

УДК 534.222:536.421

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ С ПАРОГАЗОВЫМИ ПУЗЫРЬКАМИ

Левцкий С. П., Шульман З. П.

Рассматривается распространение акустических возмущений в релаксирующей полимерной жидкости с парогазовыми пузырьками. В рамках метода многократного рассеяния получено и исследовано дисперсионное уравнение для двухфазной наследственной среды.

Акустические свойства полимерных жидкостей с пузырьками представляют значительный интерес для ряда приложений; отметим здесь ультразвуковую диагностику пузырьков в полимерах [1]. В статье на основе метода многократного рассеяния исследовано распространение звука в релаксирующей жидкости с парогазовыми включениями. Используемый подход позволяет в широком температурном диапазоне последовательно учесть все основные факторы, определяющие процесс, — сжимаемость и теплопроводность жидкости при взаимодействии включений с несущей фазой и между собой, полидисперсность смеси, наличие пара в пузырьках, распределение времен релаксации жидкости. Распространение звука в жидкости с одним временем релаксации, содержащей монодисперсную смесь изотермических пузырьков газа, в рамках квазигомогенной модели рассмотрено в [2, 3].

Запишем в безразмерной форме соотношения, определяющие распространение монохроматической волны слабых неизотермических возмущений в релаксирующей полимерной среде с реологическими уравнениями [4] наследственного типа. В качестве характерных параметров выберем равновесные радиус одного из пузырьков  $R_0$  (смесь считаем полидисперсной), плотность жидкости  $\rho_{20}$ , давление  $p_{20}$  и температуру  $T_0$ . Индекс 2 в дальнейшем относится к жидкой фазе, 1 — к парогазовой. Заменяя оператор дифференцирования по времени  $\partial/\partial\tau$  умножением на  $i\omega$  ( $\omega$  — безразмерная частота волны), получим уравнения переноса импульса, массы, энергии и реологические уравнения для жидкой фазы в виде

$$i\omega \mathbf{v}_2^* = -\nabla p_2^* + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^*, \quad i\omega \rho_2^* = -\nabla \cdot \mathbf{v}_2^*, \quad (1)$$

$$i\omega G_4 \theta_2^* = \Gamma_2 \text{Re}_2^{-1} \nabla^2 \theta_2^* + i\omega \Gamma_2 G_3 c_{2p}^{-1} \rho_2^*, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\tau}^* = 2(i\omega)^{-1} G_5 \mathbf{s}^*, \quad G_5 = G_1 + i\omega \eta_s^*, \quad (3)$$

$$p_2^* = (G_2 + i\omega \eta_v^*) \rho_2^* + G_3 \theta_2^*, \quad \Gamma_2 = c_{2p}/c_{2v}, \quad (4)$$

$$\mathbf{s}^* = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v}_2^* + (\nabla \mathbf{v}_2^*)^T) - \frac{1}{3} \nabla \cdot \mathbf{v}_2^* I,$$

$$G_\alpha = G_{\alpha 0} \pm \int_0^\infty \frac{\omega \lambda F_\alpha(\lambda) (i + \omega \lambda)}{1 + (\omega \lambda)^2} d\lambda, \quad \alpha = 1, 2, 3, 4, \quad (5)$$

$$G_{10} = 0, \quad G_{20} = K'/p_{20}, \quad G_{30} = \alpha' T_0 G_{20}, \quad G_{40} = 1, \quad c_{2p}^* = c_{2p} \rho_{20} T_0 p_{20}^{-1},$$

$$\text{Re}_2 = R_0 (p_{20}/\rho_{20})^{1/2} a_2^{-1}, \quad a_2 = k_2 (\rho_{20} c_{2p})^{-1}, \quad \eta_{v,s}^* = \eta_{v,s}/\eta_0, \quad \eta_0 = R_0 (\rho_{20} p_{20})^{1/2},$$

$$F_\alpha(\lambda) = \sum_{h=1}^{n_\alpha} G_{\alpha h} \delta(\lambda - \lambda_{\alpha h}), \quad \lambda_{\alpha h} = \lambda_{\alpha 1}/k^{2\alpha}.$$

