac{2ik_x^2 k_y \nu_2}{\mu F(k)} \exp(-\nu_1 z) + \frac{ik_x^2 k_y}{\mu F(k) k_t^2 \nu_2} (F(k) - 2\nu_2^2 b) \exp(-\nu_2 z), \tag{9}$$

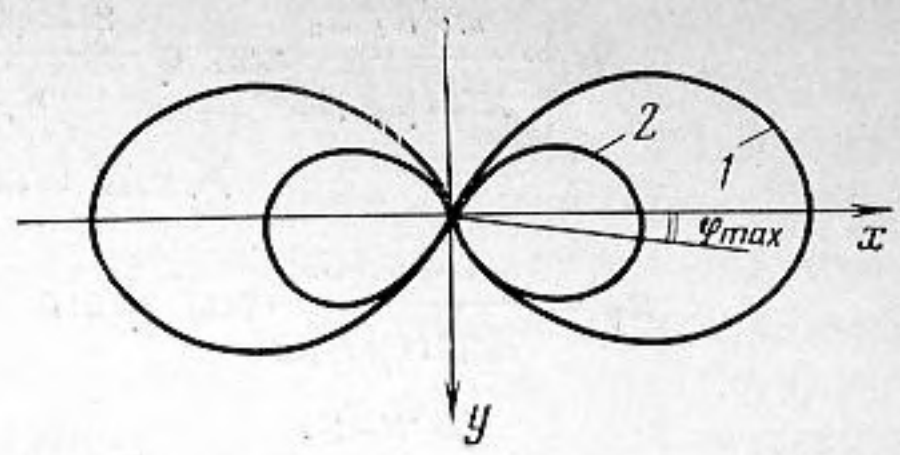
$$G_{xz,x}(\omega, \mathbf{k}, z) = -\frac{2k_x^2 \nu_1 \nu_2}{\mu F(k)} \exp(-\nu_1 z) - \frac{k_x^2}{\mu F(k) k_t^2} (F(k) - 2k^2 b) \exp(-\nu_2 z).$$

Здесь $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, $b = k^2 + \nu_2^2 - 2\nu_1\nu_2$.

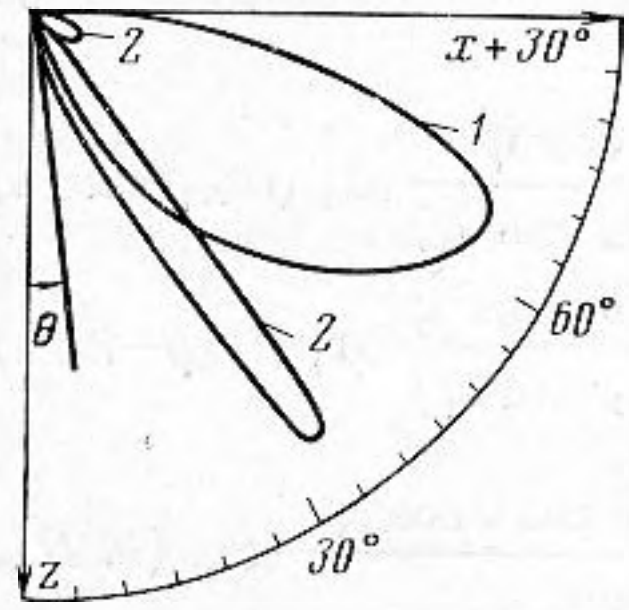
Интегрирование по $\mathbf{k}$ в выражении (8) может быть проведено в полярной системе координат k, χ в комплексных плоскостях k и χ. При этом вычет в точке $k=k_R$, где k_R — волновое число рэлеевской волны, и вклад



