АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 4

УДК 534.26

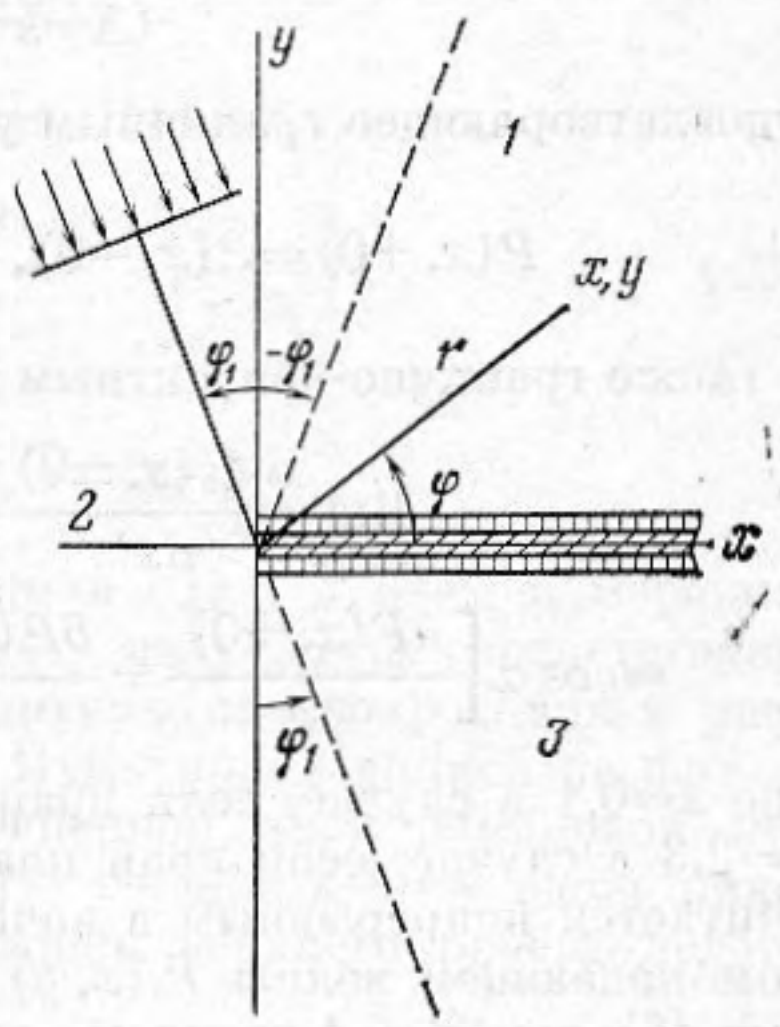
ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЕ В ЖИДКОСТИ

Вешев В. А.

Исследовано точное решение стационарной задачи дифракции плоской волны на полубесконечной упругой пластине с симметричным двухсторонним упруговязким слоем. Предполагается, что край пластины либо жестко закреплен, либо свободен. Проведены численные расчеты основных компонент звукового давления в дальней зоне.

Теоретическому исследованию дифракции звуковых волн на полубесконечных упругих однослойных пластинах посвящены работы [1—6]. В связи с широким применением упруговязких слоев [7] представляется полезным проведение аналогичных исследований для многослойных пластин.

Пусть в идеальную сжимаемую жидкость плотности ρ погружена тонкая (толщины h) упругая полубесконечная пластина ($x\geqslant 0$), с обеих сторон покрытая плотно прилегающим однородным упруговязким слоем толщины H. Источником поля является плоская звуковая волна $P_i(x, y)=A\exp[ik(x\sin\varphi_1-y\cos\varphi_1)-i\omega t]$; A — амплитуда, φ_1 — угол падения, отсчитываемый от вертикали $y>0$, $k=\omega/c$ — волновое число в жидкости, $\omega=2\pi f$ — круговая частота, f — частота, c — скорость звука в жидкости. Выбор системы координат пояснен на фиг. 1. Задача плоская, множитель $\exp(-i\omega t)$, задающий зависимость процессов от времени t, в дальнейшем всюду опускается.



Фиг. 1. Система координат

Считается, что пластина обладает бесконечной жесткостью относительно продольных (симметричных) движений и способна только к изгибным (антисимметричным) колебаниям, описываемым уравнением Жермен — Лагранжа — Кирхгофа

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}-\varkappa^4\right)\zeta_0(x,\pm 0)=\frac{1}{D}[P_0(x,-0)-P_0(x,+0)],\quad x>0. \tag{1}$$

Здесь $\zeta_0(x,\pm 0)$ — изгибное смещение пластины (положительное направление ζ_0 совпадает с положительным направлением оси y), $P_0(x,\pm 0)$ — звуковое давление на границе пластина — слой, $\varkappa=(\rho_0\omega^2h/D)^{1/4}$ — волновое число изгибных колебаний пластины, $D=Eh^3/12(1-\sigma^2)$ — цилиндрическая жесткость пластины, ρ_0, E, σ — плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины.

Предполагается, что упруговязкий слой обладает свойствами локально-реагирующих поверхностей, т. е. колебания в нем распространяются только в поперечном направлении. Поэтому взаимосвязь колебательных скоростей $\dot\zeta$, $\dot\zeta_0$ и звуковых давлений P, P_0 на обеих (соответственно гра-

ничащих с жидкостью и пластиной) поверхностях слоя может быть описана уравнениями четырехполюсника [7]:

$$P(x, \pm 0) = P_0(x, \pm 0)\cos\alpha \pm i\dot{\zeta}_0(x, \pm 0)\rho_1 c_1 \sin\alpha,$$
$$\zeta(x, \pm 0) = \pm i P_0(x, \pm 0)\frac{\sin\alpha}{\rho_1 c_1} + \zeta_0(x, \pm 0)\cos\alpha, \quad x>0, \tag{2}$$

где $\alpha = k_1 H = \omega H/c_1$; ρ_1, c_1, k_1 — плотность, скорость и волновое число для волн в упруговязком слое. Предполагается также, что $H \ll \lambda$ и $h \ll \lambda$ (λ — длина волны в жидкости), так что поверхности пластины и слоя практически совпадают при $y = \pm 0$.

