АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 6

УДК 534.833

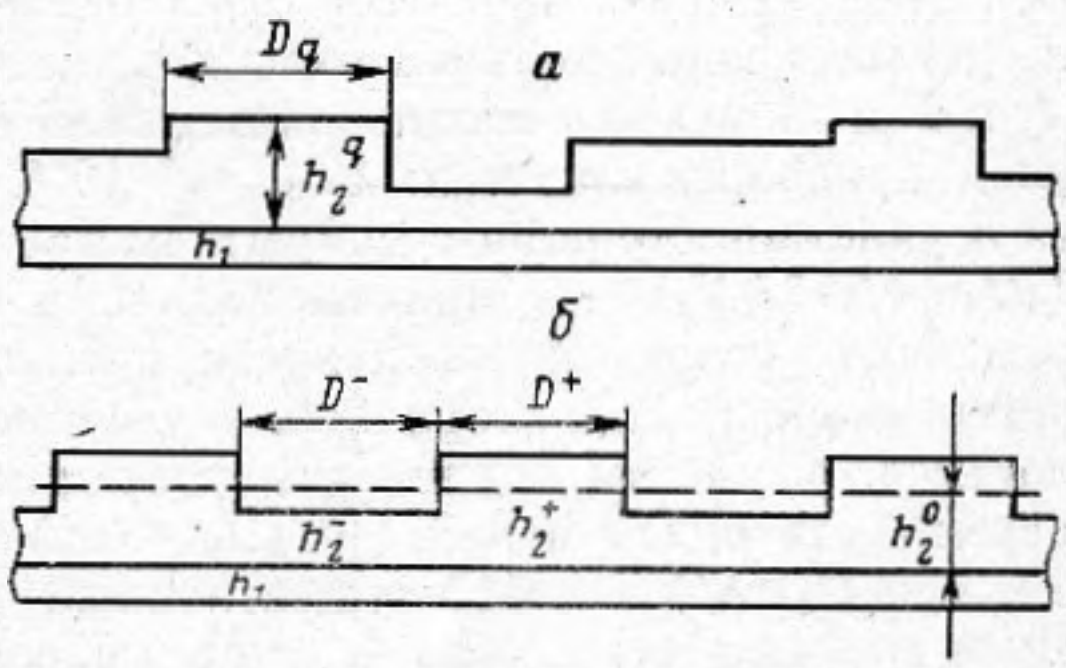
ВИБРОПОГЛОЩАЮЩЕЕ ПОКРЫТИЕ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ТОЛЩИНОЙ

Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.

Исследована эффективность вибропоглощающего покрытия с изменяющейся толщиной. Совместное действие антирезонансной интерференции изгибных волн, отраженных от границ участков стержня с покрытием различной толщины, и внутренних потерь существенно увеличивает пространственное затухание вибрации на низких частотах.

Эффективность жесткого вибропоглощающего покрытия, равномерно нанесенного на изгибно-колеблющийся металлический стержень, зависит от волновой толщины. На низких частотах, где волновая толщина покрытия мала, поглощение энергии вибрации уменьшается из-за квазистатического характера деформации покрытия [1]. Представляет интерес создание покрытия, поглощающее свойство которого дополнялось бы физическим механизмом увеличения эффективности, действующим независимо от волновой толщины. Одним из таких механизмов является, например, продольная интерференция изгибных волн, возникающая благодаря их частичному отражению от пространственных неоднородностей волнового импеданса конструкции [2, 3]. При этом представляется возможным образовать неоднородности за счет переменной толщины вибропоглощающего покрытия, наносимого на стержень.

Рассмотрим сначала случай, когда толщина покрытия изменяется скачкообразно (фиг. 1, *а*). Для определения пространственного ослабления изгибной волны в стержне рассчитаем коэффициент ее прохождения Λ через зону покрытия, равный отношению амплитуд прошедшей и падающей бегущих волн. С этой целью рассмотрим интерференцию волн на последовательности участков стержня протяженностью D_q, характеризуемых покрытием различной толщины h_2^q и, следовательно, различным волновым импедансом $z_q = m_q c_q (1+j)$; $l = \sum_{q=1}^{n} D_q$ — общая протяженность зоны покрытия, q — номер участка от начала зоны. Изгибная волна на каждой из границ участков (скачке импеданса) частично отражается, частично переходит через границу в виде бегущей и неоднородной волн [4, 5].



