неуклонно убывает по мере приближения к левому краю кривой $t(\chi)$ (речь по-прежнему идет только об участке $\chi=0$). Следовательно, на левом краю $t(\chi)$ точки расположены «гуще», чем на правом.

Опираясь на формулы (3), (4) и сформулированные следствия из них, в каждом конкретном случае по виду легко вычисляемых зависимостей $I(\chi)$ и $\bar{D}(\chi)$ можно судить о форме кривой $t(\chi)$ и «плотности» распределения формирующих ее точек. Кроме того можно исследовать характер эволюции кривой $t(\chi)$ при изменении длины трассы даже не конкретизируя вида зависимости $n(z, x)$. Обсудим последнее утверждение подробнее.

Прежде всего отметим, что в плоскослоистых волноводах положение экстремумов $t(\chi)$ не зависит от длины трассы и глубин расположения источника и приемника, так как функция $\bar{D}(\chi)$, равная там просто $D(\chi)$, не зависит от этих параметров задачи. Здесь, впрочем, надо оговориться, что с изменением глубин может частично или даже полностью измениться область определения функции $t(\chi)$ – интервал углов χ, отвечающий принимаемым лучам. Функция $I(\chi)$ не зависит от длины трассы и глубин погружения источника и приемника не только в плоскослоистых, но и в плавнонеоднородных волноводах. Поэтому расстояния между соседними точками кривой $t(\chi)$ (лежащими вблизи фиксированного χ) вдоль оси t мало меняются при изменении длины трассы или горизонтов корреспондирующих точек. Таким образом здесь имеется закон сохранения: увеличение длины трассы не приводит к изменению «плотности» времен приходов лучей. Этот результат заранее не очевиден даже для плоскослоистого канала. Если принять во внимание, что с увеличением L общее число принимаемых лучей растет, то, как легко сообразить, кривая $t(\chi)$ на своих участках монотонности с ростом длины трассы становится все более крутой. При этом общая длительность принимаемого сигнала растет.

Автор благодарен М. М. Славинскому за внимание к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
2. *Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
3. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
4. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring.— Deep Sea Research, 1979, v. 26A, p. 123–161.
5. *Wunsch C.* Properties for inverse analysis of sound propagation in simple oceanic waveguides.– J. Marine Res., 1980, v. 38, № 3, p. 413–433.
6. *Вировлянский А. Л.* О соотношениях между временами пробегов звука вдоль различных лучей в подводном звуковом канале. Горький: Препринт ИПФ АН СССР, № 69, 1983.
7. *Milder D. M.* Ray and waves invariants for SOFAR channel propagation.– J. Acoust. Soc. Amer., 1969, v. 46, № 5, p. 1259–1263.
8. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика. М.: Наука, 1973.
9. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: rays and modes.— Rev. Geophys. Space Phys., 1983, v. 21, № 4, p. 777–793.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
16.I.1984
после окончательного исправления
17.V.1985

УДК 534.833.535.2

МАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОЕВ ВОЛОКНИСТЫХ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ МАТЕРИАЛОВ

Воронина Н. Н.

При исследовании звуковых полей в моделях, воспроизводящих в уменьшенном масштабе форму и размеры производственных помещений, концертных залов, крупногабаритных глушителей и т. д., появляется необходимость моделирования слоев звукопоглощающих материалов, применяемых в реальных условиях для облицовки ограждающих поверхностей.

Сложность такой задачи заключается в обеспечении подобия акустических характеристик в модели и в натуре на сходственных частотах $f_м$ Гц и $f_н=f_м/n$ Гц, где n – масштаб моделирования. Здесь и далее индексы м и н показывают принадлежность величины к модельной и к натурной конструкциям соответственно.

В настоящее время общее решение задачи о выборе параметров моделирующего слоя фактически отсутствует. Это обусловлено тем, что современная теория звукопоглощения не позволяет представить акустические характеристики некоторыми аналитическими функциями, зависящими в явном виде от частоты звука и физических констант звукопоглощающего материала, описывающих его макроструктуру.

С известной степенью приближения в частном случае можно подобрать облицовку для модели экспериментальным путем. В работе [1] рассмотрен вариант мо-

дельной и натурной конструкций с использованием одного и того же волокнистого звукопоглощающего материала – капронового волокна. На основе анализа опытных данных показано, что акустическое подобие по коэффициенту звукопоглощения может быть достигнуто в достаточно широкой области частот, если толщина $l_м$ см моделирующего слоя уменьшена в n раз, а плотность материала $\rho_м$ кг/м³ увеличена в $\sqrt{n}$ раз по сравнению с соответствующими величинами $l_н$ и $\rho_н$ натурной облицовки.

