АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXII 1986 Вып. 1

УДК 534.833

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЕ ВИБРОПОГЛОЩАЮЩЕЕ ПОКРЫТИЕ

Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.

Предложено и исследовано вибропоглощающее покрытие, действующее на основе противофазного сложения изгибных волн и резонансного поглощения энергии колебаний. В области низких и средних частот эффективность данного покрытия существенно выше, чем однородного той же массы.

В работе [1] рассмотрено однослойное вибропоглощающее покрытие, равномерно нанесенное на изгибно-колеблющийся металлический стержень. Поглощение энергии вибрации покрытием происходит вследствие его деформации, обусловленной жесткой связью со стержнем. Увеличить эффективность покрытия представляется возможным благодаря использованию продольной интерференции изгибных волн. Для получения такой интерференции достаточно, например, нарушить связь слоя покрытия со стержнем на протяжении некоторой дистанции. Следует ожидать, что волновое движение, распространяясь одновременно по стержню и разобщенному с ним участку слоя покрытия с различной фазовой скоростью, на определенных частотах ослабится вследствие противофазного сложения обеих волн в конце дистанции. Кроме того, при резонансах изгибных колебаний разобщенного участка слоя благодаря его повышенной деформации должно происходить усиленное поглощение вибрационной энергии стержня. За счет интерференционного эффекта можно, по-видимому, существенно увеличить пространственное затухание изгибных волн в стержне в требуемой частотной области.

Определим эффективность интерференционного покрытия в случае чередования его участков, скрепленных и не скрепленных со стержнем. Толщину покрытия h_2, как и однородного, примем 2—3-кратной по отношению к толщине стержня h_1. При таком соотношении толщин h_2 и h_1 можно считать, что нанесение покрытия мало влияет на длину изгибной волны в стержне. На участках, где покрытие скреплено со стержнем, изгибная волна в стержне и покрытии распространяется с одинаковой фазовой скоростью, близкой к скорости в стержне. На смежных с ними участках (интерференционных) волновое движение по стержню и свободным слоям покрытия происходит с различными фазовыми скоростями:

$$c_1=\omega^{1/2}(E_1h_1^2/12\rho_1)^{1/4}, \quad c_2=\omega^{1/2}(E_2h_2^2/12\rho_2)^{1/4}, \tag{1}$$

где E_1, E_2, ρ_1, ρ_2 — модули Юнга и плотности материалов стержня и покрытия, $\omega=2\pi f$ — угловая частота. В результате этого на расстоянии x от начала участков возникает разность фаз волн

$$\varphi=\omega(1/c_2-1/c_1)x. \tag{2}$$

Протяженность участка, необходимая для противофазного сложения волн в его конце ($\varphi=\pi$) на заданной частоте, с учетом соотношений (1) и (2) составляет

$$D_1=\pi/\{\omega^{1/2}[(12\rho_2/E_2h_2^2)^{1/4}-(12\rho_1/E_1h_1^2)^{1/4}]\}. \tag{3}$$

Частоты изгибных резонансов свободных участков слоя покрытия, представляющих собой стержни (полоски), зажатые по краям, определяются по формуле [2]