Фиг. 1. Интерференционное вибропоглощающее покрытие на стержне

Эти волны в свою очередь многократно отражаются и переходят через границы всех участков, в результате чего в стержне возникает поле вторичных изгибных волн, интерферирующих с первичной волной и между собой. Коэффициенты отражения и прохождения бегущей изгибной волны (R, T — бегущие волны, $\tilde{R}$, $\tilde{T}$ — неоднородные волны) могут быть рассчи-

таны с учетом результатов работы [6] по формулам

$$R_{q,\,q+1}=j[(A+B)^2+CF]/M; \quad T_{q,\,q+1}=GH(A+B)/M; \tag{1}$$
$$\tilde{R}_{q,\,q+1}=(1+j)(A^2-B^2)/M; \quad \tilde{T}_{q,\,q+1}=-G(A-B)I/M,$$

где $M=(A+B)^2+CL$, $A=k_q^2B_q$, $B=k_{q+1}^2B_{q+1}$, $C=2k_qB_qk_{q+1}B_{q+1}$, $F=k_q^2-k_{q+1}^2$ $G=2B_qk_q^2/k_{q+1}$, $H=k_q+k_{q+1}$, $I=k_q-jk_{q+1}$, $L=k_q^2+k_{q+1}^2$. Первый индекс обозначает номер участка стрежня, из которого волна падает на границу, второй — номер участка, в который волна проходит через границу или же от границы которого отражается,

$$B_q=B_1(1-j\eta_1)+B_2^q(1-j\eta_2) \text{ и } k_q=\frac{\omega}{c_q}=[\omega^2(m_1+m_2^q)/B_2^q]^{1/4}.$$

— изгибные жесткости и волновые числа в пределах q-го участка стрежня, B_1, m_1, η_1 и B_2^q, m_2^q, η_2 — изгибные жесткости, погонные массы и коэффициенты потерь стрежня и нанесенного на него покрытия. Величина B_2^q определяется с учетом краевого эффекта, заключающегося в ослаблении деформации вблизи от поперечных торцов утолщенных участков покрытия из-за отсутствия на торцах напряжений растяжения — сжатия [7].

Величина коэффициента потерь на q-м участке составляет $\eta_\Sigma^q=\mathrm{Im}\,k_q/\mathrm{Re}\,k_q$. Для определения количества волн, которое нужно учитывать при интерференции на каждом из участков, было оценено локальное затухание волн, обусловленное вибропоглощением, а также величина коэффициентов R, T и $\tilde{R}$, $\tilde{T}$ для интерференционного покрытия из высокоэффективного полимерного вибропоглощающего материала, нанесенного на стальной стержень. Масса покрытия взята такой же, как и у равномерного покрытия трехкратной толщины по отношению к стержню. Перепад толщины покрытия на соседних участках задавался в пределах 0,5÷2 от средней 3-х кратной толщины покрытия. Расчетные оценки показали, что при $D_q\geqslant\lambda/4$ (λ — длина изгибной волны в стержне) интенсивность вторичных бегущих изгибных волн, пришедших на q-й участок с других участков, незначительна. Так, основная добавка к интенсивности J_q первичной и отраженных внутри q-го участка вторичных бегущих волн получается за счет вторичных волн, пришедших на q-й участок со смежных участков $q-1$ и $q+1$. Эта добавка составляет $\delta J_1/J_q=[2|T|^2|R|^2\exp(-k\eta_\Sigma D)]^2$ и при $D_q\geqslant\lambda/4$ и полученных в расчете средних значениях $|T|=0{,}97$; $|R|=0{,}25$ и $\eta_\Sigma=0{,}2$ имеет величину $\delta J_1/J_q\leqslant 6{,}5\cdot10^{-3}$. Учет, кроме того, влияния вторичных волн, пришедших с более удаленных участков ($q-3$, $q-2\ldots q+2$, $q+3\ldots$) увеличивает добавочную интенсивность δJ_1 всего на 25%. Вторичные бегущие волны, получившиеся в результате преобразования на границах q-го участка вторичных неоднородных волн, также дают некоторый вклад: $\delta J_2/J_q=|\tilde{R}|^2(|\tilde{R}|^2+|\tilde{T}|^2|R|^2)\exp(-k_q\eta_\Sigma^qD_q/2-2k_qD_q)$. Однако вследствие незначительной величины коэффициентов $\tilde{R}$ и $\tilde{T}$ по сравнению с R и T и затухания неоднородных волн на 54,5 дБ на длине волны λ этот вклад пренебрежимо мал: $\delta J_2/J_q\leqslant5\cdot10^{-6}$. После прохождения волной через n участков стержня с покрытием добавка к ее интенсивности составит $\delta J_n/J_q=(I+\delta J_1/J_2)^n-1$, причем величина $-\delta J_n/J_q$ представляет собой погрешность расчета интенсивности прошедшей волны, обусловленную отбрасыванием вклада вторичных волн, пришедших на q-й участок с других участков. С учетом оцененного значения величины $\delta J_1/J_q\simeq8\cdot10^{-3}$ данная погрешность будет малой ($|\delta J_n/J_q|\leqslant0{,}1$) при условии $n\leqslant12$. Таким образом, при $D_q\geqslant\lambda/4$ и $n\leqslant12$ существенный вклад дают только вторичные бегущие волны, отраженные от границ рассматриваемого участка. Благодаря этому суммарный коэффициент прохождения изгибной волны через n участков может быть представлен в форме