Однако не совсем ясно, будет ли справедливым этот качественный вывод для других волокнистых материалов, тем более, что акустическое подобие оценивалось в работе [1] по равенству коэффициентов звукопоглощения на сходственных частотах, которое является только необходимым условием перехода от натуры к модели.

Из изложенного выше следует, что задача о моделировании акустических характеристик слоев звукопоглощающих материалов требует более строгого подхода.

$f_н$, Гц	$Z_н$ ($l_н = 8$ см)	$f_м$, Гц	$Z_м$ ($l_м = 2$ см)
250	$0{,}55-j2{,}5$	1000	$0{,}63-j2{,}62$
500	$0{,}35-j1{,}02$	2000	$0{,}38-j0{,}92$
750	$0{,}43-j0{,}24$	3000	$0{,}48-j0{,}18$
1000	$0{,}52+j0{,}08$	4000	$0{,}59+j0{,}12$
1250	$0{,}60+j0{,}35$	5000	$0{,}49+j0{,}24$

В соответствии с теорией звукопоглощения средами с внутренним трением необходимым и достаточным условием моделирования акустической конструкции является равенство импедансов $Z_м$ и $Z_н$ модельной и натурной облицовки соответственно на сходственных частотах:

$$Z_м|_{f_м}=Z_н|_{f_н=f_м/n}. \tag{1}$$

Как правило, импеданс выражается в комплексной форме $Z=R+jY$, где R и Y – действительная и мнимая компоненты импеданса. Поэтому соблюдение условия (1) сводится к выполнению следующих равенств: $R_м|_{f_м}=R_н|_{f_н}$ и $Y_м|_{f_м}=Y_н|_{f_н}$.

Для слоя материала толщиной l см, расположенного вплотную к жесткому основанию, равенство (1) может быть записано в виде системы двух уравнений:

$$\left.\begin{aligned} W_м|_{f_м}&=W_н|_{f_н} \\ \gamma_м l_м|_{f_м}&=\gamma_н l_н|_{f_н} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где W – безразмерное волновое сопротивление, выраженное в долях волнового сопротивления воздуха, γ см$^{-1}$ – постоянная распространения звукопоглощающего материала.

Как отмечалось выше, решение системы уравнений (2) может быть получено только в том случае, если известны аналитические функции $W(f)$ и $\gamma(f)$.

Такая возможность предоставляется при использовании эмпирических выражений, установленных в работе [2] для волновых параметров W и γ волокнистых материалов в следующей форме:

$$W=1+Q-jQ, \tag{3}$$

$$\gamma=kQ(2+Q)/(1+Q)+jk(1+Q), \tag{4}$$

где Q – безразмерная структурная характеристика материала, определяемая по формуле

$$Q=(q+q_0)/\sqrt{k}d, \tag{5}$$

где $q=10^{-2}\ \rho/\rho_0$ – приведенная плотность, пропорциональная отношению плотностей материала ρ кг/м³ и воздуха ρ_0 кг/м³; при $t=20°$ С $q=\rho/123$; $k=2\pi f/c$ см$^{-1}$ – волновое число; c см/с – скорость звука в воздухе; d мкм – диаметр волокна,

$$q_0=(10q^2+0{,}5q^{-1}+0{,}5k^2d^4h^{-2})^{-1} \tag{6}$$

некоторая величина, учитывающая влияние податливости скелета материала на его акустические свойства; h см – длина волокна.

Следует отметить, что выражения (3)–(4) справедливы при выполнении неравенства $kd\geqslant 0{,}2$, в котором величины k и d принимаются в см$^{-1}$ и микронах соответственно.

Подстановка выражений (3)–(4) в систему уравнений (2) позволяет представить последнюю в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} Q_м|_{f_м}&=Q_н|_{f_н} \\ l_м&=l_н/n \end{aligned}\right\}. \tag{7}$$

Таким образом, принцип масштабного моделирования можно выразить количественно равенством структурных характеристик волокнистых материалов в модели и натуре на сходственных частотах при соблюдении соответствующего соотношения между толщинами модельного и натурного слоев.

Согласно равенству (5), структурная характеристика является функцией четырех переменных k, d, q и q_0. По этой причине решение уравнения (7) может быть неоднозначным. Существенное влияние на решение оказывает величина q_0, зависящая в общем случае от приведенной плотности, диаметра и длины волокна, а также от частоты звука.