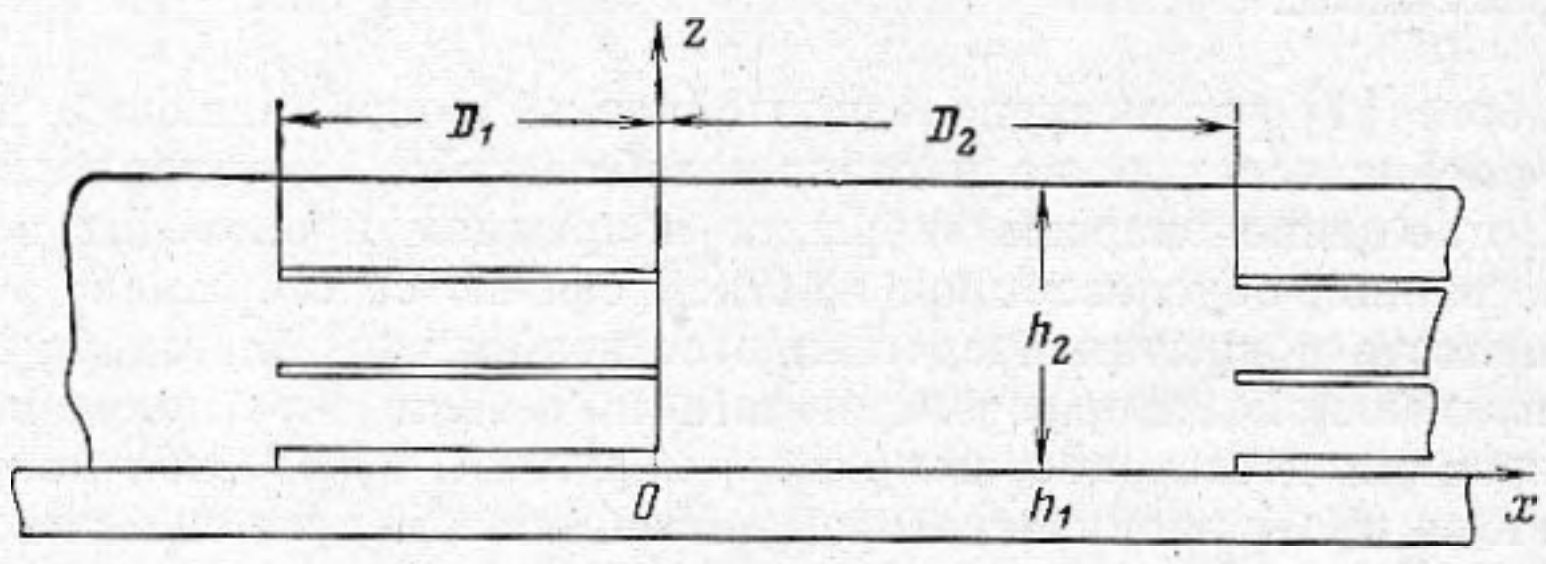
$$f_m=\varphi_m^2(E_2h_2^2/12\rho_2)^{1/4}/2\pi D_1^2, \tag{4}$$

где $\varphi_m=4{,}73$; $7{,}85$; $10{,}99\ldots$ — волновая протяженность слоя.

При жестком полимерном покрытии, применяемом в настоящее время, скорость c_2 оказывается близкой к c_1. Это обусловливает бо́льшую, по сравнению с длиной изгибной волны в стержне, протяженность участков покрытия, не связанного со стержнем, что приводит к нежелательному ослаблению квазистатической деформации покрытия. Для уменьшения скорости c_2 целесообразно на участках D_1 разделить слой покрытия на более тонкие одинаковые параллельные слои, не скрепленные друг с другом (фиг. 1). Тогда в формулах (1)÷(4) необходимо заменить h_2 на h_2/n, где n — количество слоев.

Неодинаковая протяженность участков покрытия, отделенного от стержня, позволяет получить противофазную и резонансную интерференцию изгибных волн в широком диапазоне частот.

На ограниченных стержнях, где число интерференционных участков невелико, существенный эффект может быть получен только при слажен-



Фиг. 1. Интерференционное вибропоглощающее покрытие на стержне

ном действии всех участков. Это достигается благодаря их одинаковой протяженности. Для такого покрытия рассчитаем сначала эффект противофазного сложения изгибных волн. Уменьшение амплитуды колебания стержня будет обусловлено действием противофазного изгибающего момента и перерезывающей силы в конце каждого интерференционного участка (при $x=0$, фиг. 1). С учетом малого влияния покрытия на длину изгибной волны в стержне изгибающий момент стержня составляет ($x\gtrless 0$): $M_1=B_1\partial^2\psi_1/\partial x^2$, где $B_1=bE_1h_1^3/12$ — изгибная жесткость стержня, $\psi_1=A_1\exp[j(k_1x-\omega t)]$ — изгибное колебание стержня, $k_1=\omega^{1/2}(\rho_1h_1/B_1)^{1/4}$ — волновое число, b — ширина стержня. Изгибающий момент сплошного покрытия, прикрепленного к стержню ($x\geqslant 0$): $M_2^{\Sigma}=B_2^{\Sigma}\partial^2\psi_1/\partial x^2$, где $B_2^{\Sigma}=[(h_2+h_1/2)^3-(h_1/2)^3]/3$ — изгибная жесткость покрытия, нанесенного на стержень. Противофазно действующий момент совокупности разобщенных слоев покрытия ($x\leqslant 0$):

