᾿АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI АКАДЕМИЯ Сентябрь
1985 НАУК
Вып. 5 СССР Октябрь

Основан в 1955 г. МОСКВА *Выходит 6 раз в год*

УДК 534.8

ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Бибяев Н. П., Попов В. В.

Теоретически рассмотрена дифракция поверхностной акустической волны при ее переходе через скачок граничных условий (задача Винера – Хопфа). Неоднородность обусловлена изменением механических свойств поверхности. Найдены асимптотики рассеянного поля.

В работах [1–4] обсуждалась дифракция сдвиговой поверхностной акустоэлектрической волны (ПАВ) на крае проводящего экрана, расположенного на поверхности пьезоэлектрика. Решение этой задачи сопряжено с известными трудностями, связанными с необходимостью факторизации ядра функционального уравнения Винера – Хопфа. Точная факторизация осуществима в квадратурах, однако структура получающихся выражений сложна, что в конечном счете приводит к необходимости использовать приближенные методы вычисления дифракционных интегралов и в значительной мере лишает результаты наглядности. Дифракция обязана скачку граничных условий. Если этот скачок достаточно мал, то оказывается возможной приближенная факторизация [2], которой воспользуемся здесь для рассмотрения дифракции ПАВ на неоднородных поверхностях. Будем рассматривать только механические неоднородности. Изменение механических свойств поверхности может быть обусловлено нанесением тонкой в сравнении с длиной волны ПАВ пленкой, легированием, периодическими искривлениями поверхности на некотором ее участке и т. д. Рассеяние ПАВ на подобных неоднородностях изучалось в работах [5–10]. Анализируя результаты этих работ, отметим, что теория возмущений применима лишь в тех случаях, когда доля энергии рассеянного поля мала. Кроме того, пренебрежение краевыми эффектами (объемными волнами) в задачах о рассеянии ПАВ на конечной периодической решетке неоднородностей требует своего обоснования и в первую очередь вне окрестности брэгговских резонансов. В случае строгого резонанса, как можно показать, амплитуда ПАВ, возбуждаемой линейным источником, расположенным на периодически неоднородной поверхности, обращается в бесконечность. Пренебрегать рассеянием в объем в подобных ситуациях, по-видимому, допустимо. Сказанное поясняет необходимость изучения краевых эффектов, возникающих при распространении ПАВ вдоль неоднородной поверхности для случаев, когда размеры неоднородного участка поверхности велики и структура волны существенно меняется.

Пусть пьезоэлектрик класса C_{6v} занимает область $y>0$ и ось симметрии 6-го порядка направлена вдоль оси z. Сдвиговая акустоэлектрическая волна описывается уравнениями пьезоакустики (зависимость от координаты

z отсутствует):

$$(\Delta+k^2)u=0,\ \ \Delta\Phi=0,\ \ \varphi=-\frac{4\pi\rho}{\varepsilon}(u+\Phi), \tag{1}$$

где u, φ — упругие смещения и потенциал соответственно, $k^2=\omega^2/s^2(1+\varkappa^2)$, $s^2=\lambda/\rho$, ρ — плотность, λ — упругий модуль, $\varkappa$ — коэффициент электромеханической связи, β — пьезомодуль, ε — диэлектрическая проницаемость. Зависимость величин от времени вида $e^{-i\omega t}$ ниже в явном виде не указывается. Поверхность металлизована, поэтому на ней выполняется граничное условие $\varphi=0$.

Рассмотрим вначале неоднородно нагруженную поверхность. Граничное условие для упругих напряжений в данном случае имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial y}+\delta\frac{\partial\Phi}{\partial y}=-\frac{\mu(x)\,\omega^2}{\lambda(1+\varkappa^2)}(u+u_0), \tag{2}$$

где $\delta=\varkappa^2/(1+\varkappa^2)$, $\mu(x)$ — поверхностная плотность массы,

$$u_0=Ae^{iq_0x-\delta q_0y},\quad \Phi_0=-Ae^{iq_0x-q_0y} \tag{3}$$

— упругие смещения и сопутствующая поверхностная волна в исходной ПАВ Гуляева — Блюстейна, дифракция которой изучается, q_0 удовлетворяет дисперсионному уравнению $(k^2-q_0^2)^{1/2}-i\delta q_0=0$, $\operatorname{Im}k>0$, $\operatorname{Im}q_0>0$. Положим $\mu(x)=M\theta(x)$, где $M=\mathrm{const}$, $\theta(x)=0$ при $x<0$, $\theta(x)=1$ при $x>0$, т. е. поверхность свободна при $x<0$ и однородно нагружена при $x>0$. К этому частному случаю сводятся все обсуждаемые ниже задачи. Обозначим $u(x,y=0)+\theta(x)Ae^{iq_0x}=W(x)$,

$$W^-(q)=\int\limits_0^\infty dx\,W(x)\,e^{-iqx},\quad W^+(q)=\int\limits_{-\infty}^0 dx\,W(x)\,e^{-iqx}.$$