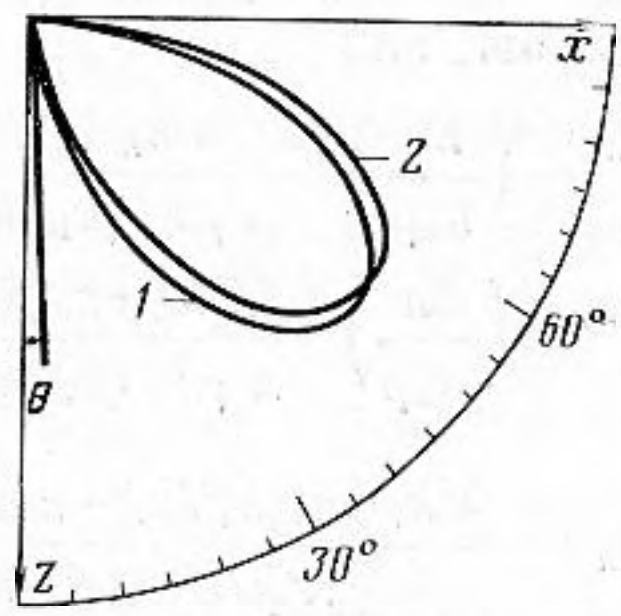
Фиг. 3. Диаграмма направленности излучения поверхностных волн раскрывающейся микротрещиной конечной длины: $\nu=0{,}25$, $k_t l=3$



Фиг. 4. Диаграммы направленности излучения поверхностных волн симметрично распространяющейся трещиной (*1*) и несимметрично распространяющейся трещиной (*2*): $\nu=0{,}25$, $v=0{,}2$



Фиг. 5. Диаграммы направленности продольных (*1*) и поперечных (*2*) волн, излучаемых раскрывающейся микротрещиной; $\nu=0{,}25$, $k_t l=3$, $\varphi=30°$



Фиг. 6. Диаграммы направленности излучения продольных акустических волн симметрично распространяющейся трещиной (*1*) и несимметрично распространяющейся трещиной (*2*): $\nu=0{,}25$, $v=0{,}2v_R$, $\varphi=0°$

седловых точек в (9) при интегрировании по углу χ дают дальнее поле излучаемых трещиной рэлеевских волн. Совместные вклады седловых точек в плоскостях k и χ дадут дальнее поле объемных продольных и поперечных волн. Расчеты проделаем для трех возможных режимов развития трещины: раскрытие трещины без изменения ее длины $2l$; симметричное (двустороннее) распространение краев трещины вдоль оси y со скоростями v; одностороннее (несимметричное) распространение одного из краев трещины со скоростью v. Заметим, что при рассматриваемых в данной работе типах нагружения $\sigma(t)$ скорость распространения трещины v не может превышать скорости рэлеевских волн [6]. Приведем результаты расчета для всех трех случаев.

При раскрытии трещины без изменения ее длины спектральная плотность $\sigma(\omega, k)$ имеет вид $\sigma(\omega, k)=\sigma(\omega, k_y)=(il\sigma_0/\pi\omega)\sin(k_y l)/k_y l$, а спектральные компоненты рэлеевской волны $u^{(R)}(\omega, \rho, \varphi)$ и $u^{(R)}_z(\omega, \rho, \varphi)$ при $z=0$, а также поперечной $u_{\theta,\varphi}(\omega, R, \theta, \varphi)$ и продольной $u_R(\omega, R, \theta, \varphi)$ объемных волн соответственно равны:

$$u_\rho^{(R)}=\left(\frac{2\pi}{k_R\rho}\right)^{1/2}\frac{ih^2k_R^4\nu_2(k_t^2-b_R)l\sigma_0}{\pi^2\mu F'(k_R)k_t^2\omega}\cos^2\varphi\,\frac{\sin(k_R l\sin\varphi)}{k_R l\sin\varphi}\exp(ik_R\rho-i\pi/4),$$

$$u_z^{(R)}=\left(\frac{2\pi}{k_2\rho}\right)^{1/2}\frac{h^2k_R^3 l\sigma_0}{\pi^2\mu F'(k_R)k_t^2\omega}(k_t^2\nu_1\nu_2-$$

$$-k_R^2b_R)\cos^2\varphi\,\frac{\sin(k_R l\sin\varphi)}{k_R l\sin\varphi}\exp(ik_R\rho-i\pi/4),$$