$$\delta M^- = \sum_{q=1}^{n}\left[\int_0^{h_2/2n} dM_2 - \int_{-h_2/2n}^{0} dM_2\right],$$

где

$$dM_2 = bE_2 z\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}[z+h_1/2+h_2(q-{}^1/_2)/n]dz,$$

q — номер слоя от поверхности стержня, $\psi_2=A_2\exp[j(k_2x-\omega t+\pi)]$ — изгибное колебание слоя, $k_2=\omega^{1/2}(12\rho_2n^2/E_2h_2^2)$ — волновое число. Уменьшение амплитуды колебания стержня, обусловленное изменением изгибающего момента, составляет $A_M/A_1=1+[\delta M^-/(M_1+M_2^{\Sigma})]|_{x=0}$.

На участке стержня с жестко прикрепленным покрытием ($x\geqslant 0$) действует перерезывающая сила $F=-(B_1+B_2^{\Sigma})\partial^3\psi_1/\partial x^3$. Противофазная перерезывающая сила, развиваемая совокупностью разобщенных слоев покрытия ($x\leqslant 0$): $F^-=-nB_2\partial^3\psi_2/\partial x^3$, где $B_2=bE_2h_2^3/12n^3$ — изгибная жесткость отдельного слоя. Уменьшение амплитуды изгибной волны, обусловленное изме-

нением перерезывающей силы, составляет

$$\frac{A_F}{A_1}=1+\frac{F^-}{F|_{x=0}}=1+\frac{nB_2k_2^3\partial^3\psi_2/\partial x^3}{k_1^3(B_1+B_2^\Sigma)\,\partial^3\psi_1/\partial x^3}.$$

При удаленности частоты противофазного сложения волн от резонансных частот колебания слоев покрытия можно принять $|\psi_2|=|\psi_1|$,

$$\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}\Big/\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2|_{x=0}}=-k_2^2/k_1^2,\qquad \frac{\partial^3\psi_2}{\partial x^3}\Big/\frac{\partial^3\psi_1}{\partial x^3|_{x=0}}=-k_2^3/k_1^3.$$

Полагая, что амплитуда колебания стержня затухает с расстоянием в среднем экспоненциально $\sim e^{-\gamma x}$, определим постоянные затухания, обусловленного моментной и силовой реакциями:

$$\gamma_M=-\frac{\ln(A_M/A_1)}{D_1+D_2},\qquad \gamma_F=-\frac{\ln(A_F/A_1)}{D_1+D_2},\tag{5}$$

где D_2 — протяженность участков сплошного покрытия, жестко скрепленного со стержнем. Соответствующее погонное затухание уровня амплитуды изгибной волны (на дистанции $x=1$ м) составляет

$$N_{MF}=20\lg\exp[(-\gamma_M+\gamma_F)]=N_M+N_F.\tag{6}$$

Далее рассчитаем пространственное затухание изгибной волны, обусловленное резонансным поглощением энергии вибрации разобщенными слоями покрытия. Резонансная амплитуда колебания слоев равна $A_2^{\text{рез}}=\psi_{2,\max}/\eta_2$, где $\psi_{2,\max}$ — максимальный квазистатический прогиб слоя под действием распределенной силы инерции $Q=\rho_2h_2\omega^2a/n$, возникающий вследствие вертикального перемещения слоя при колебаниях стержня, η_2 — коэффициент потерь в материале покрытия. Для первой формы колебания: $|\psi_{2,\max}^{\mathrm{I}}|=QD_1^4/768B_2$, средняя амплитуда перемещения слоя $a_I=A_1(\sin k_1D_1/2)/(k_1D_1/2)$; для второй — $|\psi_{2,\max}^{\mathrm{II}}|=QD_1^4/2952B_2$, $a_{II}=A_1[2/k_1D_1-(\cos k_1D_1/2)/(k_1D_1/2)]$. Зная амплитуду и форму колебания слоев покрытия, можно определить коэффициент потерь конструкции на каждом из участков протяженностью D_1+D_2:

$$\eta_\Sigma=(\eta_1W_1+\eta_2W_2^\Sigma+\eta_2nW_2)/(W_1+W_2^\Sigma+nW_2),\tag{7}$$

где η_1 — коэффициент потерь в материале стержня, W_1, W_2^Σ и W_2 — потенциальная энергия деформации стержня на участке протяженностью D_1+D_2, сплошного покрытия на участке протяженностью D_2 и каждого из слоев разобщенного покрытия на участке протяженностью D_1. Величины W_1, W_2^Σ и W_2 определяются по формулам:

$$W_1=\frac{bE_1(D_1+D_2)}{T}\int\limits_{-h_1/2}^{h_1/2}\int\limits_0^T(z+h_1/2)^2\left(\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\right)^2dt\,dz=b(D_1+D_2)B_1k_1^4A_1^2/2,$$

$$W_2^\Sigma=bB_2^\Sigma D_2k_1^4A_1^2/2,$$

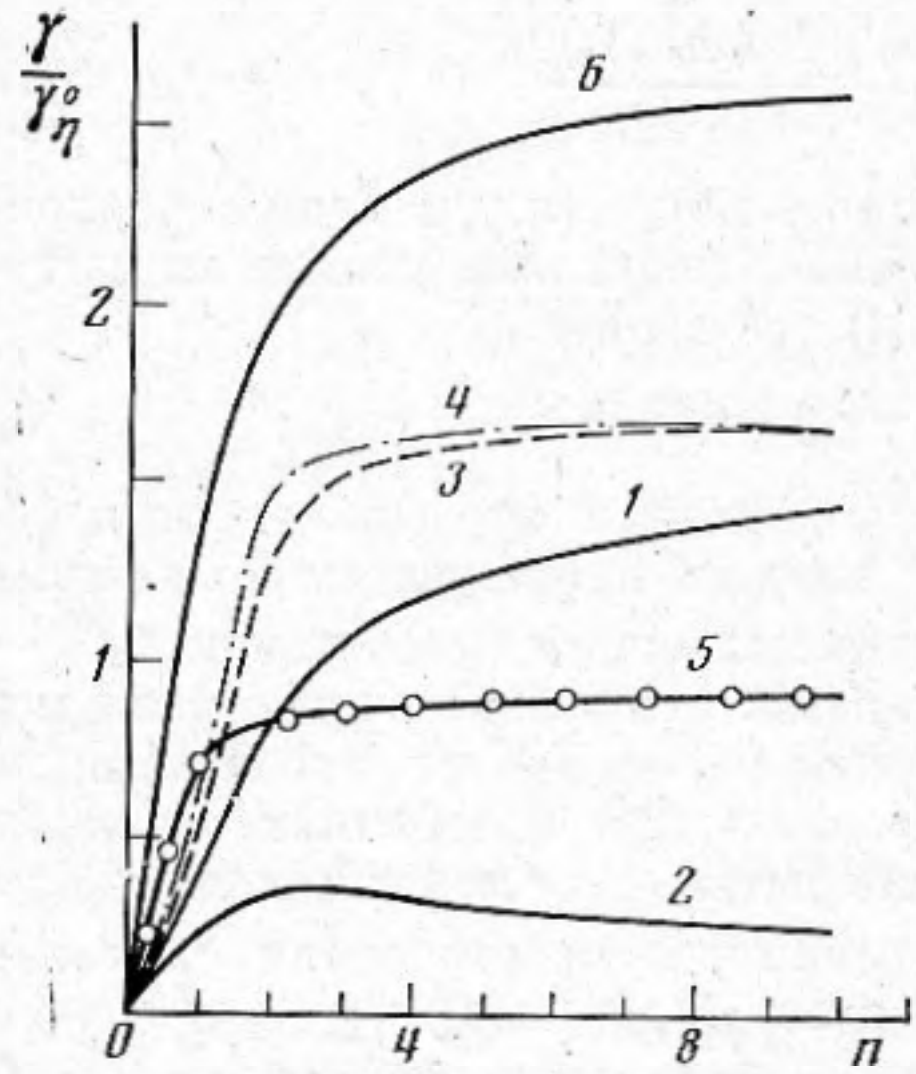
$$W_2^{\mathrm{I,II}}=\frac{bB_2}{2}\left(\frac{\psi_{2,\max}^{\mathrm{I,II}}}{\eta_2}\right)^2\int\limits_0^{D_1}\left(\frac{\partial^2\psi_2^{\mathrm{I,II}}}{\partial x^2}\right)^2dx$$