С учетом условия непрерывности нормальных смещений на границе слой — жидкость

$$\zeta(x, \pm 0) = \frac{1}{\rho\omega^2}\frac{\partial P(x, \pm 0)}{\partial y}, \quad x>0,$$

и уравнений (2) из соотношения (1) вытекает следующее граничное условие для звукового давления в жидкости:

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} - \varkappa^4\right)\left\{\cos\alpha\left[\frac{\partial P(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial P(x, -0)}{\partial y}\right] + Rk\sin\alpha[P(x, +0) - \right.$$
$$\left. - P(x, -0)]\right\} + \nu\left\{\cos\alpha[P(x, +0) - P(x, -0)] - \frac{\sin\alpha}{Rk}\left[\frac{\partial P(x, +0)}{\partial y} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\partial P(x, -0)}{\partial y}\right]\right\} = 0, \quad x>0, \tag{3}$$
$$\nu = 2\rho\omega^2/D, \quad R = \rho c/(\rho_1 c_1).$$

Математическая постановка задачи такова: ищется решение уравнения Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)P(x, y) = 0, \quad y \neq 0, \tag{4}$$

удовлетворяющее граничным условиям (3) и (5)

$$P(x, +0) = P(x, -0), \quad \frac{\partial P(x, +0)}{\partial y} = \frac{\partial P(x, -0)}{\partial y}, \quad x<0, \tag{5}$$

а также гранично-контактным условиям

$$\lim_{x \to +0}\frac{d^s\zeta_0(x, \pm 0)}{dx^s} = 0, \quad \zeta_0(x, +0) = \zeta_0(x, -0) =$$
$$= \cos\alpha\left[\frac{\partial P(x, +0)}{\partial y} + \frac{\partial P(x, -0)}{\partial y}\right] + Rk\sin\alpha[P(x, +0) - P(x, -0)], \tag{6}$$

где $s = 0,1$ в случае, если край пластины ($x = +0$) жестко закреплен, или $s = 2,3$ в случае, если край пластины свободен. Искомое давление $P(x, y)$ считается непрерывным в начале координат и удовлетворяющим за вычетом падающей волны $P_i(x, y)$ принципу предельного поглощения. Условия (6) при $s = 0,1$ означают отсутствие смещения и угла поворота у края пластины, а при $s = 2,3$ — отсутствие стороннего вращающего момента и перерезывающей силы на краю пластины.

Функцию $P(x, y)$ удобно разбить на симметричную и антисимметричную части по переменной y: $P(x, y) = P^c(x, y) + P^a(x, y)$, $P^c(x, y) = [P(x, y) + P(x, -y)]/2$, $P^a(x, y) = [P(x, y) - P(x, -y)]/2$.

Функции $P^c(x, y)$ и $P^a(x, y)$ должны удовлетворять уравнению Гельмгольца (4) при граничных условиях

$$\cos\alpha\frac{\partial P^c(x, +0)}{\partial y} + Rk\sin\alpha P^c(x, +0) = 0, \quad x>0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial P^c(x, +0)}{\partial y} = 0, \quad x<0, \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}-\varkappa^4\right)\left[\cos\alpha\frac{\partial P^a(x,+0)}{\partial y}+Rk\sin\alpha P^a(x,+0)\right]+$$

$$+\nu\left[\cos\alpha P^a(x,+0)-\frac{\sin\alpha}{Rk}\frac{\partial P^a(x,+0)}{\partial y}\right]=0,\quad x>0, \tag{9}$$

$$P^a(x,+0)=0,\quad x<0, \tag{10}$$

вытекающих из условий (3) и (5), и при гранично-контактных условиях

$$\lim_{x\to+0}\frac{d^s}{dx^s}\left[\cos\alpha\frac{\partial P^a(x,+0)}{\partial y}+Rk\sin\alpha P^a(x,+0)\right]=0, \tag{11}$$

следующих из условий (6).

Процедура нахождения функций $P^{c,a}(x,y)$ аналогична изложенной в работах [4, 6] и поэтому не приводится. В итоге имеем

$$P(x,y)=Ae^{ik(x\sin\varphi_1-y\cos\varphi_1)}+$$

$$+\frac{A}{2\pi i}\int_\Lambda e^{i\lambda x-\gamma|y|}\left\{\frac{Rk\operatorname{tg}\alpha}{(\lambda-k\sin\varphi_1)\gamma(\lambda)\varphi_-^c(\lambda)\varphi_+^c(k\sin\varphi_1)}+\right.$$

$$\left.+\frac{\operatorname{sgn}(y)}{l_-^a(\lambda)}\left[ia\lambda+b-\frac{m(\varphi_1)}{(\lambda-k\sin\varphi_1)l_+^a(k\sin\varphi_1)}\right]\right\}d\lambda, \tag{12}$$

$$\gamma=\gamma(\lambda)=\sqrt{\lambda^2-k^2},\quad m(\varphi_1)=ik\cos\varphi_1\left(k^4\sin^4\varphi_1-\varkappa^4-\frac{\nu\operatorname{tg}\alpha}{Rk}\right),$$

$$l^c(\lambda)=\gamma(\lambda)\cos\alpha-Rk\sin\alpha=\gamma(\lambda)\cos\alpha\varphi_+^c(\lambda)\varphi_-^c(\lambda),$$

$$l^a(\lambda)=[(\lambda^4-\varkappa^4)\gamma-\nu]\cos\alpha-\left[Rk(\lambda^4-\varkappa^4)+\frac{\nu\gamma}{Rk}\right]\sin\alpha=\cos\alpha l_+^a(\lambda)l_-^a(\lambda),$$

$$l_\pm^a(\lambda)=\sqrt{\lambda\pm k}\,(\lambda\mp\lambda_3)(\lambda\mp\lambda_4)\varphi_\pm^a(\lambda),$$

$$\varphi_\pm^{c,a}(\lambda)=\exp\left\{\frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma_\pm''}\ln\left[-\frac{l^{c,a}(\tau)}{l_0^{c,a}(\tau)}\right]\frac{d\tau}{\tau-\lambda}\right\}, \tag{13}$$

$$l_0^{c,a}(\tau)\equiv l_0^{c,a}(\tau,\gamma(\tau))=l^{c,a}(\tau,-\gamma(\tau)).$$