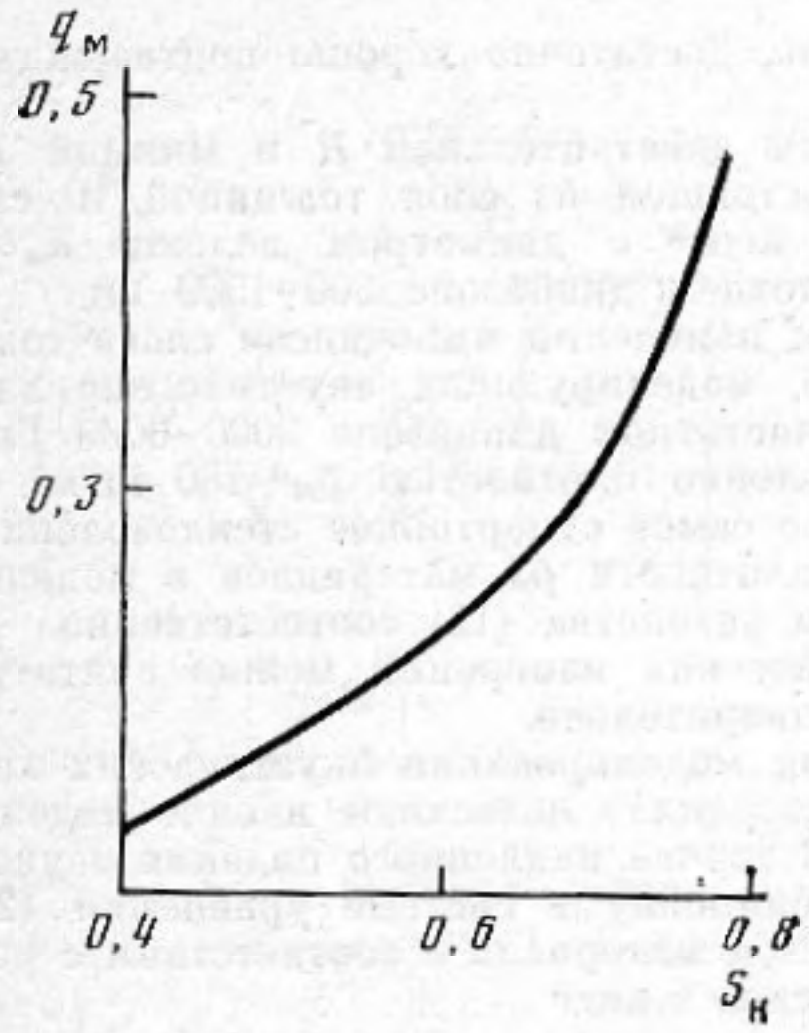
Рассмотрим несколько вариантов условий моделирования для различных волокнистых материалов с известными величинами $\rho_н$, $d_н$, $h_н$ в натуре.

При использовании в натурной облицовке достаточно рыхлого материала плотностью менее 50 кг/см³ с крупными волокнами ($d>12$ мкм) решение уравнения (7) с учетом выражений (5) и (6) может быть записано в следующем виде:

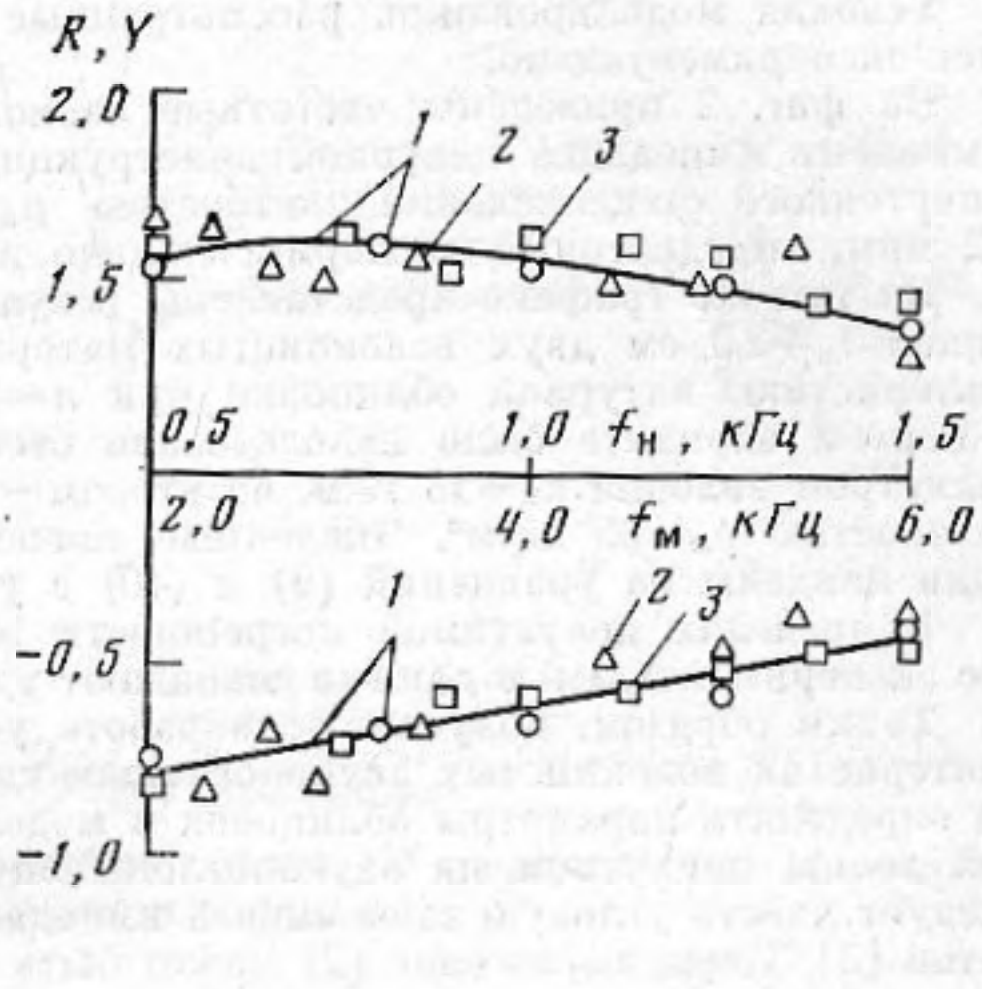
$$\rho_м=\rho_н; \quad d_м=d_н/n; \quad h_м=h_н/n. \tag{8}$$

Равенства (8) справедливы при условии $d_м \geqslant 4$ мкм.

В качестве примера в таблице приведены импедансы $Z_н$ и $Z_м$, определенные экспериментально для натурной облицовки, выполненной из капронового волокна толщиной $l_н=8$ см при $\rho_н=20$ кг/м³, $d_н=20$ мкм, $h_н=12$ см и моделирующего слоя



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость приведенной плотности супертонкого волокнистого материала, используемого в модели, от величины $S_н$

Фиг. 2. Экспериментальные частотные зависимости действительной и мнимой компоненты импеданса натурной конструкции, выполненной из слоя супертонкого стекловолокна толщиной 10 см, плотностью 15 кг/м³ – *1* и моделирующих слоев толщиной 2,5 см, выполненных из супертонкого стекловолокна плотностью 35 кг/м³ – *2* и стекловолокна плотностью 180 кг/м³ – *3*

штапельного стекловолокна с параметрами $\rho_м=20$ кг/м³, $d_м=5$ мкм и $h_м=3$ см, вычисленными согласно равенствам (8) при $n=4$.

Следует отметить вполне удовлетворительное совпадение импедансов $Z_н$ и $Z_м$ на сходственных частотах, поскольку относительные расхождения между этими величинами не превышают допустимой погрешности акустических измерений.

Достаточно просто смоделировать акустические характеристики волокнистых материалов с жестким скелетом, плотность и диаметр волокон которых более 80 кг/м³ и 8 мкм соответственно.

В этом случае для моделирования могут быть использованы не только жесткие, но и супертонкие материалы небольшой плотности с диаметром волокна, удовлетворяющим условию $2 \leqslant d \leqslant 4$ мкм.

При заданном значении диаметра волокна $d_м$ модельной облицовки приведенная плотность последней может быть определена согласно следующим выражениям: для материалов с жестким скелетом

$$q_м=S_н, \tag{9}$$

для супертонких материалов

$$q_м \frac{20q_м^3+3}{20q_м^3+1}=S_н, \tag{10}$$

где величина $S_н$ может быть вычислена по формуле

$$S_н=\sqrt{\frac{nd_м}{d_н}}. \tag{11}$$

Равенство (9) получено в предположении $q_0=0$.