Здесь  $v_2^*$ ,  $p_2^*$ ,  $\rho_2^*$ ,  $\theta_2^*$ ,  $\tau^*$  — комплексные амплитуды безразмерных возмущений скорости, давления, плотности, температуры и девиатора тензора напряжений соответственно;  $c_{2p}$ ,  $c_{2v}$  — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме;  $K'$  — равновесный изотермический объемный модуль;  $k_2$ ,  $\alpha'$  — коэффициенты теплопроводности и теплового расширения;  $\eta_s$ ,  $\eta_v$  — сдвиговая и объемная вязкости растворителя;  $G_{\alpha k}$  — безразмерные парциальные модули упругости, соответствующие в случае дискретного спектра временам релаксации  $\lambda_{\alpha k}$ ;  $\delta(\lambda - \lambda_{\alpha k})$  — дельта-функция,  $Re_2$  — число Пекле. Значениям  $\alpha=1, 2, 3$  в формуле (5) соответствует знак плюс,  $\alpha=4$  — знак минус. В случае полимерного расплава следует принять  $\eta_s = \eta_v = 0$ .

Пусть  $\psi_0$ ,  $\theta_0$  — потенциал скорости и амплитуда возмущения температуры в падающей волне. Тогда из (1) — (5) следует

$$\nabla^2 \Psi_0 + M_0 \cdot \Psi_0 = 0, \quad \Psi_0 = \{\psi_0, \theta_0\}, \quad (6)$$

$$M_0 = \|m_{ik}^0\|, \quad m_{11}^0 = \omega^2 / G_6, \quad m_{12}^0 = -i\omega G_3 G_6^{-1}, \quad m_{21}^0 = \omega^2 G_3 Re_2 (c_{2p}^* G_6)^{-1},$$

$$G_6 = \frac{4}{3} G_5 + G_2 + i\omega \eta_v^*, \quad m_{22}^0 = -i\omega Re_2 G_4 \Gamma_2^{-1} - i\omega^{-1} G_3 m_{21}^0.$$

Собственные числа матрицы  $M_0$  представляют собой квадраты волновых чисел для акустической и тепловой мод в чистой полимерной жидкости ( $m_1^2$ ,  $m_2^2$ ). Выразим потенциал  $\Psi_k^{(s)}$  волны, рассеянной пузырьком с равновесным радиусом  $R_{k0}$ , расположенным в точке  $\mathbf{r}_k$ , через значение потенциала  $\Psi_{k0} = \{\psi_{k0}, \theta_{k0}\}$  падающей волны в данной точке. Используя обычное длинноволновое приближение, получим

$$\zeta_k \Psi_k^{(s)} = (\Phi^{(k)} \cdot \Psi_{k0}) \cdot \mathbf{B}_k, \quad \zeta_k = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|, \quad (7)$$

$$\mathbf{B}_k = \{e^{-im_1 \zeta_k}, e^{-im_2 \zeta_k}\}, \quad \Phi_{1jn}^{(k)} = k_{jn}, \quad \Phi_{2jn}^{(k)} = v_3 v_j k_{jn}, \quad v_j = m_j^2 - m_{11}^0,$$

$$v_3 = 1/m_{12}^0, \quad k_{j1} = a_{j1}^{(k)} P_1, \quad k_{j2} = a_{j1}^{(k)} P_2 + a_{j2}^{(k)}, \quad j, n = 1, 2,$$

$$P_1 = i\omega \left( \frac{4}{3} G_5 - G_6 \right) G_6^{-1}, \quad P_2 = \frac{4}{3} i G_5 (\omega v_3)^{-1}.$$