Величины $\pm\lambda_j$, $j=0, 1, 2, 3, 4$ — корни функции $l^a(\lambda)$, причем нумерация корней такова, что при $\alpha=0$ (слой отсутствует) получаются соответствующие корни, изученные в работах [6, 8]. Контуры интегрирования и расположение корней $\pm\lambda_j$ пояснены на фиг. 2. Пунктирной линией на фиг. 2 изображены разрезы для радикала $\gamma(\lambda)$. Основной лист римановой поверхности фиксируется требованием $\operatorname{Re}\gamma(\lambda)\to+\infty$ при $\lambda\to+\infty$ вдоль нижнего берега правого разреза и при $\lambda\to-\infty$ вдоль верхнего берега левого разреза, т. е. на основном листе $\operatorname{Im}\gamma(\lambda)\leqslant 0$.

Функция $l^c(\lambda)$ имеет два корня $\pm\mu=\pm k(1+R^2\operatorname{tg}^2\alpha)^{1/2}$, причем оба корня лежат на дополнительном листе римановой поверхности. Функция $l^a(\lambda)$ имеет десять корней, при этом четыре корня $\pm\lambda_3$ и $\pm\lambda_4$, (отмечены звездочкой на фиг. 2) лежат на основном листе, а остальные шесть корней ($\pm\lambda_0$, $\pm\lambda_1$, $\pm\lambda_2$) — на дополнительном листе римановой поверхности.

Контур $\Gamma_+''(\Gamma_-'')$ проходит из $-\infty(+\infty)$ вдоль верхнего (нижнего) берега разреза до точки $-k(+k)$. Контуры Γ_+' и Γ_-' дополняют Γ_+'' и Γ_-'' до контуров, охватывающих соответствующие разрезы. Заменой переменной интегрирования τ на $-\tau$ в интегралах (13) можно получить, что

$$\varphi_+^{c,a}(\lambda)=\varphi_-^{c,a}(-\lambda),\quad l_+^a(\lambda)=il_-^a(-\lambda).$$

На основании гранично-контактных условий (11) получается линейная неоднородная система двух уравнений относительно неизвестных

констант a и b. Ее решение имеет вид

$$a=-(I_1^2-I_0I_2)^{-1}\{ik\cos\alpha\cos\varphi_1(I_1-ik\sin\varphi_1I_0)+$$
$$+m_1(\varphi_1)[I_0^2+iI(I_1-ik\sin\varphi_1I_0)]\};$$

$$b=(I_1^2-I_0I_2)^{-1}\{ik\cos\alpha\cos\varphi_1(I_2-ik\sin\varphi_1I_1)+$$
$$+m_1(\varphi_1)[I_0I_1+iI(I_2-ik\sin\varphi_1I_1)]\}$$

в случае жесткого закрепления края пластины или

$$a=(I_3^2-I_2I_4)^{-1}\{ik^3\cos\alpha\cos\varphi_1\sin^2\varphi_1(I_3-ik\sin\varphi_1I_2)+$$
$$+m_1(\varphi_1)[(I_3-ik\sin\varphi_1I_2)(I_1+ik\sin\varphi_1I_0+ik^2\sin^2\varphi_1I)-I_2^2]\};$$