$$\Lambda=\frac{T_{0,1}\prod\limits_{q=1}^{n}T_{q,q+1}e^{jk_qD_q}}{\prod\limits_{q=1}^{n}(1-R_{q,q-1}R_{q,q+1}e^{2jk_qD_q})}. \tag{2}$$

Повышенное ослабление изгибной волны на участке q, обусловленное интерференцией, получается при условии

$$\varphi_{q,\,q-1}+\varphi_{q,\,q+1}+2k_qD_q=(2i+1)\pi, \qquad (3)$$

где $\varphi_{q,\,q-1}$ и $\varphi_{q,\,q+1}$ — фазы коэффициентов отражения, $i=0, 1, 2, 3\ldots$ В этом случае волны, двукратно отразившиеся от границ участка, складываются с прямой волной антирезонансно, в противофазе.

На ограниченных стержнях существенный антирезонансный эффект может быть получен только при слаженном действии всех участков стержня за счет их настройки на одну и ту же частоту путем чередования покрытия толщиной h_2^+ и h_2^- (фиг. 1, *б*); протяженность участков определяется по заданной частоте антирезонанса f на основании формулы (3).

Найдем толщину покрытия на смежных участках, обеспечивающую оптимальную совместную эффективность интерференции и поглощения. Анализ выражения (2) показывает, что при соотношении $|R_{q,\,q-1}||R_{q,\,q+1}|\ll\ll 1$, хорошо выполняющемся для рассмотренного покрытия, интерференция и вибропоглощение действуют независимо друг от друга. С учетом этого из условия минимальной величины Λ на частоте антирезонанса получаем критерий повышенной эффективности интерференционного покрытия по сравнению с равномерным той же массы: $\alpha+\beta>1$, где