на резонансе первой и второй мод колебания слоя покрытия. Вне области резонансных частот слоя покрытия $W_2=D_1bB_2k_2^4A_1^2/2$. Погонное затухание амплитуды изгибной волны, обусловленное внутренними потерями энергии колебаний, составляет $N_\eta=20\lg e^{-\gamma_\eta}$, где

$$\gamma_\eta=k_1\eta_\Sigma/4.\tag{8}$$

Определим оптимальные размеры покрытия, обусловливающие наибольшую совместную эффективность фазового и диссипативного механизмов ослабления изгибной волны в стержне. Учтем, что эффект от проти-

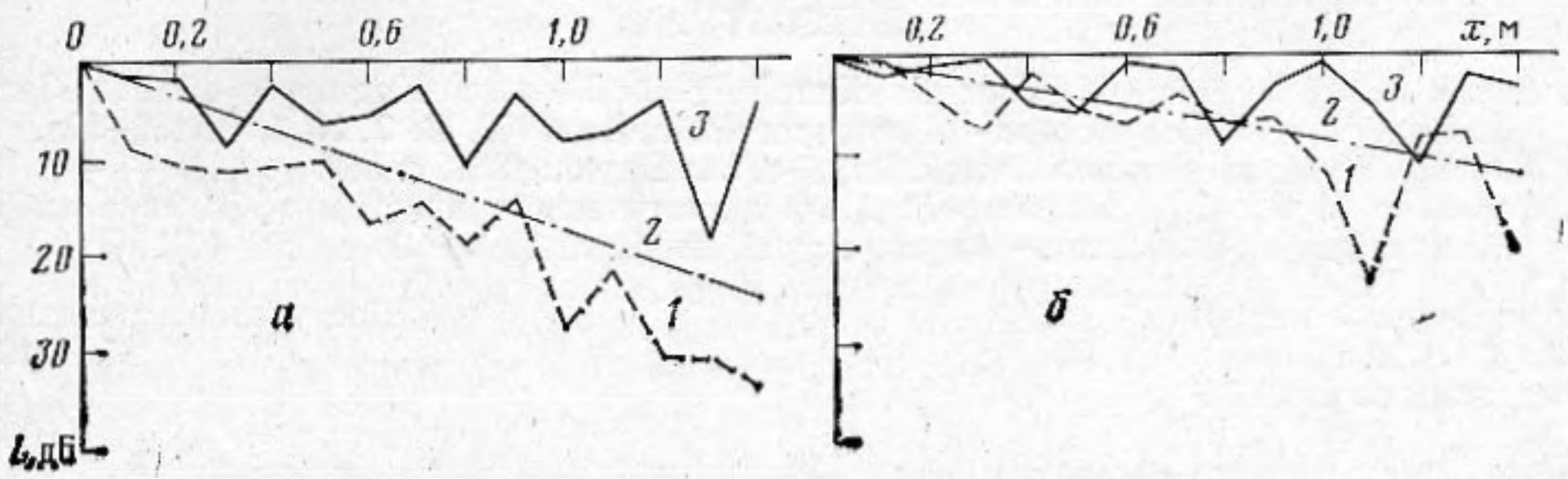
вофазного сложения волн усиливается по мере сокращения расстояния D_2 между участками D_1 (3). Вместе с тем минимальная протяженность D_2 участков стержня со сплошным покрытием должна быть достаточной для того, чтобы при прохождении вдоль них изгибной волны восстанавливалась синфазность деформации покрытия и стержня, нарушаемая на участках D_1. Как следует из работы [3], дистанция восстановления фазы деформации покрытия составляет порядка половины длины изгибной волны λ в стержне. Задавшись размером $D_2=\lambda/2$ на частоте противофазного сложения волн, становится возможным определить зависимость эффективности покрытия от количества n слоев на участках D_1. На фиг. 2 в качестве примера показаны результаты соответствующего расчета по формулам (3)÷(7) для полимерного покрытия ($E_2=10^9$ Па, $\rho_2=1{,}4\cdot10^3$ кг/м^3, $\eta_2=$