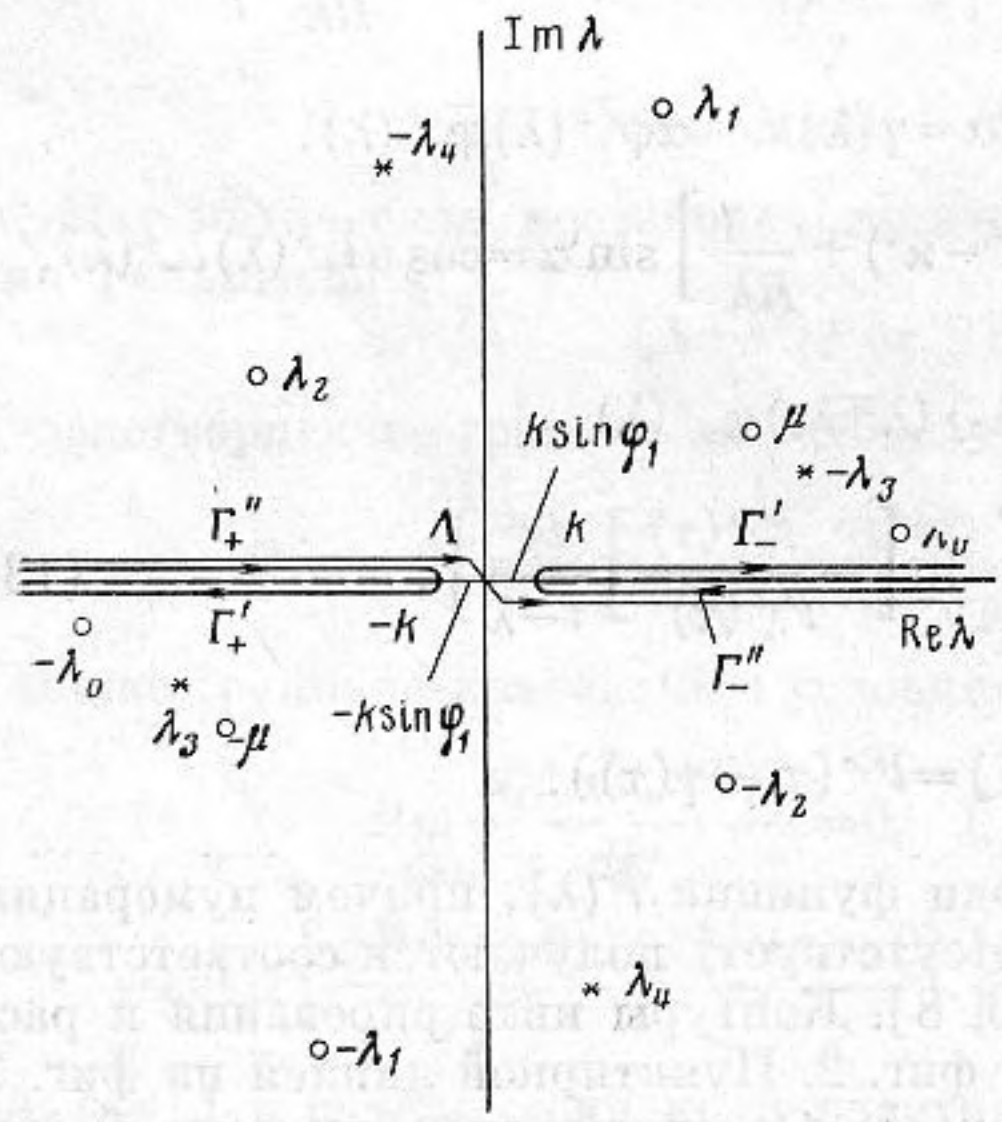
$$b=(I_3^2-I_2I_4)^{-1}\{-ik^3\cos\alpha\cos\varphi_1\sin^2\varphi_1(I_4-ik\sin\varphi_1I_3)+$$
$$+m_1(\varphi_1)[I_2I_3-(I_4-ik\sin\varphi_1I_3)(I_1+ik\sin\varphi_1I_0+ik^2\sin^2\varphi_1I)]\}$$

в случае свободного края пластины. Здесь введены следующие обозначения:

$$m_1(\varphi_1)=\frac{im(\varphi_1)}{l_+^a(k\sin\varphi_1)},\quad I=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Lambda}\frac{l^c(\lambda)\,d\lambda}{(\lambda-k\sin\varphi_1)\,l_-^a(\lambda)},\tag{14}$$

$$I_n=\frac{1}{2\pi i}\lim_{x\to+0}\int\limits_{\Lambda}\frac{(i\lambda)^n l^c(\lambda)e^{i\lambda x}\,d\lambda}{l_-^a(\lambda)},\quad n=0,1,2,3,4.\tag{15}$$

Предельный переход при $x\to+0$ для $n=0$ осуществляется непосредственно под знаком интеграла (15), а для $n\geqslant1$ предварительно проводится регуляризация, аналогичная изложенной в работах [2, 4]. Интегралы (14) и (15) можно свести [4, 6] к суммам вычетов и интегралам по одному берегу разреза Γ_+'' для I, I_0 и Γ_-'' для I_n. С помощью замены переменной интегрирования $\lambda=-k/t$ для I, $\lambda=-k/t^2$ для I_0 и $\lambda=k/t$ для I_n можно перейти от интегрирования по разрезу к интегрированию по отрезку [0, 1]. Интегралы (13) для функций $\varphi_\pm^{c,a}(\lambda)$ тоже могут быть сведены к интегралам по отрезку [0, 1] посредством замены $\tau=\mp k/t$. Для численных расчетов интегралов от комплексно-значных функций по отрезку [0, 1] на ЭВМ БЭСМ-6 существует стандартная программа.



Фиг. 2. Расположение разрезов для радикала $(\lambda^2-k^2)^{1/2}$, корней функций $l^{a,c}(\lambda)$ и контуров интегрирования на комплексной плоскости λ

Асимптотические выражения для звукового давления в дальней зоне ($kr\gg1$, $r=(x^2+y^2)^{1/2}$) получаются применением метода перевала к интегралу (12). При деформации контура интегрирования Λ в перевальный контур следует учесть вычеты в пересекаемых полюсах подынтегрального выражения.

В верхней полуплоскости ($y>0$) полюс $\lambda=k\sin\varphi_1$ будет пересекаться, если $0<\varphi<\pi/2-\varphi_1$ (φ — угол наблюдения, см. фиг. 1). Вычет в этом полюсе определяет «отраженную» от пластины плоскую волну.

В нижней полуплоскости ($y<0$) полюс $\lambda=k\sin\varphi_1$ будет пересекаться, если $\varphi_1-\pi/2<\varphi<0$. Вычет в этом полюсе компенсирует падающую волну P_i, выделенную из полного поля для удобства построения решения, и задает «прошедшую» через пластину плоскую волну.

Вычетами в других (комплексных) полюсах подынтегрального выражения можно пренебречь, так как неоднородные волны, которые им соот-

ветствуют, дают экспоненциально малый вклад в полное поле в дальней зоне.

В случае, если полюс $\lambda=k\sin\varphi_1$ не лежит вблизи точки перевала, вклад от этой точки («дифракционное» поле) представляет собой расходящуюся от края пластины цилиндрическую волну, амплитуда которой зависит от угла φ. При $\varphi\approx\pm(\pi/2-\varphi_1)$ вклад от точки перевала в полное акустическое поле выражается через интегралы Френеля.