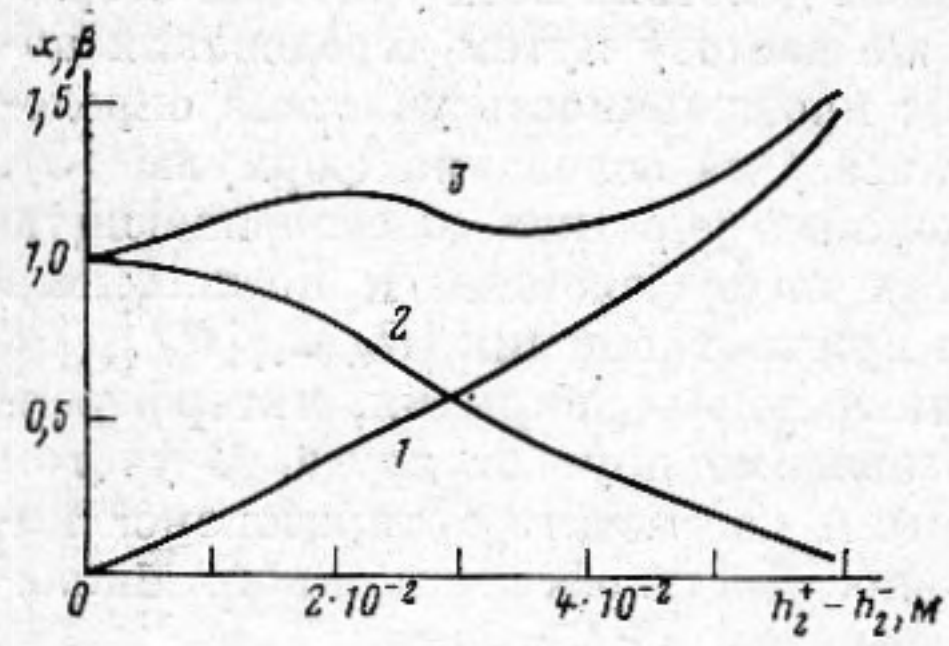
$$\alpha=\frac{12}{\pi\eta_\Sigma^0}\left[\frac{3}{8}\frac{m_2^+-m_2^-}{\bar m}+\frac{1}{8}\frac{B_2^+-B_2^-}{\bar B}\right]^2, \quad \beta=\frac{\eta_\Sigma^++\eta_\Sigma^-}{2\eta_\Sigma^0}, \qquad (4)$$

η_Σ^0, $\bar m$, $\bar B$ — коэффициент потерь, погонная масса и изгибная жесткость стержня с равномерным покрытием, $h_2^0=(h_2^++h_2^-)/2$ — толщина равномерного покрытия.