Формальное решение уравнений (1), описывающее дифрагированное поле, удовлетворяющее требуемым граничным условиям (2) и $\varphi=0$ при $y=0$, имеет вид

$$\begin{Bmatrix}u(x,y)\\ \Phi(x,y)\end{Bmatrix}=\frac{iM\omega^2}{2\pi\lambda(1+\varkappa^2)}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dq\,\frac{W^-}{\Delta_0}\,e^{iqx}\begin{Bmatrix}e^{iy\sqrt{k^2-q^2}}\\ -e^{-|q|y}\end{Bmatrix}, \tag{4}$$

где $\Delta_0=\sqrt{k^2-q^2}-i\delta|q|$, а W^- должна быть определена путем решения функционального уравнения Винера — Хопфа

$$W^++FW^-=iA/(q_0-q), \tag{5}$$

где

$$F=\left[\Delta_0-i\frac{M\omega^2}{\lambda(1+\varkappa^2)}\right]\Delta_0^{-1}.$$

Для приближенного решения (5) предположим, что $\varkappa^2\ll1$ и $|M|\omega^2/|k|\lambda\ll1$, т. е. пьезоэффект и инерционное нагружение поверхности являются слабыми. Тогда F приближенно факторизуется элементарным путем

$$F=F^+F^-\simeq\frac{\sqrt{k+q}-i\gamma\sqrt{\dfrac{k}{2}}}{\sqrt{k+q}-i\delta\sqrt{\dfrac{k}{2}}}\cdot\frac{\sqrt{k-q}-i\gamma\sqrt{\dfrac{k}{2}}}{\sqrt{k-q}-i\delta\sqrt{\dfrac{k}{2}}},$$

где $F^+(q)$ голоморфна при $\operatorname{Im}q>-\operatorname{Im}k$, $F^-(q)$ голоморфна при $\operatorname{Im}q<\operatorname{Im}k$, $\gamma=\delta+Mks^2/\lambda$. Факторизация сохраняет точки ветвления и с относительной точностью $\max(\gamma^2,\delta^2)$ сохраняет значения функции F в точках ветвления, а также положение ее нулей и полюсов. Уравнение (5) преобразуется к виду $F^-W^-+W^+/F^+=iA\psi$, где $\psi=[(q_0-q)F^+]^{-1}$. Разбиение $\psi=\psi^+-\psi^-$ осуществимо точно элементарными методами; если же учесть, что $|\gamma|\ll 1$, $\delta\ll 1$, то $\psi^-\simeq(k+q)[2k(q-q_0)]^{-1}$, после чего получаем $W^-=iA[H(q)-\psi^-]/F^-$, где H — целая функция. Из требования сходимости (4) при $x=y=0$ находим $H=(2k)^{-1}$. Таким образом,

$$\left\{\begin{matrix} u \\ \Phi \end{matrix}\right\}=\frac{Ak(\gamma-\delta)}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dqe^{iqx}}{(q-q_0)\left(\sqrt{k-q}-i\gamma\sqrt{\dfrac{k}{2}}\right)\left(\sqrt{k+q}-i\delta\sqrt{\dfrac{k}{2}}\right)}\times$$
$$\times\left\{\begin{matrix} e^{iy\sqrt{k^2-q^2}} \\ -e^{-|q|y} \end{matrix}\right\}. \qquad (6)$$

Полюса подынтегральных функций в (6) имеют ясное физическое происхождение. Полюс $q=q_0$ отвечает полю, компенсирующему исходную ПАВ u_0, Φ_0 под нагруженной частью поверхности. Вычет в полюсе $q=q_1=k(1+\gamma^2/2)$ дает трансформированную ПАВ u^+, Φ^+ при $x>0$, а вычет в полюсе $q=-k(1+\delta^2/2)\simeq-q_0$ есть отраженная ПАВ u^-, Φ^- при $x<0$. Параметр γ зависит от частоты, поэтому ПАВ под нагруженной частью поверхности обладает дисперсией. Если $\gamma=\delta$ (нет скачка граничных условий), то $u=\Phi=0$.