Таким образом, при исследовании звукового давления в дальней зоне удобно выделить три сектора: *1* — область зеркального отражения, *2* — освещенная область, *3* — область геометрической тени. На фиг. 1 границы этих секторов изображены пунктирными линиями.

$$P=\begin{cases} P_i+P_r+P_d & \text{в } 1\\ P_i+P_d & \text{в } 2\\ P_t+P_d & \text{в } 3\end{cases}$$

$$P_i=Ae^{ik(x\sin\varphi_1-y\cos\varphi_1)}=Ae^{ikr\sin(\varphi_1-\varphi)},\quad P_r=AUe^{ik(x\sin\varphi_1+y\cos\varphi_1)}=$$
$$=AUe^{ikr\sin(\varphi_1+\varphi)},\quad P_t=AVe^{ik(x\sin\varphi_1-y\cos\varphi_1)}=AVe^{ikr\sin(\varphi_1-\varphi)}$$

$$P_d=Ae^{i\left(kr-\frac{\pi}{4}\right)}\Psi(\varphi)/\sqrt{2\pi kr},\quad U=C_1+i\cos\varphi_1(k^4\sin^4\varphi_1-C_3)/C_2,$$
$$V=C_1+R\,\mathrm{tg}\,\alpha(k^4\sin^4\varphi_1-C_4)/C_2,$$

$$C_1=\frac{-R\,\mathrm{tg}\,\alpha}{R\,\mathrm{tg}\,\alpha+i\cos\varphi_1},\quad C_2=i\cos\varphi_1(k^4\sin^4\varphi_1-C_3)+R\,\mathrm{tg}\,\alpha(k^4\sin^4\varphi_1-C_4),$$

$$C_3=\varkappa^4+\frac{\nu\,\mathrm{tg}\,\alpha}{Rk},\quad C_4=\varkappa^4-\frac{\nu}{Rk\,\mathrm{tg}\,\alpha}$$

$$\Psi(\varphi)=R\,\mathrm{tg}\,\alpha[(\cos\varphi-\sin\varphi_1)\varphi_-^c(k\cos\varphi)\varphi_-^c(-k\sin\varphi_1)]^{-1}+$$
$$+\sqrt{k}\sin\varphi\Bigg[iak\cos\varphi+$$
$$+b-\frac{i\cos\varphi_1(k^4\sin^4\varphi_1-C_3)/\varphi_-^a(-k\sin\varphi_1)}{\sqrt{k(1+\sin\varphi_1)}(k\sin\varphi_1-\lambda_3)(k\sin\varphi_1-\lambda_4)(\cos\varphi-\sin\varphi_1)}\Bigg\}\times$$
$$\times[\sqrt{1-\cos\varphi}(k\cos\varphi+\lambda_3)(k\cos\varphi+\lambda_4)\varphi_-^a(k\cos\varphi)]^{-1},$$
$$\sqrt{1+\sin\varphi_1}\geqslant 0,\quad \sqrt{1-\cos\varphi}\geqslant 0.$$

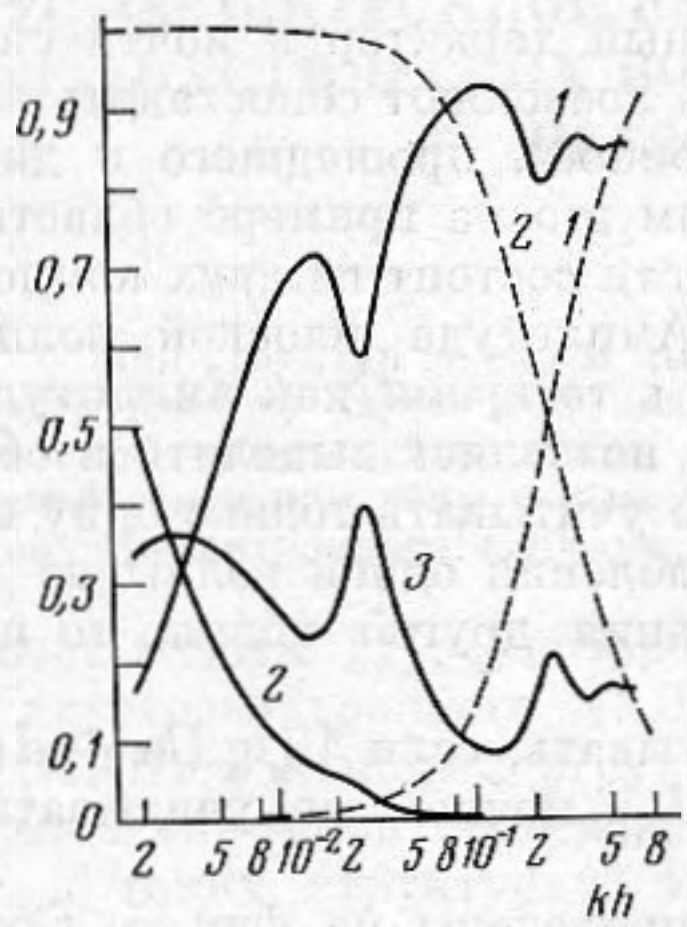
Отметим, что коэффициенты U и V совпадают с коэффициентами отражения и прохождения плоской звуковой волны, падающей на бесконечную упругую пластину с симметричным двухсторонним упруговязким слоем.

Численные расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6 при следующих значениях параметров: $\rho_0=7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3; $E=2\cdot10^{11}$ н/м^2; $\sigma=0{,}3$; $h=0{,}03$ м; $\rho=10^3$ кг/м^3; $c=1{,}5\cdot10^3$ м/с; $\rho/\rho_1=8/7$; $h/H=3/2$; $c/c_1=20\cdot(1+i\cdot0{,}3)$; $\varphi_1=0$ (нормальное падение).