Здесь  $\Phi^{(k)}$  представляет собой матричный коэффициент рассеяния связанных звуковых и тепловых возмущений одиночным пузырьком в релаксирующей жидкости. Постоянные  $a_{jn}^{(k)}$  определяются при сопряжении решений внешней и внутренней задач для пульсирующего включения, радиус которого ищется в виде  $R_k^* = s_k^* Re \{1 + \delta_k \exp(i\omega\tau)\}$ ,  $s_k = R_{k0}/R_0$ , и полностью приведены в [5]. Вывод выражения для  $\delta_k$  и граничные условия на поверхности пузырька даны в [6]. В решение для  $\delta_k$ , полученное аналогично [7] в приближении гомобаричности для парогазовой фазы, входят наряду с реофизическими константами жидкости такие теплофизические параметры смеси, как теплоемкость при постоянном давлении, показатель адиабаты и теплопроводность газа ( $c_{pg}$ ,  $\Gamma_{1g}$ ,  $k_{1g}$ ) и пара ( $c_{pv}$ ,  $\Gamma_{1v}$ ,  $k_{1v}$ ), концентрация пара  $k_0$ , коэффициент бинарной диффузии  $D$ , давление насыщенного пара  $p_{v0}$ , коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  и удельная теплота испарения  $l$  (в фазовых переходах участвует только низкомолекулярный растворитель).

Обозначим через  $n(\mathbf{r}, s) ds$  среднее значение числа пузырьков в единице объема с центром в точке  $\mathbf{r}$ , безразмерные радиусы которых заключены в интервале  $(s, s+ds)$ . Пусть  $\Psi(\mathbf{r})$  — потенциал результирующего поля, обусловленного наложением основного и рассеянных полей с учетом многократного рассеяния в объеме, занимаемом смесью. Тогда, формулируя систему уравнений самосогласованного поля и проводя конфигурационное осреднение [8], выведем для потенциала среднего поля в среде с пузырьками уравнение

$$\nabla^2 \langle \Psi(\mathbf{r}) \rangle + M \cdot \langle \Psi(\mathbf{r}) \rangle = 0, \quad (8)$$

$$M = M_0 + 4\pi I \cdot G^T(\mathbf{r}), \quad G_{ijn}^T = G_{jin}, \quad G_{ijn} = g_{jn}, \quad G_{2jn} = v_3 v_j g_{jn},$$

$$g_{jn} = \int n(\mathbf{r}, s_k) k_{jn}(s_k) ds_k.$$

Матрица  $M$  характеризует дисперсионные и диссипативные свойства рассматриваемой двухфазной среды. Волновые числа  $n_1, n_2$  для звуковой и тепловой мод в жидкости с пузырьками удовлетворяют уравнению  $\det(M - n^2 I) = 0$ .

Полученное дисперсионное уравнение можно упростить, если пренебречь связью между тепловыми и звуковыми возмущениями в жидкости ( $G_3 = 0$ ), а также релаксационной частью модуля  $G_4$  [6]. Тогда из (6) получим  $m_1^2 = \omega^2 / G_6$ ,  $m_2^2 = -i\omega \operatorname{Re}_2 \Gamma_2^{-1}$ , где следует заменить  $K'$  на  $K'' = \Gamma_2 K'$ . В рассматриваемом приближении матрица  $M$  в отличие от  $M_0$  сохраняет недиагональный вид, что физически связано с изменением объема пузырьков в поле тепловой волны и излучением ими тепловых волн при пульсациях в звуковом поле. Однако взаимодействие тепловых волн с включениями следует учитывать лишь для достаточно низких частот  $\omega < \omega_T$ , где в случае монодисперсной смеси пузырьков с объемной концентрацией  $\alpha_0$  частота  $\omega_T = 8\pi^2 \operatorname{Re}_2^{-1} \Gamma_2 (3\alpha_0/4\pi)^{2/3}$ . Отделяя звуковую моду с волновым числом  $n_1$  для  $\omega \gg \omega_T$ , получаем

$$n_1^2 = \omega^2 G_6^{-1} \left\{ 1 + 3\alpha_0 (1 - \alpha_0) \left( \frac{4}{3} G_5 - G_6 \right) \delta_1 \right\}. \quad (9)$$