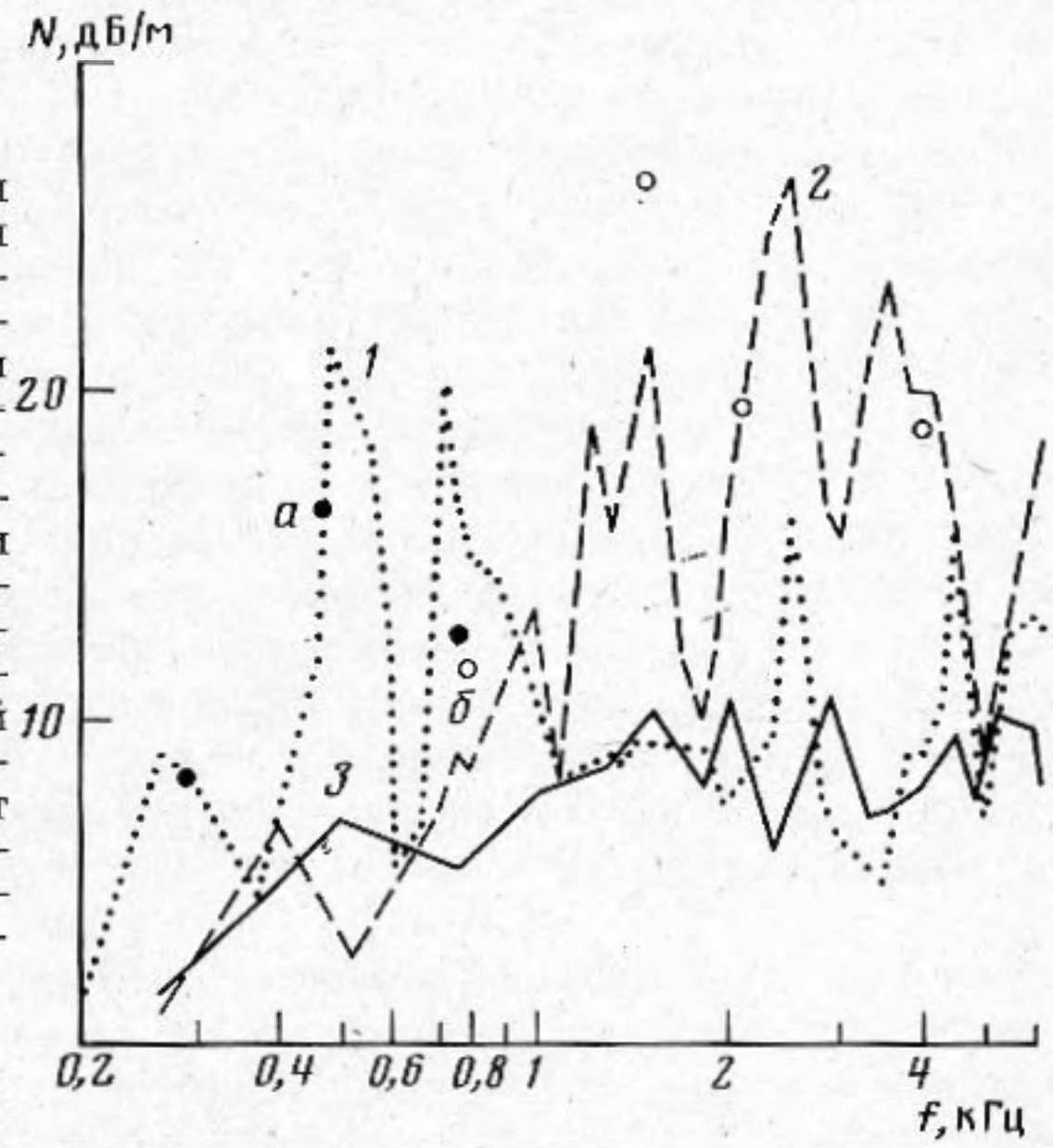
Фиг. 2. Зависимость составляющих γ_M, γ_F, γ_η постоянной затухания изгибной волны в стальном стержне с интерференционным покрытием от числа n слоев в разобщенной части покрытия D_1. Затухание обусловлено: *1*, *2* – противофазным изгибающим моментом и перерезывающей силой; *3*, *4* – поглощением энергии вибрации на частотах резонансов первой и второй изгибных форм колебания слоев покрытия; *5* – поглощением энергии вне резонансных частот слоев; *6* – сумма значений кривых *1*, *2*, *5* – постоянная затухания $\gamma_\Sigma=\gamma_M+\gamma_F+\gamma_\eta$ на частоте противофазного сложения волн. Кривые нормированы к постоянной затухания $\gamma_\eta{}^0=k_1\eta_\Sigma{}^0/4$ в стержне с однородным покрытием той же массы