Асимптотика интегралов (6) при $|k|R=|k|\sqrt{x^2+y^2}\gg 1$ имеет вид

$$u\simeq-\theta\left(\alpha+\delta-\frac{\pi}{2}\right)u_0+\theta\left(\alpha+\gamma-\frac{\pi}{2}\right)u^++\theta\left(\delta-\alpha-\frac{\pi}{2}\right)u^-+u_{об}$$
$$\Phi\simeq-\theta(\alpha)\Phi_0+\theta(\alpha)\Phi^++\theta(-\alpha)\Phi^-+\Phi_c, \qquad (7)$$

где $\operatorname{tg}\alpha=x/y$,

$$u^+=A\frac{2\gamma}{\gamma+\delta}e^{iq_1x-\gamma ky},\quad \Phi^+=-A\frac{2\gamma}{\gamma+\delta}e^{iq_1x-q_1y} \qquad (8)$$

$$u^-=A\frac{(\delta-\gamma)}{2}e^{-iq_0x-\delta q_0y},$$
$$\Phi^-=-A\frac{(\delta-\gamma)\delta}{2}e^{-iq_0x-q_0y}, \qquad (9)$$

$u_{об}$ — объемная волна, получаемая интегрированием по перевальному контуру, Φ_c — сопутствующее ей поверхностное колебание. Амплитуда отраженной ПАВ, как видно из (9), мала по параметру, $\delta(\delta-\gamma)$ амплитуда трансформированной ПАВ (8) зависит от соотношения между γ и δ и может превосходить амплитуду падающей. ПАВ (8) под нагруженной частью поверхности возбуждается только при $\gamma>0$. Асимптотики интегралов, подобных (6), подробно анализируются в книге [4], стр. 178, поэтому приведем здесь только результаты вычислений.

Асимптотика $u_{об}$ зависит от соотношения между kR и α, γ, δ. При $\pi/2-|\alpha|\geqslant(|k|R)^{-1/2}$

$$u_{об}\simeq\frac{A(\gamma-\delta)\cos\alpha\exp i\left(kR-\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{8\pi kR}\left(1+\dfrac{\delta^2}{2}-\sin\alpha\right)\left[\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)+i\dfrac{\gamma}{2}\right]\times\left[\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)-i\dfrac{\delta}{2}\right]}, \qquad (10)$$

т. е. $u_{об}$ есть цилиндрическая волна с угловой модуляцией. Формула (10) применима и при $\pi/2-|\alpha|\leqslant(|k|R)^{-1/2}$, если $\delta|kx|^{1/2}\geqslant 1$ при $\alpha<0$ или $(|k|x)^{1/2}\min(\delta, |\gamma|)\geqslant 1$ при $\alpha>0$. Во всех других случаях асимптотика для $u_{об}$ требует уточнения ввиду близости точек перевала и полюсов. Так, если $\pi/2+\alpha\ll 1$, то

$$u_{об}\simeq A\frac{\gamma-\delta}{\sqrt{8\pi kR}}\left[1+i\sqrt{\pi}\delta\rho e^{i\frac{\pi}{4}}F(\pm;\ \rho\sigma_1)\right]e^{i\left(kR-i\frac{\pi}{4}\right)},$$

где $\rho=i\sqrt{kR/2}$, $\sigma_1=\left[i\delta-\alpha-\frac{\pi}{2}\right]e^{i\frac{\pi}{4}}$,

$$F(\pm;\ \rho\sigma)=\pm\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{\rho^2\sigma^2}\int\limits_{\mp\rho\sigma}^{\infty}dz\,e^{-z^2}, \tag{11}$$