Здесь  $\delta_1$  — амплитуда колебаний пузырька, отнесенная к безразмерной амплитуде звукового давления. Для газового включения, используя приближение тонкого термодиффузионного пограничного слоя в жидкости [8], можно привести выражение, определяющее  $\delta_1$ , к виду

$$\delta_1 = \left( 2\sigma^* + \omega^2 (1 - im_1) - 4G_5 - \frac{3p_{10} \beta_1^2 \Gamma_1}{\beta_1^2 - 3\beta_2 (1 - \Gamma_1)} \right)^{-1}, \quad (10)$$

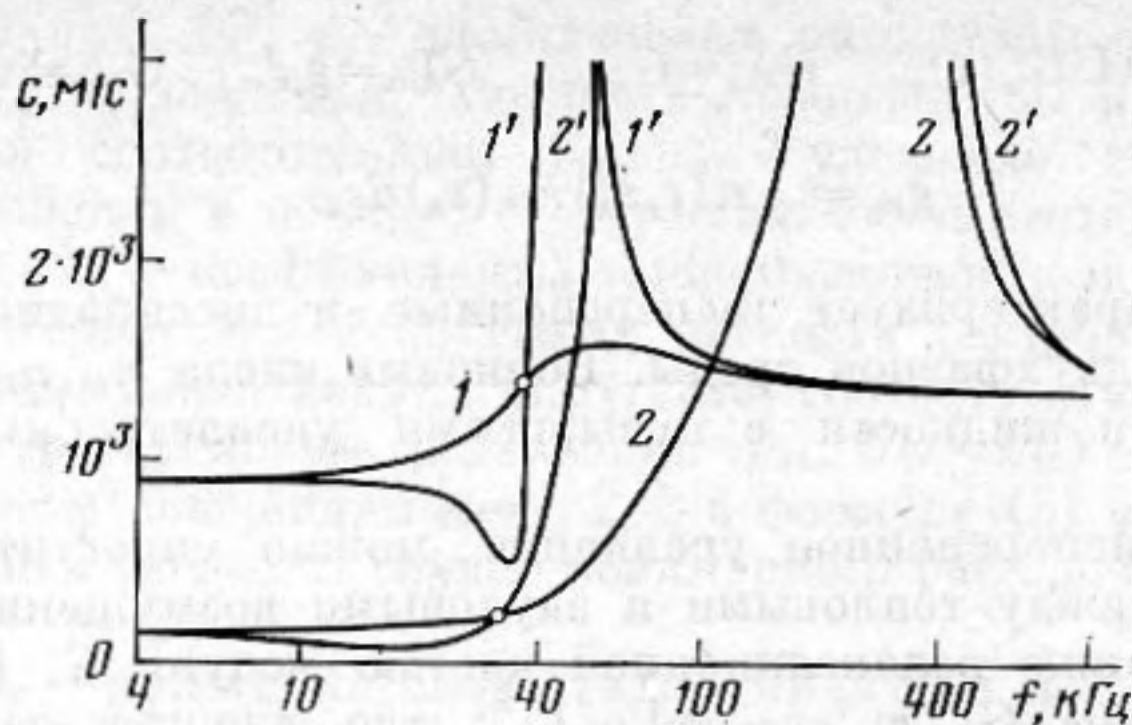
$$\beta_1^2 = i\omega \operatorname{Re}_1, \quad \beta_2 = \beta_1 \operatorname{cth} \beta_1 - 1, \quad p_{10}^* = 1 + 2\sigma^*, \quad \Gamma_1 = c_{1p}/c_{1v}.$$

Если в (9), (10) сохранить лишь члены, характеризующие акустическую диссипацию, получим классическое дисперсионное уравнение [8] для жидкости с пузырьками.