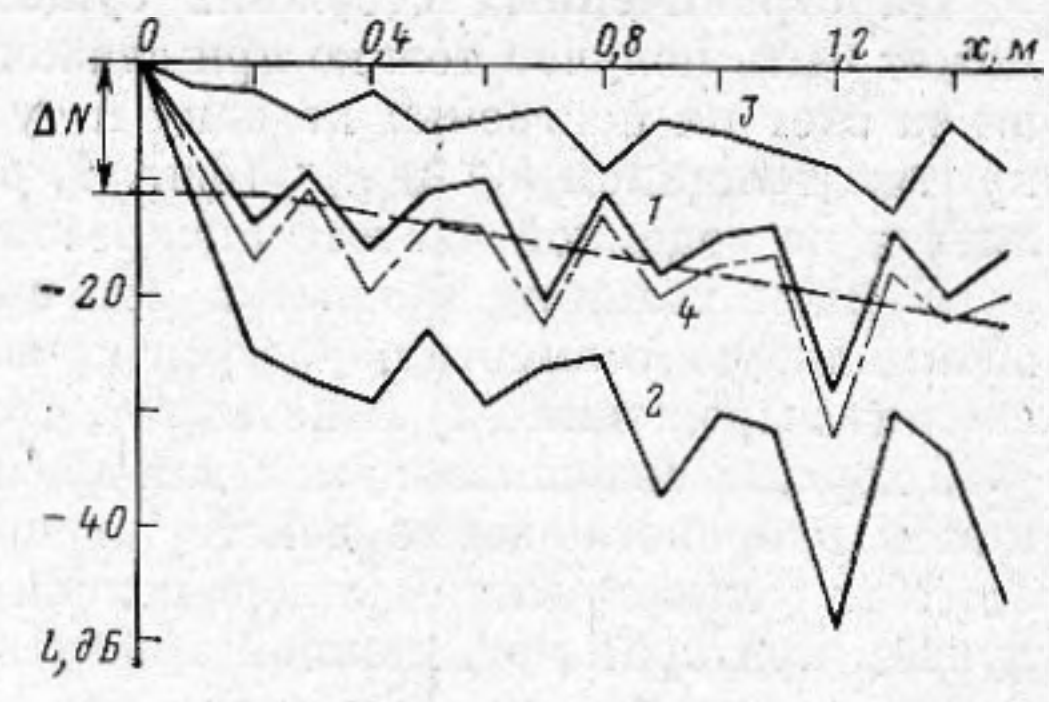
На резонансе участков стержня $\varphi_{q,\,q-1}+\varphi_{q,\,q+1}+2k_qD_q=2\pi i$, $|T|^2/(1-|R|^2e^{2jkd})\simeq 1$, вследствие чего ослабление амплитуды изгибной волны определяется в основном средней величиной коэффициента потерь (β). Резонансная амплитуда колебаний участков становится пропорциональной $1/\{1-|R^2|\exp[-(k^-\eta_\Sigma^-+k^+\eta_\Sigma^+)D/4]\}$ и в случае малых потерь может сделаться существенно больше, чем в отсутствие покрытия. На фиг. 2 приведен пример определения оптимальной толщины интерференционного покрытия на основе расчета его антирезонансной эффективности по формуле (4). Эффективность (кривая *3*) достигает максимума при наибольшем перепаде толщины покрытия в основном за счет антирезонанса (см. кривую *1*). Средняя величина коэффициента потерь (кривая *2*) при этом мала из-за краевого эффекта, что нежелательно вне антирезонансной области частот. (Под антирезонансной областью частот подразумевается окрестность частоты антирезонанса, в которой сохраняется эффект взаимного ослабления волн, интерферирующих внутри q-го участка. Ширина области определяется на основе формулы (2) из условия взаимного ослабления волн: $\mathrm{Re}[R_{q,\,q-1}R_{q,\,q+1}\exp(2jk_qD_q)]\leqslant 0$; $(4i+1)\pi/2\leqslant\varphi_{q,\,q-1}+\varphi_{q,\,q+1}+2k_qD_q\leqslant\leqslant(4i+3)\pi/2)$, $i=0, 1, 2,\ldots$). Поэтому предпочтительнее степень неравномерности толщины участков покрытия $h_2^+-h_2^-=2\cdot10^{-2}$ м, соответствующая первому антирезонансному максимуму кривой *3*, при котором коэффициент потерь также имеет достаточную величину. Для зоны покрытия протяженностью $l=1{,}5$ м (число участков $n=12$) расчет по формуле (2) на частоте антирезонанса, составляющей $f=400$ Гц при $D^+\simeq D^-=0{,}125$ м, дает $|\Lambda|=0{,}203$. Коэффициент экспоненциального затухания волны вдоль стержня $\sim e^{-\gamma x}$ составляет $\gamma=-\ln|\Lambda|/l$, погонное затухание уровня амплитуды изгибной волны $N_\Sigma=20\lg e^\gamma=9{,}24$ дБ/м. В случае отсутствия внутренних потерь в материале стержня и покрытия ($\eta_1=\eta_2=0$) антирезонансный эффект не превышал бы $N_1=5{,}4$ дБ/м, а в случае отсутствия виброизолирующих свойств ($T_{+,\,-}=T_{-,\,+}=1$, $R_{+,\,-}=R_{-,\,+}=0$) составил бы $N_2=3{,}83$ дБ/м. При этом $N_1+N_2=9{,}23$ дБ/м. Меньшая величина N_2 по сравнению с эффектом однородного покрытия той же массы ($N=4{,}85$ дБ/м) объясняется уменьшением средней величины коэффициента потерь. На границах области антирезонансной интерференции ($\varphi_{q,\,q-1}+\varphi_{q,\,q+1}+2k_qD_q=(2i+I)\pi/2$) пространственное затухание волны составляет $N_\Sigma=$

=4,54 дБ/м, что приближенно соответствует эффективности однородного покрытия. На частоте резонанса пространственное затухание $N_\Sigma=2{,}4$ дБ/м.