причем в (11) верхний знак берется при $\operatorname{Im}\sigma>0$, нижний – при $\operatorname{Im}\sigma<0$. Таким образом, для углов наблюдения α, близких к $-\pi/2$, спадание амплитуды $u_{об}$ с расстоянием от точки $R=0$ происходит вначале по закону $|kx|^{-1/2}$ при $\delta|kx|^{1/2}\leqslant 1$, а затем по закону $|kx|^{-3/2}$ при $\delta|kx|^{1/2}\geqslant 1$. Амплитуда отраженной ПАВ превосходит амплитуду $u_{об}$ на поверхности только на достаточно больших расстояниях $|x|\geqslant(|k|\delta^2)^{-1}$. Добавим, что при меньших $|x|$ ввиду малого отличия скоростей $u_{об}$ и u^- экспериментальное разделение $u_{об}$ и u^- затруднено. Если $\delta=0$ (пьезоэффект отсутствует), отраженной ПАВ нет вообще; исходная поверхностная волна Гуляева – Блюстейна вырождается в плоскую сдвиговую волну, скользящую вдоль поверхности, а амплитуда $u_{об}$ на поверхности при $x<0$ убывает как $|kx|^{-1/2}$. Если $\pi/2-\alpha\ll 1$, то

$$u_{об}\simeq-\frac{A}{2}e^{ikR}\left\{F(\pm;\ \rho\sigma_2)+\frac{\gamma-\delta}{\gamma+\delta}F(\pm;\ \rho\sigma_3)-\frac{2\gamma}{\gamma+\delta}F(\pm;\rho\sigma_4)\right\}, \tag{12}$$

где $\sigma_2=(\pi/2-\alpha-i\delta)e^{i\frac{\pi}{4}}$, $\sigma_3=(\pi/2-\alpha+i\delta)e^{i\frac{\pi}{4}}$, $\sigma_4=(\pi/2-\alpha-i\gamma)e^{i\frac{\pi}{4}}$.

Таким образом, для углов наблюдения, близких к $\pi/2$, амплитуда $|u_{об}|\sim\sim(|k|x)^{-1/2}$ при $\min(\delta,\ |\gamma|)\leqslant(|k|x)^{-1/2}$ и $|u_{об}|\sim(|k|x)^{-3/2}$ при $\min(\delta,\ |\gamma|)\geqslant\geqslant(|k|x)^{-1/2}$. Амплитуда $|u_{об}|$ мала в сравнении с $|u^+|$ на поверхности только при $\min(\delta,\ \gamma)\geqslant(|k|x)^{-1/2}$. Если $\delta=0$, то вычет $-u_0$ при интегрировании (6) не возникает; компенсирующее исходную волну u_0 в приповерхностной области $\pi/2-\alpha\leqslant(|k|x)^{-1/2}$ поле связано с объемной волной (12): $u_{об}\simeq\simeq A[F(\pm;\ \rho\sigma_4)-1]\exp ikx$.

Из анализа формулы (10) видно, что пик излучения энергии $u_{об}$ приходится в направлении $\pi/2-\alpha=\sqrt{|\gamma|\delta}$, т. е. энергия, связанная с $u_{об}$, в основном излучается под малыми углами скольжения в направлении, близком к направлению потока энергии исходной ПАВ. Несложные расчеты показывают, что доля потока энергии исходной ПАВ, излучаемая при дифракции в объем $\Delta_{об}$, равна $\Delta_{об}=(\gamma-\delta)^2/(|\gamma|+\delta)^2$, а доля потока энергии, уносимая трансформированной ПАВ Δ^+, составляет $\Delta^+=4\gamma\delta/(\gamma+\delta)^2$. В используемом приближении при $\gamma>0$ $\Delta_{об}+\Delta^+=1$. Если $\gamma\ll\delta$, большая часть энергии при дифракции излучается в объем пьезоэлектрика, несмотря на то, что глубина проникновения трансформированной ПАВ при этом велика. Если $\gamma\leqslant 0$, $\Delta_{об}=1$, $u^+=\Phi^+=0$.

Обсудим асимптотику Φ_c. При $x<0$

$$\Phi_c\simeq-\frac{A(\gamma-\delta)}{\sqrt{8\pi k|x|}}e^{-k(ix+y)-i\frac{\pi}{4}}\left\{1+i\sqrt{\pi}\delta\rho e^{i\frac{\pi}{4}}F(+;\ \rho\delta_5)\right\},$$

$\sigma_5=\delta e^{-i\frac{\pi}{4}}$. При $x>0$ находим

$$\Phi_c\simeq-\frac{A}{2}e^{k(ix-y)}\left\{F(-;\ \rho\sigma_5)+\frac{\gamma-\delta}{\gamma+\delta}F(+;\ \rho\sigma_6)-\frac{2\gamma}{\gamma+\delta}F(-;\ \rho\sigma_7)\right\},$$

$\sigma_6=\delta\exp(i3\pi/4)$, $\sigma_7=\gamma\exp(-i\pi/4)$, т. е. Φ_c спадает с ростом y пропорционально e^{-ky}, убывая с ростом $|x|$ также, как и $u_{об}$.