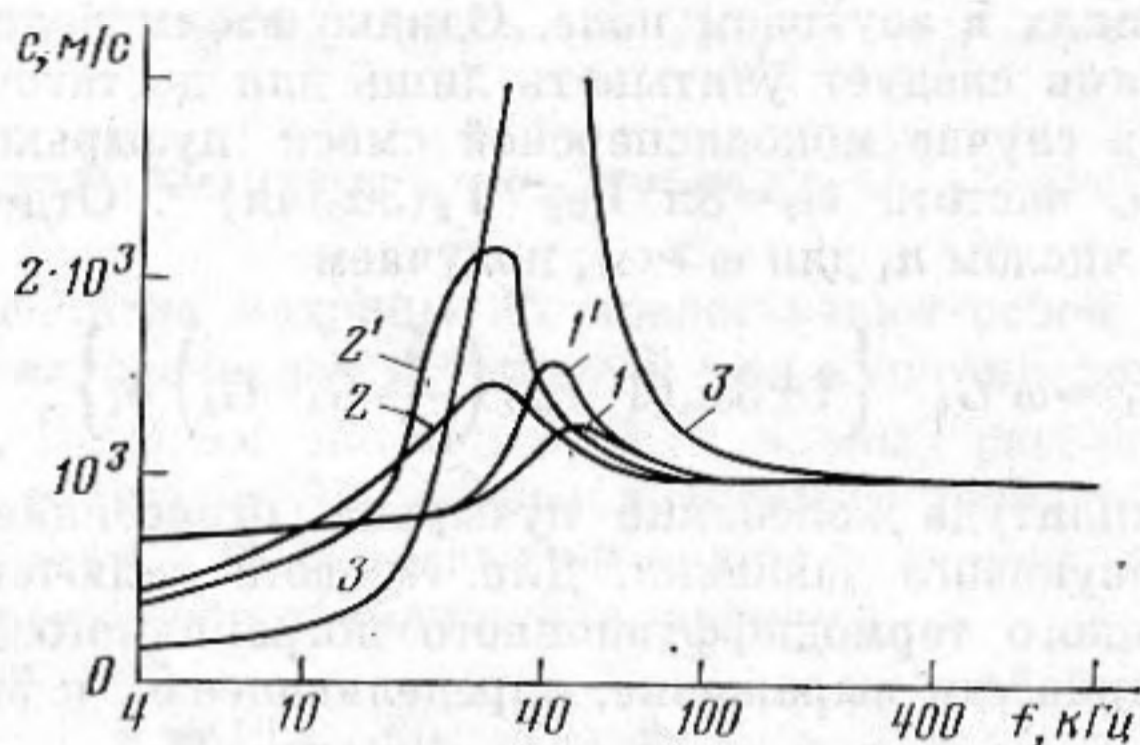
Как следует из (9), «замороженная» скорость звука в системе совпадает со скоростью распространения акустических волн в чистой релаксирующей жидкости, а величина равновесной скорости не зависит от реологических параметров среды. Численные расчеты дисперсии и поглощения звука проводились по уравнению (9) для  $\omega > \omega_T$  и по уравнению (8) для  $\omega < \omega_T$  с использованием методики, аналогичной [6]. Значения параметров, принятые при расчетах, даны в таблице для  $T_0 = 293 \text{ K}$  ( $\lambda_{i1} = \lambda_{i1} R_0 (\rho_{20}/\rho_{20})^{1/2}$ ,  $\eta_p, \eta_b$  — ньютоновские коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости раствора) и соответствуют по порядку величин паровоздушным пузырькам в 2,5%-ном растворе полистирола с молекулярным весом  $\sim 2 \cdot 10^6$  в толуоле [6]. Отметим, что тестовые расчеты для парогазовых пузырьков в воде, проведенные по уравнению (9), совпали с результатами [9].