Заметим, что при неравномерности толщины покрытия $h_2^+-h_2^-=6\cdot10^{-2}$ м, обеспечивающей на антирезонансе наибольшее пространственное затухание волн ($|\Lambda|=0{,}05$; $N_\Sigma=25$ дБ/м), на частоте резонанса участков величина Λ возрастает из-за малых потерь в 13 раз. Резонансная амплитуда колебания участков увеличивается в среднем на 5 дБ по сравне-



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Зависимость компонентов показателя антирезонансной эффективности интерференционного покрытия от перепада его толщины $h_2^+-h_2^-$ на смежных участках: *1*, *2* – антирезонансный и диссипативный члены выражения (4), *3* – сумма значений кривых *1* и *2*. Параметры покрытия приняты равными: $D=0{,}125$ м, $E_2=10^9$ Па, $\rho_2=1{,}4$ кг/м^3, $\eta_2=0{,}4$. Масса покрытия такая же, как и у однородного толщиной $h_2=3\cdot10^{-2}$ м

Фиг. 3. Распределение уровня амплитуды изгибной волны вдоль стержня с вибропоглощающим покрытием на частоте $f=375$ Гц: *1*, *2* – наибольшая эффективность интерференционного покрытия в случаях *а* – $h_2^+=0{,}04$ м $h_2^-=0{,}02$ и *б* – $h_2^+=0{,}05$, $h_2^-=0{,}01$ м, настраивавшегося на частоту антирезонанса $f=400$ Гц ($D=0{,}125$ м), *3* – равномерное покрытие той же массы, *4* – покрытие *а* нанесено симметрично с обеих сторон стержня. Штриховыми прямыми показан расчет для случая *а*. $x=0$ – начало зоны интерференционного покрытия

нию со случаем отсутствия покрытия. Поэтому при возникновении вибрации стержня вне антирезонансной области частот применение такого покрытия нецелесообразно.

Суммарный коэффициент отражения изгибной волны от начала зоны покрытия составляет

$$\Xi=R_{0,1}+\sum_{m=1}^{n}\prod_{q=1}^{m}\frac{R_{q,q+1}T_{q-1,q}T_{q,q-1}e^{2jk_qD_q}}{1-R_{q,q-1}R_{q,q+1}e^{2jk_qD_q}}\cdot\Pi_1, \qquad (5)$$