Рассмотрим «вытекание» сдвиговой ПАВ $u_0=B\exp(iq_1x-\gamma q_1y)$, $\Phi_0==-B\exp(iq_1x-q_1y)$ из-под нагруженной части поверхности. Будем считать, что нагружена часть поверхности при $x<0$, так что граничное условие для других напряжений имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial y}+\delta\frac{\partial\Phi}{\partial y}+\frac{M\omega^2}{\lambda(1+\varkappa^2)}u=\frac{M\omega^2\theta(x)}{\lambda(1+\varkappa^2)}(u+u_0).$$

Дифрагированное поле u, Φ описывается формулами (6), если в них произвести замену $A\to B$, $\delta\rightleftarrows\gamma$, $q_0\rightleftarrows q_1$. Эта же замена в последующих формулах позволяет получить асимптотики u, Φ.

Если поверхность нагружена на участке $0<x<L$, причем $\gamma>0$ и $(|k|L)^{1/2}\min(\delta,\gamma)\geqslant 1$, то коэффициент прохождения T, равный отношению амплитуд прошедшей и падающей ПАВ, дается выражением $T=4\gamma\delta(\gamma+\delta)^{-2}\leqslant 1$. Предельное значение $T=1$ достигается при $\gamma=\delta$. Фаза прошедшей ПАВ на величину $(q_1-q_0)L$ больше той, что была бы в отсутствие нагружения. ПАВ, отраженная от указанного участка, описывается при $x<0$ выражением

$$u_{\text{отр}}=-A\frac{\delta(\gamma-\delta)}{2}\left[1-\frac{4\gamma^2}{(\gamma+\delta)^2}e^{2iq_1L}\right]e^{-iq_0x},$$

а коэффициент отражения $R_0=|u_{\text{отр}}|A^{-1}$ является осциллирующей функцией L и ω. По теории возмущений [9] последние результаты могут быть получены только при T, близких к единице.

Приведем численные оценки. Для иодата лития $\delta=0{,}26$, $\rho=4{,}5$ г/см^3, $s=2{,}5\cdot10^5$ см/с. Если на его металлизованную поверхность дополнительно нанесен слой тяжелого металла (что применяется, например, для подавления трехпролетных сигналов [11]) толщины $d=2\cdot10^{-4}$ см и плотности $\rho_т=8{,}9$ г/см^3 (медь), то на частоте $\omega=10^8$ с$^{-1}$ величина $\gamma=0{,}42$. Относительная точность метода, по порядку величины равная γ^2, в данном случае составляет 16%. Доля энергии, рассеиваемая в объем $\Delta_{об}\simeq0{,}05$, а $\Delta^+\simeq\simeq0{,}95$; в объем энергия излучается в основном под углами скольжения от 5 до 35°. Амплитуда объемной волны $|u_{об}|$ мала в сравнении с $|u^+|$ на поверхности на расстояниях, больших 400 мкм, в то же время длина волны равна 150 мкм. При рассеянии на нагруженном участке длины L величина $T=0{,}95$, $R_0=2{,}8\cdot10^{-2}(1-0{,}83\cos 440L)^{1/2}$, где L следует измерять в см. Если отражение является нежелательным явлением, то для современных устройств акустоэлектроники, к которым предъявляются весьма высокие требования, данные значения R_0 могут оказаться большими. Заметим также, что $\gamma\sim\omega$, так что с ростом ω роль описанных эффектов дифракции повышается. В слабых пьезоэлектриках при тех же свойствах покрытия доля рассеянной энергии будет больше, чем в случае иодата лития.