$$u_R=-\frac{ih^2k_l^5\sigma_0}{\pi^2R\mu F_l\omega}\cos^2\varphi\,\frac{\sin(k_ll\sin\theta\sin\varphi)}{k_ll\sin\theta\sin\varphi}\left(\frac{k_t^2}{k_l^2}-\sin^2\theta\right)^{1/2}\times$$
$$\times\sin^2\theta\cos\theta\exp(ik_lR),\qquad(10)$$
$$u_\theta=\frac{ih^2k_ll\sigma_0}{8\pi^2R\mu F_t\omega}\cos^2\varphi\sin4\theta\,\frac{\sin(k_ll\sin\theta\sin\varphi)}{k_ll\sin\theta\sin\varphi}\exp(ik_tR),$$
$$u_\varphi=\frac{ih^2k_ll\sigma_0}{4\pi^2R\mu\omega}\sin\theta\sin2\varphi\,\frac{\sin(k_ll\sin\theta\sin\varphi)}{k_ll\sin\theta\sin\varphi}\exp(ik_tR).$$

Здесь φ — азимутальный угол, отсчитываемый от оси x, $R^2=\rho^2+z^2$, $\theta=\operatorname{arctg}(\rho/z)$, $F_l=F(k_l\sin\theta)$, $F_t=F(k_t\sin\theta)$, $b_R=b(k_R)$.

При двустороннем (симметричном) распространении краев трещины со скоростью $v<v_R$, где v_R — скорость рэлеевской волны, спектральная компонента $\sigma(\omega,k)$ следующим образом зависит от ω, k: $\sigma(\omega,k)=-\sigma_0v/\pi(\omega^2-k_y^2v^2)$ и выражения для полей поверхностных и объемных волн принимают вид

$$u_\rho^{(R)}=\left(\frac{2\pi}{k_R\rho}\right)^{1/2}\frac{h^2k_R^4\nu_2(k_t^2-b_R)v\sigma_0\cos^2\varphi}{\pi^2\mu F'(k_R)k_t^2(\omega^2-v^2k_R^2\sin^2\varphi)}\exp(ik_R\rho-i\pi/4),$$
$$u_z^{(R)}=\left(\frac{2\pi}{k_R\rho}\right)^{1/2}\frac{ih^2k_R^3v\sigma_0(k_t^2\nu_1\nu_2-k_R^2b_R)\cos^2\varphi}{\pi^2\mu F'(k_R)k_t^2(\omega^2-v^2k_R^2\sin^2\varphi)}\exp(ik_R\rho-i\pi/4),$$
$$u_R=\frac{h^2k_l^5v\sigma_0(k_t^2/k_l^2-\sin^2\theta)^{1/2}\sin^2\theta\cos\theta\cos^2\varphi}{\pi^2\mu RF_l(\omega^2-k_l^2v^2\sin^2\theta\sin^2\varphi)}\exp(ik_lR),\qquad(11)$$
$$u_\theta=-\frac{h^2k_lv\sigma_0\sin4\theta\cos^2\varphi}{8\pi^2\mu RF_l(\omega^2-k_l^2v^2\sin^2\theta\sin^2\varphi)}\exp(ik_lR),$$
$$u_\varphi=-\frac{h^2k_lv\sigma_0\sin\theta\sin2\varphi}{4\pi^2R\mu(\omega^2-k_t^2v^2\sin^2\theta\sin^2\varphi)}\exp(ik_lR).$$

При одностороннем (несимметричном) распространении одного из краев трещины в направлении $y>0$ со скоростью v спектральная компонента $\sigma(\omega,k)$ записывается в виде $\sigma(\omega,k)=\sigma_0v/2\pi\omega(\omega-k_yv)$. Зависимость амплитуд поверхностных и объемных волн в этом случае не отличается от предыдущего, однако угловое распределение поля другое — максимумы диаграмм направленности смещаются вдоль направления распространения трещины:

$$u_\rho^{(R)}=\left(\frac{2\pi}{k_R\rho}\right)^{1/2}\frac{h^2k_R^4\nu_2(k_t^2-b_R)v\sigma_0\cos^2\varphi}{2\pi^2\mu F'(k_R)k_t^2\omega(\omega-k_Rv\sin\varphi)}\exp(ik_R\rho-i\pi/4),$$
$$u_z^{(R)}=\left(\frac{2\pi}{k_R\rho}\right)^{1/2}\frac{ih^2k_R^3v\sigma_0(k_t^2\nu_1\nu_2-k_R^2b_R)\cos^2\varphi}{2\pi^2\mu F'(k_R)k_t^2\omega(\omega-k_Rv\sin\varphi)}\exp(ik_R\rho-i\pi/4),$$
$$u_R=\frac{h^2k_l^5v\sigma_0(k_t^2/k_l^2-\sin^2\theta)^{1/2}\sin^2\theta\cos\theta\cos^2\varphi}{2\pi^2\mu F_lR\omega(\omega-k_lv\sin\theta\sin\varphi)}\exp(ik_lR),\qquad(12)$$
$$u_\theta=-\frac{h^2k_lv\sigma_0\sin4\theta\cos^2\varphi}{16\pi^2\mu F_lR\omega(\omega-k_lv\sin\theta\sin\varphi)}\exp(ik_lR),$$
$$u_\varphi=-\frac{h^2k_lv\sigma_0\sin\theta\sin2\varphi}{8\pi^2\mu R\omega(\omega-k_lv\sin\theta\sin\varphi)}\exp(ik_lR).$$

Характерные диаграммы направленности спектральных компонент излучения рэлеевских волн для рассмотренных случаев приведены на фиг. 3 и 4. Главные максимумы диаграмм направленности в случае нераспространяющейся трещины и симметрично растущей трещины лежат в направлении нормали к последней (диаграмма направленности для трещины постоянной длины при используемом в расчетах соотношении параметров $k_tl=3$ или $k_Rl\approx3{,}3$ имеет еще два слабых боковых лепестка). Главные максимумы диаграммы направленности для несимметрично распростра-

няющейся трещины (для наглядности кривые на фиг. 4 не нормированы) лежат в направлении углов $\varphi_{max} \approx \arcsin(v/2v_R)$. На фиг. 5 и 6 приведены диаграммы направленности излучения объемных продольных и поперечных волн для случаев нераспространяющихся и распространяющихся трещин. Не вдаваясь в детальное обсуждение полученных результатов (см. формулы (10)–(12)), обратим внимание на то, что во всех рассмотренных случаях как продольные, так и поперечные объемные волны не излучаются в направлении нормали к поверхности. Этот факт следует учитывать при определении положения датчиков акустической эмиссии, так как часто можно предвидеть вероятные места появления поверхностных трещин (участки с повышенной концентрацией напряжений, контакт с агрессивной средой и т. д.). Очевидно, датчики не следует располагать непосредственно под трещинами. Те же соображения относятся и к поверхностным волнам, которые не излучаются в направлениях, лежащих в плоскости трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Грешников В. А., Дробот Ю. Б.* Акустическая эмиссия. М.: Изд-во стандартов, 1976.
2. *Фройнд.* О фронте начальной волны, порожденной внезапным распространением трещины в упругом теле.– Прикладная механика, 1972, т. 39, № 2, с. 284–285.
3. *Маслов Л. А.* Модель трещины как излучателя упругих колебаний.– ПМТФ, 1976, № 2, с. 160–166.
4. *Achenbach J. D., Harris J. G.* Acoustic emission from a brief crack propagation event.– J. Appl. Mech., 1979, v. 46, № 1, p. 107–112.
5. *Rose L. R. F.* The stress-wave radiation from growing cracks.– Int. J. Fracture, 1981, v. 17, № 1, p. 45–60.
6. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
7. *Крылов В. В.* Об излучении звука развивающимися трещинами.– Акуст. журн., 1983, т. 29, № 6, с. 790–798.
8. *Бреховских Л. М.* О распространении поверхностных акустических волн Рэлея вдоль неровной границы упругого тела.– Акуст. журн., 1959, т. 5, № 3, с. 282–289.
9. *Tuan H. S., Li R. C. M.* Rayleigh-wave reflection from groove and step discintinuities.– J. Acoust. Soc. Amer., 1974, v. 55, № 6, p. 1212–1217.
10. *Simons D. A.* Reflection of Rayleigh waves by strips, grooves, and periodic arrays of strips and grooves.– J. Acoust. Soc. Amer., 1978, v. 63, № 5, p. 1292–1301.
11. *Уильямсон.* Свойства и применения приборов с отражательными решетками.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 5, с. 159–170.
12. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975.
13. *Ляв А.* Математическая теория упругости. М.– Л.: ОНТИ, 1935.
14. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наук. думка, 1981.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова, физический факультет

Поступила в редакцию
30.VIII.1983