Полученные при расчетах данные для релаксирующей жидкости с пузырьками приведены на фиг. 1, 2 (кривые 1', 2', 3) для температур  $T_0 = 293 \text{ K}$  и  $T_0 = T_{\text{кип}}$  соответственно. Кривые 1, 2 соответствуют случаю ньютоновской жидкой среды с вязкостью полимерного раствора ( $\eta_s = \eta_p, \eta_b = \eta_b$ ) и даны для сравнения. Размерная скорость звука  $C = (\omega / \operatorname{Re} \{n_1\}) (\rho_{20}/\rho_{20})^{1/2}$ ; частота волны  $f = \omega / (2\pi t_0)$ ,  $t_0 = R_0 (\rho_{20}/\rho_{20})^{1/2}$ .

Из графиков на фиг. 1 следует, что учет вязкоупругих свойств жидкой фазы может качественно изменить характер дисперсии звука в среде с газовыми пузырьками, в частности ее знак на левой ветви дисперсионной кривой. Одновременно значительно возрастает скорость звука в высокочастотной области и, как показывают расчеты, увеличивается поглощение вблизи резонансных частот пузырьков  $f_r$ . Этот результат фи-



Фиг. 1. Скорость звука в полимерной жидкости с газовыми пузырьками.  $R_0=10^{-4}$  м, 1, 1' —  $\alpha_0=10^{-4}$ ; 2, 2' —  $\alpha_0=10^{-2}$



Фиг. 2. Дисперсия звука в полимерном растворе с паровыми пузырьками.  $\alpha_0=10^{-4}$ ; 1, 1' —  $\chi=0,02$ ; 2, 2' —  $\chi=0,2$ ; 3 —  $\chi=\infty$ ; 1, 1', 2, 2' —  $R_0=10^{-4}$  м; 3 —  $R_0=5 \cdot 10^{-5}$  м

зически объясняется снижением диссипации при пульсациях пузырьков в системе из-за проявления эффектов релаксации напряжений в жидкой фазе [6]. Вдали от  $f_r$  затухание звука в релаксирующей среде с пузырьками может быть существенно ниже, чем в аналогичной вязкой жидкости. Крестиком на фиг. 1 отмечены точки, в которых скорости волны в релаксирующей и вязкой жидкости с пузырьками совпадают.

При наличии фазовых переходов в системе влияние релаксационных свойств жидкости на дисперсию и поглощение звука в целом выражено слабее, чем в случае пузырьков постоянной массы, из-за снижения относительной роли реологической диссипации при пульсациях включений переменной массы по сравнению с газовыми пузырьками. Расчеты показали, что при повышении температуры жидкости и увеличении паросодержания в пузырьках низкочастотная скорость звука снижается и при достаточно больших значениях  $k_0$  зависимость  $C=C(f)$  на левой ветви дисперсионной кривой принимает монотонно возрастающий характер как для вязкой, так и для вязкоупругой жидкой фазы (фиг. 2). Роль релаксационных свойств жидкости приводит к усилению дисперсии звука, при этом скорость волны в окрестности резонансной частоты оказывается выше, чем в аналогичной вязкой жидкости с парогазовыми пузырьками. Характер фазовых переходов в системе, определяемый величиной коэффициента испарения  $\chi$  (значение  $\chi=\infty$  формально соответствует квазиравновесной схеме [7]), оказывает большое влияние на дисперсию звука: при усилении фазовой неравновесности различия между результатами расчетов по релаксационной и ньютоновской моделям жидкости ослабевают из-за усиления относительной роли тепловой диссипации, а зона дисперсии звука смещается в область больших частот, что связано с ростом эффективной упругости осциллирующих пузырьков [6].