$=0{,}4$) толщиной $h_2=0{,}03$ м, нанесенного на стальной стержень толщиной $h_1=0{,}01$ м. Частота противофазного сложения волн принята равной $f=$ $=500$ Гц, размер участков $D_2=\lambda/2=0{,}2$ м. Увеличение затухания при возрастании числа слоев объясняется более быстрым сокращением протяженности участков D_1 (приводящим к увеличению их количества на единице длины стержня) по сравнению с уменьшением жесткости покрытия вследствие разобщения на слои. При $n>2\div3$ эффективность покрытия на частоте противофазного сложения волн $f=500$ Гц становится весьма большой. Соответствующая постоянная затухания γ_Σ более чем вдвое превышает постоянную $\gamma_\eta{}^0$ в стержне с равномерным покрытием (кривая *6*). Поскольку при равномерном покрытии коэффициент потерь составляет $\eta_\Sigma{}^0\simeq0{,}2$, полученная величина γ_Σ эквивалентна коэффициенту потерь бо́льшему, чем в материале покрытия ($\eta_2=0{,}4$) и, следовательно, вообще не может быть достигнута за счет увеличения толщины равномерного покрытия. На частотах синфазного сложения изгибных волн, распространяющихся по стержню и покрытию, пространственное затухание определяется постоянной γ_η (кривая *5*). Величина этой постоянной несколько меньше, чем при однородном покрытии, поскольку потенциальная энергия деформации nW_2 суммы разобщенных слоев покрытия меньше энергии деформации сплошного покрытия, жестко скрепленного со стержнем. На частотах изгибных резонансов слоев покрытия затухание существенно больше, чем при равномерном покрытии (кривые *3*, *4*) благодаря увеличенной деформации покрытия. На всех характерных частотах эффективность покрытия нарастает почти до предельной при числе слоев $n=3\div4$ (кривые *3*–*6*). Дальнейшее увеличение n дает прибавку не более чем на 10÷15%. Аналогичный результат получается и при других параметрах покрытия. Учитывая это, целесообразно количество слоев $n=3\div4$ принять в качестве оптимального.