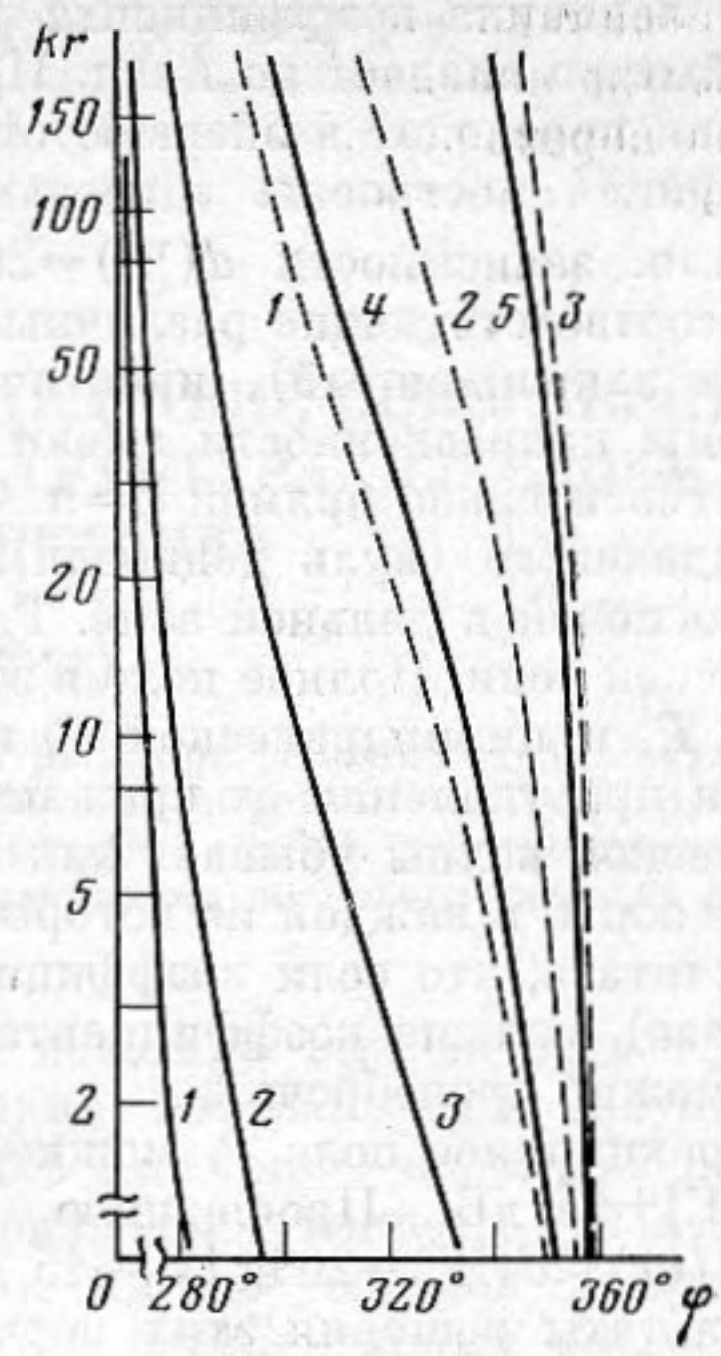
В таблице приведены обезразмеренные значения корней функций $l^{a,c}(\lambda)$ и интегралов I, I_n: $\lambda_j=(kh)^{2/5}h^{-1}\eta_j$, $j=0,1,2,3,4$; $\mu=(kh)^{2/5}h^{-1}\eta_c$; $I=k^{-3/2}\cos\alpha\,J$; $I_n=i^nk^{n-1/2}\cos\alpha\,J_n$, $n=0,1,2,3,4$. На низких частотах ($kh\to0$) корни функции $l^a(\lambda)$ асимптотически приближаются к соответствующим значениям корней для пластины без слоя [8]. При $kh>0{,}06$ корень η_1 становится близким к корню η_c, а при $kh>0{,}4$ становятся близкими также значения $\pm\eta_0$ и $\mp\eta_3$, $\pm\eta_2$ и $\mp\eta_4$, $\pm i\eta_0$ и $\mp\eta_4$. Отметим, что интегралы J_n не зависят от угла падения плоской волны, поэтому приведенные в таблице значения могут быть использованы при изучении наклонного падения плоской волны на полубесконечную пластину, а также при рассмотрении других источников падающего поля.

На фиг. 3 построены зависимости от безразмерного параметра kh следующих величин: $|U|^2$ (кривые *1*), $|V|^2$ (кривые *2*) и $1-|U|^2-|V|^2$ (кривая *3*). Последняя величина определяет ту часть энергии падающего поля, которая поглощается в упруговязком слое. Как видно из фиг. 3, при