где

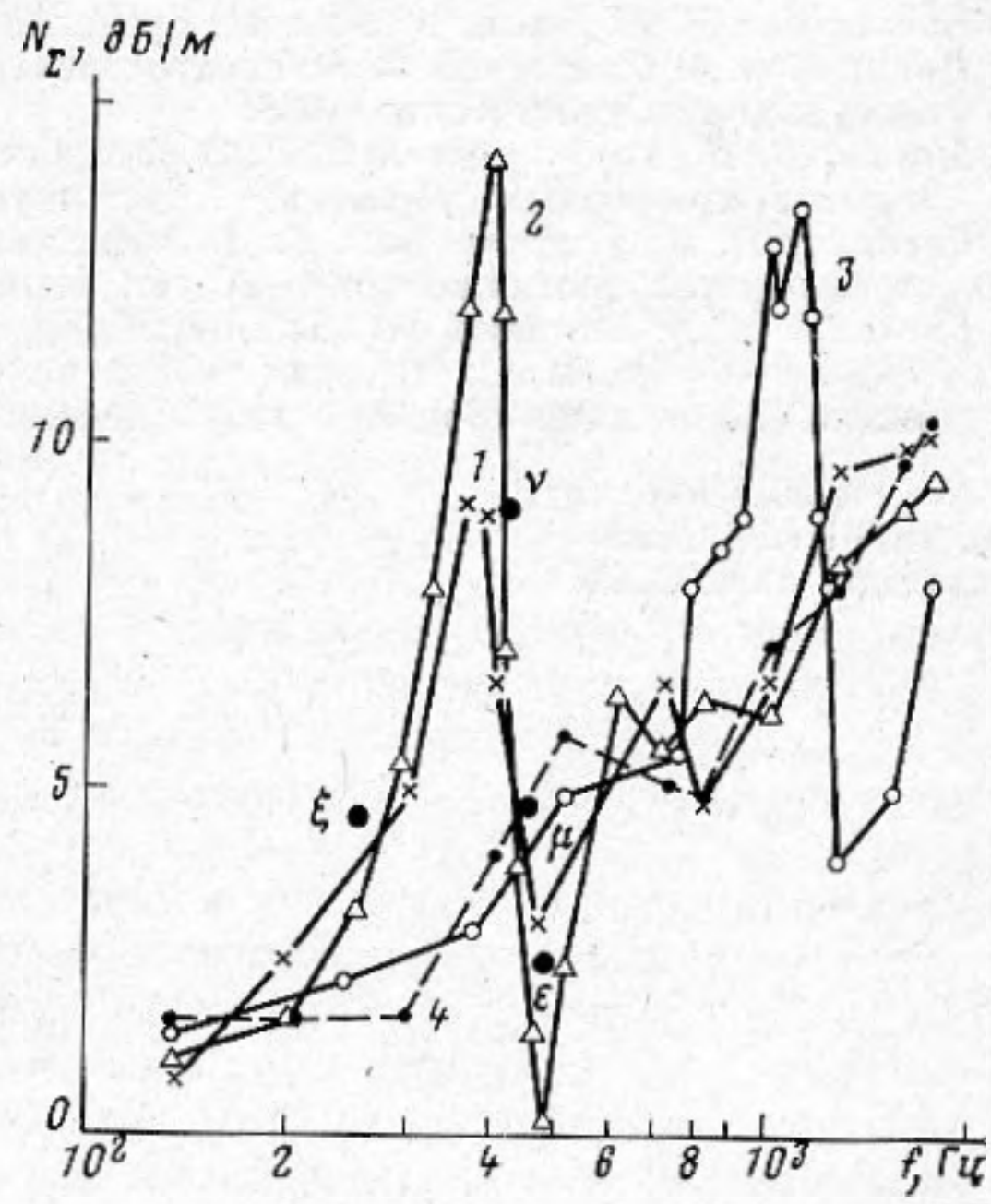
$$\Pi_1=\begin{cases}1 & \text{при} \quad m<2,\\ \prod\limits_{q=2}^{m}1/(1-R_{q-1,q-2}R_{q-1,q}e^{2jk_{q-2}D_{q-1}}) & \text{при} \quad m\geqslant2,\end{cases}$$

причем $|P|^2\simeq1-|\Xi|^2$ – квадрат модуля коэффициента прохождения волны в зону интерференционного покрытия. Поскольку $|P|<1$, при входе в зону происходит скачкообразное уменьшение уровня амплитуды волны на величину $\Delta N=20\lg|P|$ (6).

Прямоугольная форма участков покрытия оптимальна по сравнению с какой-либо другой, например синусоидальной или пилообразной, поскольку при том же объеме покрытия и одинаковом поглощении вибрационной энергии [8] обуславливает повышенные коэффициенты отражения на границах участков благодаря наибольшей амплитуде основной пространственной гармоники разложения последовательности неровностей в ряд Фурье.

Для определения возможности применения развитого метода расчета был проведен эксперимент. На стальные стержни размером 1,6×0,08 м^2

толщиной $h_1=0{,}01$ м в зоне протяженностью $l=1{,}5$ м наносилось интерференционное вибропоглощающее полимерное покрытие с параметрами, как и в расчетных примерах: $E_2=10^9$ Па, $\rho_2=1{,}4\cdot10^3$ кг/м^3, $\eta_2=0{,}4$. Зона покрытия начиналась с утолщенной части h_2^+, поскольку в соответствии с формулой (2) величина Λ тем меньше, чем меньше коэффициент прохождения $T_{0,1}$ на передней границе первого участка зоны. Для сравнения на стержне определялась также эффективность равномерного покрытия толщиной $h_2^0=0{,}03$ м, масса которого была той же, что и у интерференционного покрытия. Изгибные колебания возбуждались на краю стержней на участке до начала зоны интерференционного покрытия; толщина покрытия на этом участке составляла $h_2=0{,}02$ м.