При выводе уравнения (10) для супертонкого материала в выражении (6) можно пренебречь частотно-зависимым членом $0{,}5k^2d^4h^{-2}$.

Как следует из равенства (9) с учетом (11), плотность моделирующего материала должна быть увеличена в $\sqrt{nd_м/d_м}$ раз, а при использовании в натуре и в модели одного и того же материала при условии $d_м=d_н$ – в $\sqrt{n}$ раз по сравнению с плотностью материала в натурной конструкции. Последнее соответствует выводу, сделанному в работе [1].

Однако такое простое соотношение между плотностями $\rho_м$ и $\rho_н$ нарушается для супертонких материалов вследствие нелинейности уравнения (10), графическое решение которого представлено на фиг. 1.

Уравнения (9) и (10) справедливы и в том случае, когда в натурной облицовке применяют супертонкие звукопоглощающие материалы, с той только разницей, что величина $S_н$ может быть рассчитана согласно следующему выражению:

$$S_н=\sqrt{\frac{nd_м}{d_н}\,\frac{20q_н^3+3}{20q_н^3+1}}\,q_н. \tag{12}$$

Условия моделирования, рассмотренные выше, достаточно хорошо подтверждаются экспериментально.

На фиг. 2 приведены частотные зависимости действительной R и мнимой Y компонент импеданса натурной конструкции, состоящей из слоя толщиной 10 см супертонкого стекловолокна плотностью $\rho_н=15$ кг/м^3 с диаметром волокна $d_н=2$ мкм, определенные экспериментально в частотном диапазоне 500–1500 Гц.

На том же графике представлены результаты измерений импедансов слоев толщиной $l_м=2{,}5$ см двух волокнистых материалов, моделирующих акустические характеристики натурной облицовки при $n=4$ в частотном диапазоне 2000–6000 Гц. В первом варианте было использовано стекловолокно плотностью $\rho_м=180$ кг/м^3 с диаметром волокна $d_м=13$ мкм, во втором – то же самое супертонкое стекловолокно плотностью $\rho_м=35$ кг/м^3. Численные значения плотности $\rho_м$ материалов в модели были найдены из уравнений (9) и (10) с учетом равенства (12) соответственно.

В пределах допустимой погрешности акустических измерений можно считать, что экспериментальные данные совпадают удовлетворительно.

Таким образом, полученные в работе условия моделирования акустических характеристик волокнистых звукопоглощающих материалов позволяют вполне надежно определять параметры облицовок в модели. В случае наклонного падения звуковой волны под углом на звукопоглощающую облицовку в системе уравнений (2) следует учесть угловую зависимость импеданса слоя материала в соответствии с работой [3]. Тогда выражение (2) может быть записано в виде

$$\begin{gathered} W_м\cos\theta\Big/\sqrt{1+\frac{k_м^2\sin^2\theta}{\gamma_м^2}}\,\Bigg|_{f_м}=W_н\cos\theta\Big/\sqrt{1+\frac{k_н^2\sin^2\theta}{\gamma_н^2}}\,\Bigg|_{f_н},\\ \gamma_м l_м\cos\theta\sqrt{1+\frac{k_м^2\sin^2\theta}{\gamma_м^2}}\,\Bigg|_{f_м}=\gamma_н l_н\cos\theta\sqrt{1+\frac{k_н^2\sin^2\theta}{\gamma_н^2}}\,\Bigg|_{f_н}. \end{gathered} \tag{13}$$

Известно, что углы падения косой моды с частотой f_{xyz}, на ограждающие поверхности натурного помещения, определяются соотношениями между их линейными размерами. Поэтому при изменении масштаба помещения в n раз значения углов не изменяется и в модели при фиксированных индексах моды.

Следовательно, выражения (13) могут быть представлены уравнениями (7), рассмотренными выше при $\theta=0$, а условия моделирования (8)–(10) будут справедливыми и в случае наклонного падения звуковой волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Егоров Н. Ф.* Масштабное моделирование звукопоглощающих слоев из волокнистых материалов.— Акуст. журн., 1967, т. 13, № 3, с. 375–379.
2. *Воронина Н. Н.* Влияние структуры волокнистых звукопоглощающих материалов на их акустические свойства.– Акуст. журн., 1983, т. 29, № 5, с. 598–602.
3. *Pyett J.* The acoustic impedance of a porous layer at ablique incidence.— Akustica, 1953, № 3. p. 375—382.

Научно-исследовательский институт
строительной физики

Поступило в редакцию
21.III.1983
после исправления
5.VI.1984