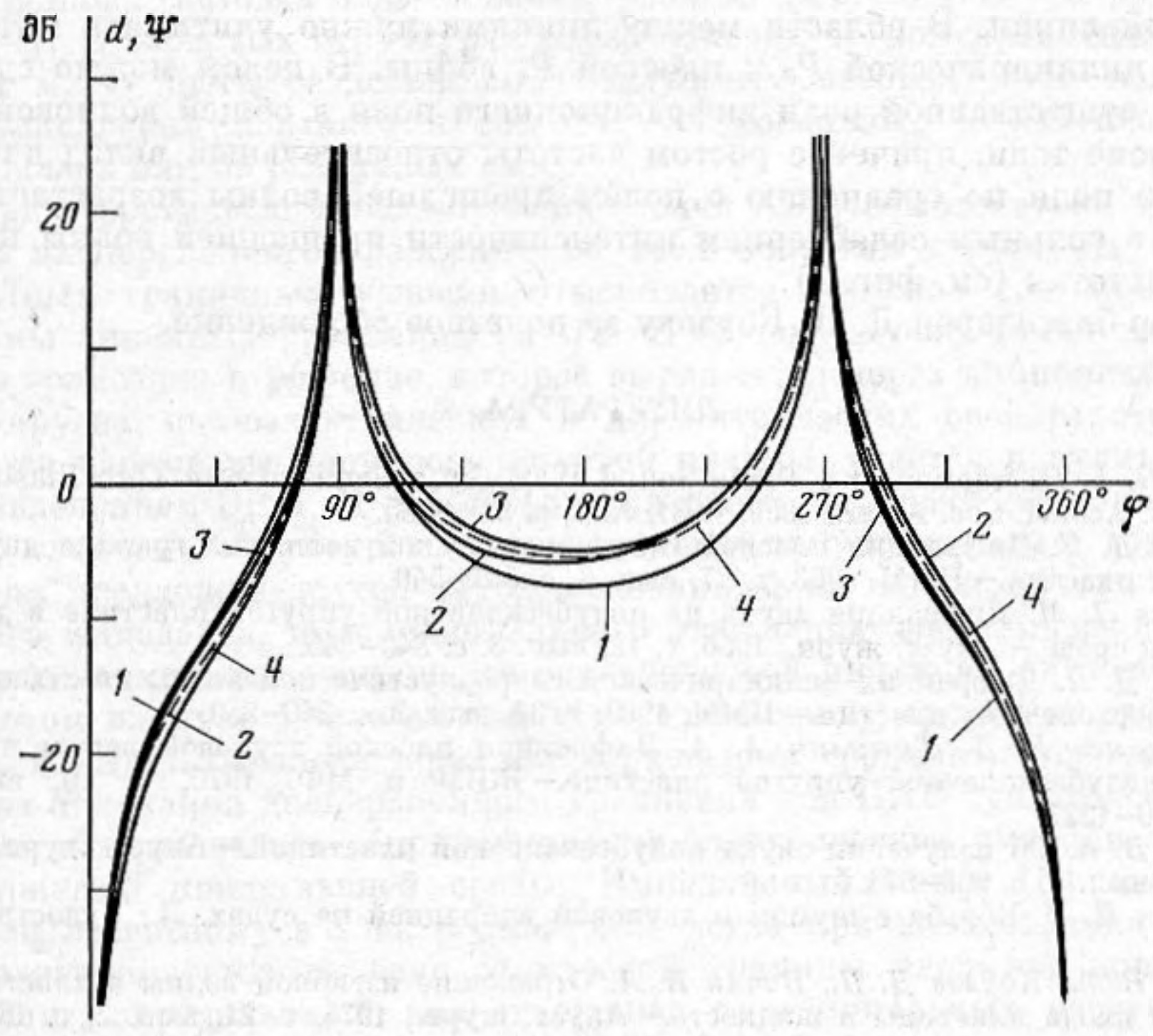
kh	Re η_0 Im η_0	Re η_1 Im η_1	—Re η_2 Im η_2	—Re η_3 —Im η_3	Re η_4 —Im η_4	Reη_c Imη_c	Re J_0 —Im J_0	Re J_1 Im J_1	Re J_2 Im J_2	—Re J_3 Im J_3	Re J_4 —Im J_4	—Re J Im J
0,01	0,852 0,020	0,210 0,778	0,541 0,372	0,561 0,320	0,191 0,742	0,162 0,102	0,123 0,056	4,65 1,91	18,7 71,8	334 410	1353 614	0,00184 0,00501
0,02	0,917 0,088	0,298 0,790	0,392 0,347	0,534 0,187	0,174 0,704	0,476 0,332	0,158 0,057	3,97 0,93	15,3 35,7	88 152	436 157	0,00514 0,00830
0,03	0,888 0,323	0,630 0,671	0,135 0,421	0,599 0,074	0,121 0,677	0,913 0,673	0,178 0,042	3,98 0,13	17,2 22,4	18,5 95,1	220 50	0,00933 0,00844
0,04	0,654 0,150	1,440 1,130	0,045 0,589	0,661 0,040	0,073 0,689	1,462 1,146	0,181 0,027	4,30 −0,39	19,9 17,3	−6,8 79,8	126 17	0,0110 0,0067
0,05	0,687 0,072	2,108 1,796	0,029 0,666	0,699 0,027	0,046 0,711	2,213 1,800	0,177 0,018	4,68 −0,71	21,7 15,4	−15,4 73,4	79,5 7,0	0,0113 0,0057
0,06	0,716 0,043	2,843 2,707	0,021 0,707	0,725 0,019	0,032 0,731	2,845 2,708	0,173 0,014	5,10 −0,93	22,9 14,9	−18,0 69,9	54,2 3,0	0,0113 0,0050
0,08	0,755 0,021	4,190 5,776	0,013 0,753	0,760 0,012	0,018 0,762	4,190 5,776	0,162 0,011	6,14 −1,07	24,4 16,2	−15,8 67,3	29,0 0,4	0,0105 0,0046
0,10	0,781 0,013	3,29 10,97	0,009 0,780	0,785 0,009	0,012 0,785	3,29 10,97	0,150 0,018	7,32 −0,46	23,8 20,3	−6,4 66,4	17,2 −0,03	0,00942 0,00514
0,13	0,809 0,009	−5,46 12,82	0,006 0,809	0,812 0,007	0,009 0,811	−5,46 12,82	0,146 0,041	7,39 1,72	15,1 24,2	12,0 52,0	8,99 0,93	0,00841 0,00781
0,16	0,830 0,008	−7,23 7,84	0,006 0,830	0,832 0,007	0,009 0,831	−7,23 7,84	0,159 0,058	5,96 2,35	8,5 19,8	13,6 33,4	6,10 1,56	0,00947 0,01099
0,20	0,850 0,009	−4,88 5,84	0,009 0,852	0,852 0,011	0,011 0,850	−4,88 5,84	0,183 0,063	4,92 1,83	6,4 14,2	8,3 21,6	4,43 1,28	0,0130 0,0136
0,25	0,866 0,012	−2,25 7,05	0,013 0,866	0,865 0,012	0,012 0,865	−2,25 7,05	0,199 0,050	4,74 0,99	7,1 10,7	3,2 16,7	3,11 0,68	0,0172 0,0129
0,32	0,884 0,008	−1,71 11,55	0,008 0,884	0,884 0,007	0,007 0,884	−1,71 11,55	0,195 0,039	5,34 0,68	8,0 10,0	1,5 15,1	1,86 0,31	0,0178 0,0109
0,40	0,905 0,006	−4,83 13,08	0,006 0,905	0,905 0,006	0,006 0,905	−4,83 13,08	0,195 0,047	5,35 1,13	6,45 9,71	2,3 12,2	1,19 0,25	0,0181 0,0123
0,50	0,925 0,005	−4,31 13,63	0,005 0,925	0,925 0,005	0,005 0,925	−4,31 13,63	0,205 0,045	5,08 0,96	5,65 8,10	1,55 9,28	0,795 0,159	0,0208 0,0128



Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4

Фиг. 3. Частотные зависимости коэффициентов отражения (*1*), прохождения (*2*) и поглощения (*3*) энергии плоской волны для $\varphi_1=0$ при наличии (сплошные линии) и при отсутствии (пунктирные линии) упруговязкого слоя

Фиг. 4. Угловые характеристики дифракционного поля для $\varphi_1=0$ при $kh=0{,}01$ (*1*); 0,03 (*2*); 0,13 (*3*); 0,25 (*4*)

Фиг. 5. Область геометрической тени при $\varphi_1=0$ и $kr\gg1$. *1*, *2*, *3*, *4*, *5* соответствуют значениям $kh=0{,}01$; 0,03; 0,05; 0,08; 0,25

$kh<0{,}01$ величина коэффициента прохождения сравнительно мала и довольно быстро спадает до нуля. При этом большая часть энергии падающего поля переходит в энергию отраженной от пластины плоской волны.

На фиг. 4 построены «диаграммы направленности» дифракционного поля, т. е. зависимости $d(\Psi)=20\lg|\Psi/\sqrt{2\pi}|$ от угла наблюдения φ. Линии, соответствующие различным условиям на краю пластины (свободный или закрепленный), практически совпадают. Как видно из фиг. 4, диаграммы направленности имеют дипольный характер и почти симметричны относительно прямой $\varphi=\pi$. Фиг. 3, 4 позволяют сопоставить амплитуды падающего (нуль децибелл), отраженного, прошедшего и дифракционного полей в дальней зоне. Рассмотрим это на примере области геометрической тени. Полное поле в этой области состоит из двух компонент: плоской P_t и цилиндрической P_d волны. Амплитуда плоской волны не меняется при удалении от края пластины, в то время как амплитуда цилиндрической волны убывает как $r^{-1/2}$. Это позволяет выделить в области тени две зоны, в каждой из которых можно учитывать только одну волну. Будем считать, что если коэффициент ослабления одной волны на 15 дБ (в 32 раза) меньше коэффициента ослабления другой волны, то первой волной можно пренебречь.

Дифракционное поле P_d можно не учитывать, если $10\lg(kr)>d(\Psi)-20\lg|V|+15$ дБ. Прошедшую волну P_t можно не учитывать при $0<10\lg(kr)<d(\Psi)-20\lg|V|-15$ дБ.

Результаты решения этих неравенств приведены на фиг. 5. Область, где можно не учитывать дифракционное поле, лежит выше пунктирной линии. Область, где можно пренебречь прошедшей волной, лежит ниже сплошной линии. В области между линиями нужно учитывать интерференцию цилиндрической P_d и плоской P_t волны. В целом можно сделать вывод о существенной роли дифракционного поля в общей волновой картине в зоне тени, причем с ростом частоты относительный вклад дифракционного поля по сравнению с полем прошедшей волны возрастает. Это связано с сильным ослаблением интенсивности прошедшей волны на высоких частотах (см. фиг. 3).

Автор благодарен Д. П. Коузову за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lamb G. L.* Diffraction of a Plane Sound Wave by a Semi-Infinite Thin Elastic Plate.– J. Acoust. Soc. Amer., 1959, v. 31, № 7, p. 929–935.
2. *Коузов Д. П.* Дифракция плоской гидроакустической волны на границе двух упругих пластин.– ПММ, 1963, т. 27, вып. 3, с. 541–546.
3. *Лямшев Л. М.* Дифракция звука на полубесконечной упругой пластине в движущейся среде.– Акуст. журн., 1966, т. 12, вып. 3, с. 340–345.
4. *Коузов Д. П.* Дифракция цилиндрической гидроакустической волны на стыке двух полубесконечных пластин.– ПММ, 1969, т. 33, вып. 2, с. 240–250.
5. *Малюжинец Г. Д., Тужилин А. А.* Дифракция плоской звуковой волны на тонкой полубесконечной упругой пластине.– ЖВМ и МФ, 1970, т. 10, вып. 5, с. 1210–1227.
6. *Вешев В. А.* Об излучении звука полубесконечной пластиной.– Акуст. журн., 1976, т. 22, вып. 5, с. 666–674.
7. *Клюкин И. И.* Борьба с шумом и звуковой вибрацией на судах. Л.: Судостроение, 1971.
8. *Вешев В. А., Коузов Д. П., Пачин В. А.* Отражение изгибной волны в пластине от места входа пластины в жидкость.– Акуст. журн., 1975, т. 21, вып. 2, с. 181–186.

Ленинградский государственный
университет им. А. А. Жданова
Физический факультет
Научно-исследовательский институт физики

Поступила в редакцию
23.I.1984