Фиг. 4. Экспериментальные частотные характеристики величины погонного затухания N_Σ уровня амплитуды изгибной волны в стержне с вибропоглощающим покрытием: *1*, *2* — интерференционное покрытие в случаях *а* — $h_2^+=0{,}04$ м, $h_2^-=0{,}02$ и *б* — $h_2^+=0{,}05$, $h_2^-=0{,}01$ м, настраивавшееся на частоту антирезонанса $f=400$ Гц ($D=0{,}125$ м), *3* — интерференционное покрытие в случае $h_2^+=0{,}04$ и $h_2^-=0{,}02$ м, настраивавшееся на частоту $f=1000$ Гц ($D=0{,}078$ м), *4* — однородное покрытие той же массы. Точки ν, ε, ξ, μ — расчет эффективности покрытия *а* на антирезонансе, резонансе и граничных частотах области антирезонансной интерференции изгибных волн

На фиг. 3 показана эффективность покрытия на частоте $f=375$ Гц. Однородное покрытие обеспечивает величину погонного затухания уровня амплитуды $N=4$ дБ/м, интерференционное — $N_\Sigma=8{,}5\div9$ дБ/м в случае $h_2^+-h_2^-=2\cdot10^{-2}$ м и 14 дБ/м в случае $h_2^+-h_2^-=4\cdot10^{-2}$ м и, кроме того, уменьшение среднего уровня колебаний в зоне покрытия на $\Delta N=11$ и 20 дБ соответственно. Эксперимент и расчет по формулам (1)÷(6) совпадают удовлетворительно. Дополнительное симметричное нанесение интерференционного покрытия с противоположной стороны стержня, не изменяя коэффициентов R и T, приводит лишь к увеличению среднего коэффициента потерь на 15÷20%. Это дает незначительное (1÷2 дБ/м) возрастание пространственного затухания уровня вибрации (кривая *4* по сравнению с кривой *1*).

На фиг. 4 показаны экспериментальные частотные характеристики эффективности покрытия. Вблизи от антирезонансных частот пространственное затухание волны в стержне с интерференционным покрытием достигает $N_\Sigma=9\div14$ дБ/м. Для получения такой же величины N потребовалось бы однородное покрытие в 1,5÷2 раза большей массы. На частотах резонансов участков стержня $f=480$ и 1250 Гц эффект покрытия в случаях *1* и *3* несколько меньше, чем при однородном покрытии (кривая *4*), а при большом перепаде толщины покрытия (кривая *2*) почти отсутствует, что обусловлено недостаточным поглощением энергии вибрации из-за краевого эффекта. Вне частот антирезонанса и резонанса эффективность интерференционного покрытия в среднем такая же, как и однородного покрытия. Эксперимент и расчет совпадают удовлетворительно.

Таким образом, показано, что в окрестности частоты антирезонанса интерференционное вибропоглощающее покрытие с изменяющейся толщиной обладает существенно бо́льшей эффективностью по сравнению с однородным равномерным покрытием той же массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бочкарев В. М., Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.* Эффективность волнового вибропоглощающего покрытия.– Акуст. журн., 1982, т. 28, № 6, с. 737–742.
2. *Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.* Эффективность волнового вибропоглощающего покрытия стержня с ребрами.– Акуст. журн., 1984, т. 30, № 2, с. 259–266.
3. *Лапин А. Д.* Изоляция продольной и изгибной волн в тонкой пластине, создаваемая периодическими неровностями ее поверхностей.– Акуст. журн., 1978, т. 24, № 6, с. 893–898.
4. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.
5. *Никифоров А. С., Будрин С. В.* Распространение и поглощение звуковой вибрации на судах. Л.: Судостроение, 1968.
6. *Маслов В. П., Тартаковский Б. Д.* О распространении изгибных колебаний в некоторых неоднородных стержнях.– Акуст. журн., 1962, т. 8, № 2, с. 194–198.
7. *Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.* Эффективность вибропоглощающего покрытия ограниченной протяженности.– Акуст. журн., 1977, т. 23, № 3, с. 430–436.
8. *Степанов В. Б.* Влияние формы торцов вибропоглощающего покрытия на краевой эффект.– Сб. докл. III Всесоюз. конф. по борьбе с шумом и вибрацией. Челябинск, 1980, секция «Борьба с вибрацией», с. 145–148.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5.III.1984