Развитый в работе метод допускает перенесение на случай периодически неоднородно нагруженной или периодически искривленной поверхности (задача Римана – Гильберта со сдвигом [12]) вне области брэгговского резонанса. Так, если форма металлизованной поверхности пьезоэлектрика описывается функцией $y(x)=h\theta(x)\sin px$, где $h=\text{const}$, $p|h|\ll1$, то приближенные граничные условия для рассеянного поля u, Φ, «перенесенные» на плоскость $y=0$, имеют вид

$$\varphi=0,\quad \frac{\partial u}{\partial y}+\delta\frac{\partial\Phi}{\partial y}=np\theta(x)\cos px\,\frac{\partial}{\partial x}(u+u_0),$$

где u_0 – исходная волна (3). Предполагая $|k|\ll p$ и приближенно решая соответствующее функциональное уравнение, получим, что рассеянное поле описывается формулами (6) и следующими за ними, в которых γ следует заменить на $\gamma_1=\delta+k(hk)^2/12p$. Амплитуда рассеянного поля оказывается пропорциональной второй степени амплитуды искривлений h. Это объясняется тем, что фаза рассеянной волны ввиду условия $|h|p\ll1$ не может зависеть от знака h. При $k\simeq p/2$, т. е. в окрестности брэгговского резонанса, элементарными методами ядро функционального уравнения факторизовать не удается.

В случае периодически нагруженной поверхности $\mu(x)=M\theta(x)\cos px$ при условии $|k|\ll p$ вновь приходим к формулам (6), в которых вместо γ следует подставить $\gamma_2=\delta+k(Mks^2/\lambda)^2/2p$. Исходная ПАВ при этом описывается формулами (3).

Сделаем в заключение некоторые замечания относительно дифракции рэлеевской волны на крае поверхностной неоднородности. Решение задачи Винера – Хопфа в данном случае вызывает затруднения, поскольку приходится иметь дело не с одним, а с системой функциональных уравнений [13]. Ясно, однако, по аналогии с (6), что интегральное представление рассеянного поля содержит под знаком интеграла функцию, имеющую полюса, отвечающие компенсирующей, трансформированной и отраженной ПАВ. Ввиду высокой степени локализации рэлеевской ПАВ у поверхности, эти полосы расположены при всех α дальше от точки перевала, чем в случае сдвиговой ПАВ. По этой причине уже при $(|k_R|x)^{1/2}\geqslant 1$ (k_R – волновое число рэлеевской ПАВ) амплитуда объемной волны спадает по закону $(k_Rx)^{-3/2}$, а энергия, излучаемая в объем, относительно невелика.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Van der Pauw L.* Diffraction of Bleustein-Gulaev wave by a conductive semi-infinite surface layer.– J. Acoust. Soc. Amer., 1973, 53, № 4, p. 1107–1115.
2. *Попов В. В.* Вопросы теории возбуждения акустоэлектрических волн в пьезоэлектриках и их взаимодействия с электронами.– Дис. на соиск. уч. степ. канд. физ.мат. наук. Новосибирск: ИФП СО АН СССР, 1977. 108 с.
3. *Губанов В. А.* Дифракция акустических поверхностных волн на проводящей полуплоскости.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 3, с. 391–398.
4. *Балакирев М. К., Гилинский И. А.* Волны в пьезокристаллах. Новосибирск: Наука, 1982.
5. *Викторов И. А.* О влиянии несовершенств поверхности на распространение рэлеевских волн.– Докл. АН СССР, 1958, т. 119, № 3, с. 463–465.
6. *Бирюков С. В., Горышник Л. Л.* Отражение рэлеевской волны от локальных неоднородностей поверхности при наклонном падении.– Акуст. журн., 1977, т. 23, № 3, с. 461–462.
7. *Лапин А. Д.* Отражение рэлеевской волны от периодических неровностей поверхности при наклонном падении.– Акуст. журн., 1979, т. 25, № 5, с. 766–770.
8. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела.– Радиотехн. и электр., 1980, т. 25, № 8, с. 1569–1587.
9. *Курач Т. Н., Плесский В. П., Шибанова Н. Н.* Отражение волны Гуляева – Блюстейна от единичного возмущения на поверхности пьезоэлектрика. Препринт ИРЭ АН СССР № 5. М.: 1983.
10. *Курач Т. Н., Плесский В. П., Терешков В. П.* Отражение волны Гуляева – Блюстейна от периодических неоднородностей на поверхности пьезоэлектрика.– Препринт ИРЭ АН СССР № 6, М., 1983.
11. *Дж. Роберт Лайнбек.* Использование отражений в ПАВ-фильтрах.– Электроника. 1983, т. 56, № 24, с. 3–4.
12. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М.: Наука, 1977.
13. *Петрашень Г. И., Молотков Л. А., Крауклис П. В.* Волны в слоисто-однородных изотропных упругих средах. Л.: Наука, 1982.

Омский государственный университет

Поступила в редакцию
16.V.1984