С целью определения правомерности использования предложенной модели интерференционного покрытия и метода расчета его эффективности проводился эксперимент. На стальные стержни размером 1,6×0,08 м² толщиной h_1=0,01 м наносилось покрытие с параметрами, приведенными в расчетном примере: $h_2=3\cdot10^{-2}$ м, n=3, D_1=0,18 м, D_2=0,2 м, а также аналогичное покрытие, настраиваемое на частоту противофазного сложения волн f'=1500 Гц: $D_1\approx D_2$=0,125 м. Колебания возбуждались на краю стержней, затухание изгибной волны вдоль стержня определялось по уменьше-



Фиг. 3. Затухание уровня L амплитуды изгибной волны вдоль стержня с покрытием: *а* – на частоте f=475 Гц, *1* – максимальная эффективность интерференционного покрытия, настраиваемого на частоту противофазного сложения волн f=500 Гц, N=21 дБ/м, η_Σ=0,15, *2* – соответствующий расчет, N=16,2 дБ/м, *3* – однородное покрытие, N=6,5 дБ/м, $\eta_\Sigma{}^0$=0,19, *б* – аналогичные кривые на частоте f_1=275 Гц резонанса первой формы колебания слоев того же интерференционного покрытия: *1* – N=9,5 дБ/м, η_Σ=0,25, *2* – N=8,2; *3* – N=4,5 дБ/м, $\eta_\Sigma{}^0$=0,17, η_Σ и $\eta_\Sigma{}^0$ – измеренный коэффициент потерь при интерференционном и однородном покрытиях



Фиг. 4. Частотные характеристики величины N погонного затухания изгибной волны в стержне с вибропоглощающим покрытием: *1*, *2* – интерференционным, настраиваемым на частоту противофазного сложения волн [Гц] f=500 и f'=1500, *3* – однородным. Максимумы на частотах f_1'=275, f_2=730 (кривая *1*) и f_1'=950, f_2'=2500 и f_3'=4000 (кривая *2*) образовались вследствие усиленного поглощения энергии вибрации на резонансах первой, второй и третьей форм изгибных колебаний слоев покрытия. *а* – Расчет максимальной эффективности интерференционного покрытия, настроенного на частоту f=500, *б* – на частоту f'=1500

нию ее амплитуды, измеренной в 16 равноудаленных точках стержня. Измерения проводились в диапазоне 200÷10 000 Гц на дискретных частотах, отстоящих друг от друга через Δf=25 Гц. Одновременно на ряде частот определялась величина коэффициента потерь. Для сравнения затухание и коэффициенты потерь измерялись на стержнях с равномерным покрытием той же толщины (массы).

На фиг. 3, *а*, *б* приведен пример экспериментального распределения уровня амплитуды L вдоль стержня на частотах максимальной эффективности интерференционного покрытия и соответствующий расчет по формулам (6)÷(8). Указанная величина погонного затухания уровня амплитуды N дБ/м определена по наклону прямых, усредняющих экспериментальные данные.

На фиг. 4 представлены экспериментальные частотные характеристики эффективности покрытия и соответствующий расчет по формулам (3),

(6)÷(8). Максимальное погонное затухание при интерференционном покрытии на 8÷17 дБ/м больше, чем при однородном. Между максимумами затухание приблизительно такое же, как и в случае однородного покрытия. Среднее по частоте в диапазоне от f_1 до $f_3 \div f_4$ больше на 7÷12 дБ/м по сравнению с однородным покрытием. Расчет и эксперимент совпадают удовлетворительно. Таким образом, в области низких и средних частот эффективность интерференционного вибропоглощающего покрытия существенно выше по сравнению с однородным покрытием той же массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Oberst H., Frankenfeld K.* Uber die dämpfung der Biegeschwingungen dünner Bleche durch Fest haftende Belage.– Akustische Beihefte, 1952, B. 2, № 4, S. 181–194.
2. *Бабаков И. М.* Теория колебаний. Изд 3-е. М.: Наука, 1968, с. 549.
3. *Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д.* О динамическом краевом эффекте в вибропоглощающем покрытии.– Акуст. журн., 1984, т. 23, № 3, с. 368–372.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27.IV.1984