Параметр	Размерность	Значение	Параметр	Размерность	Значение
$\rho_{20}$	кг/м <sup>3</sup>	850	$\Gamma_{1v}$	—	1,35
$K'$	Па	$1,15 \cdot 10^9$	$c_{pг}$	Дж/(кг·град)	$1,01 \cdot 10^3$
$\eta_s$	Па·с	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$c_{pв}$	Дж/(кг·град)	$1,13 \cdot 10^3$
$c_{2p}$	Дж/(кг·град)	$1,7 \cdot 10^3$	$p_{v0}$	Па	$0,287 \cdot 10^4$
$\Gamma_2$	—	1,4	$p_{20}$	Па	$10^5$
$k_2$	Вт/(м·град)	0,125	$\eta_p$	Па·с	0,5
$\sigma$	Н/м	0,022	$\eta_b$	Па·с	1
$\eta_v$	Па·с	$5 \cdot 10^{-3}$	$\lambda_{11}$	с	$10^{-2}$
$\alpha'$	град <sup>-1</sup>	$10^{-3}$	$\lambda_{21}$	с	$2 \cdot 10^{-2}$
$l$	Дж/кг	$4 \cdot 10^5$	$z_{1,2}$	—	2
$D$	м <sup>2</sup> /с	$10^{-5}$	$n_{1,2}$	—	$10^3$
$\Gamma_{1g}$	—	1,4	$T_{кип}$	°К	383,7
$k_{1g}$	Вт/(м·град)	0,025	$k_{1v}$	Вт/(м·град)	0,0096

Граничная частота  $f_T = \omega_T / (2\pi t_0)$  обычно достаточно мала. Для рассматриваемой в качестве примера системы при  $R_0 = 10^{-4}$  м,  $\alpha_0 = 10^{-2}$  имеем  $f_T \approx 3$  Гц. По этой причине тепловое взаимодействие не проявляется в случае пузырьков постоянной массы, резонансные частоты которых велики. Для парогазовых включений с большим паросодержанием учет теплового взаимодействия в волне приводит, как показывают расчеты, к небольшому возрастанию скорости звука, усиливающемуся с ростом концентрации пузырьков. Эффект ослабевает при увеличении частоты звука.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Перепелкин К. Е., Матвеев В. С. Газовые эмульсии. Л.: Химия, 1979. 200 с.
2. Аветисян И. А. К вопросу о влиянии полимерных добавок на акустические свойства жидкости с газовыми пузырьками. — Акуст. журн., 1977, т. 23, № 4, с. 497–504.
3. Соболев В. В. О распространении возмущений в вязкоупругой газожидкостной среде. — В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, ИТФ СО АН СССР, 1977, с. 45–53.
4. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974. 338 с.
5. Левицкий С. П. Динамика и тепломассообмен пузырьков в реологически сложных средах: Автореф. дис. на соискание уч. ст. канд. физ.-мат. наук. Новосибирск.: ИТФ СО АН СССР, 1981. 16 с.
6. Шульман З. П., Левицкий С. П. Динамика и тепломассообмен пузырьков в релаксирующих полимерных жидкостях. Минск. Препринт № 2, 1984.
7. Нагиев Ф. Б., Хабеев Н. С. Эффекты теплообмена и фазовых переходов при колебаниях парогазовых пузырьков. — Акуст. журн., 1979, т. 25, № 2, с. 271–179.
8. Вейнгарден Л. В. Одномерные течения жидкостей с пузырьками газа. — В кн.: Реология суспензий. М.: Мир, 1975, с. 68–103.
9. Шагапов В. Ш. Учет нестационарного тепломассообмена в задаче о распространении малых возмущений в жидкости с пузырьками. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 4, с. 157–162.

Воронежский государственный университет им. Ленинского комсомола

Институт тепломассообмена им. А. В. Лыкова АН БССР

Поступила в редакцию  
9.XI.1983