

УДК 534.2:532

О ГЕНЕРАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ОБЪЕМНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛО ВЫДЕЛЕНИЯ

Федорченко А. Т.

Проведено численное исследование двумерных нелинейных волновых структур в окрестности неподвижной зоны объемного тепловыделения, локализованной в сверхзвуковом потоке. Получены приближенные формулы для параметров течения на центральной линии тока, пересекающей зону тепловыделения.

Важный и пока еще малоизученный класс нелинейных задач возникает при исследовании интенсивных волн, генерируемых в газовых потоках вблизи зоны объемного поглощения направленного излучения. Уровень современных методов вычислительного эксперимента позволяет решать подобные задачи достаточно общего вида, существенно расширяя и дополняя результаты, полученные на основе линейных [1-3] и слабонелинейных [2, 4] моделей.

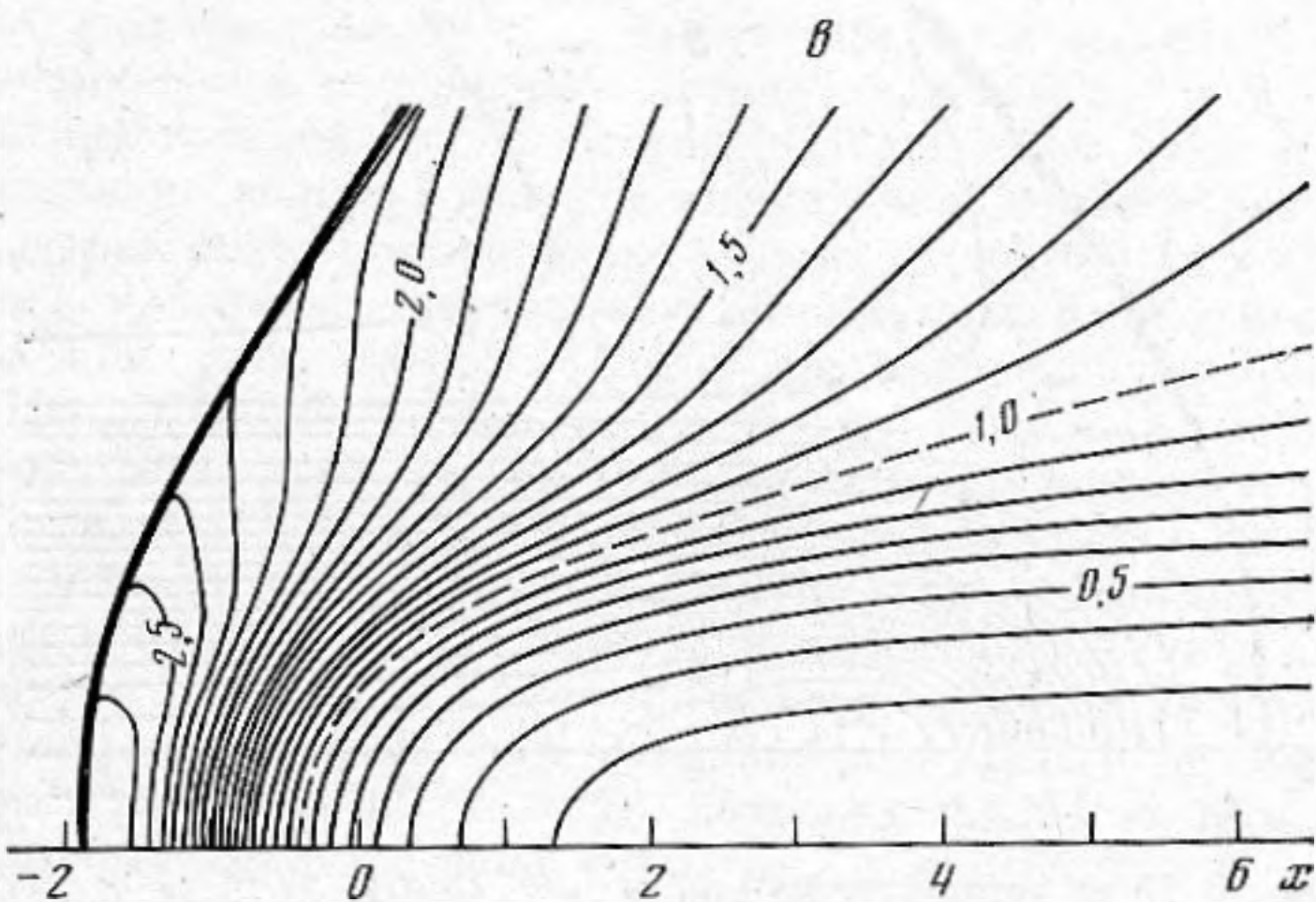
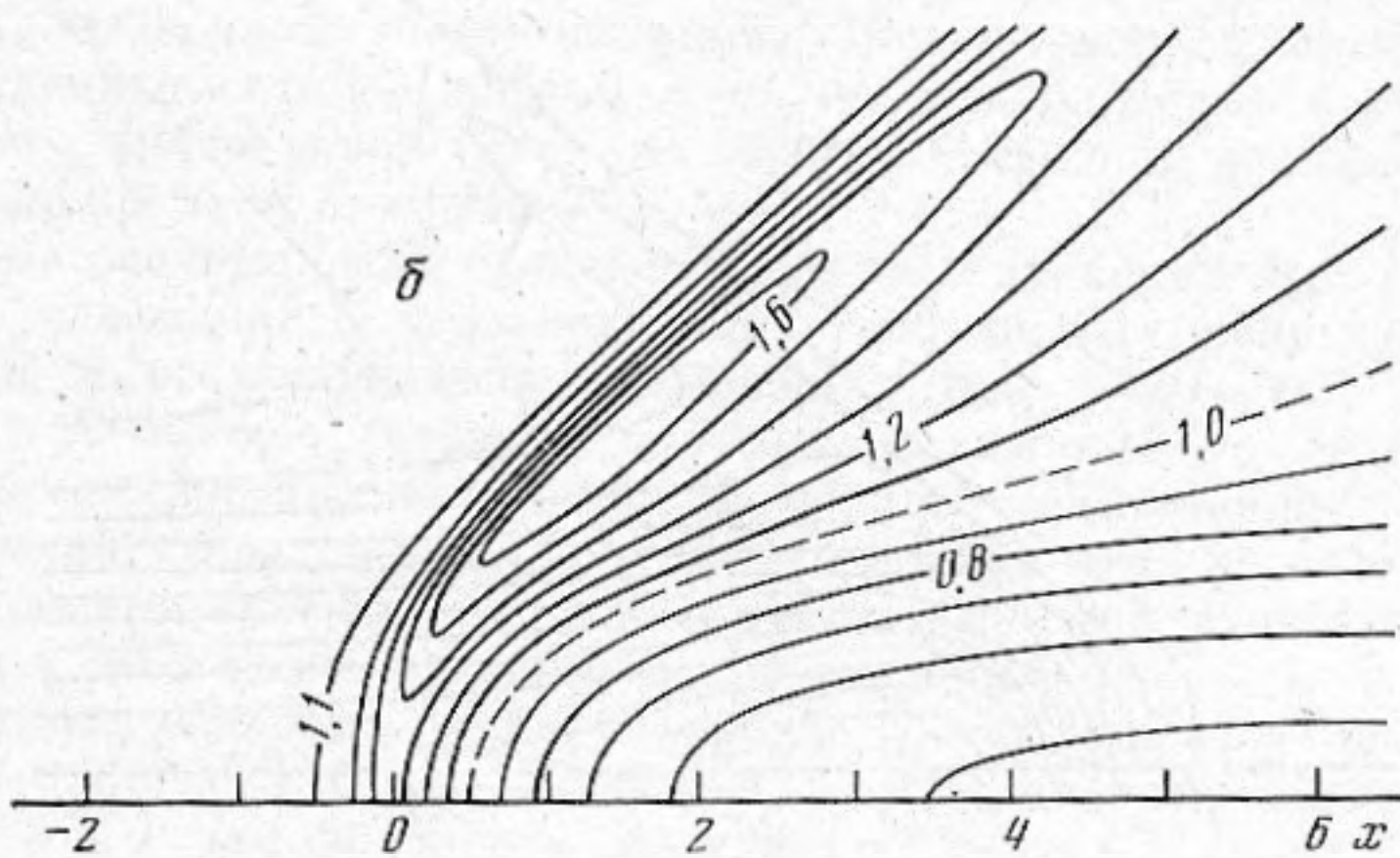
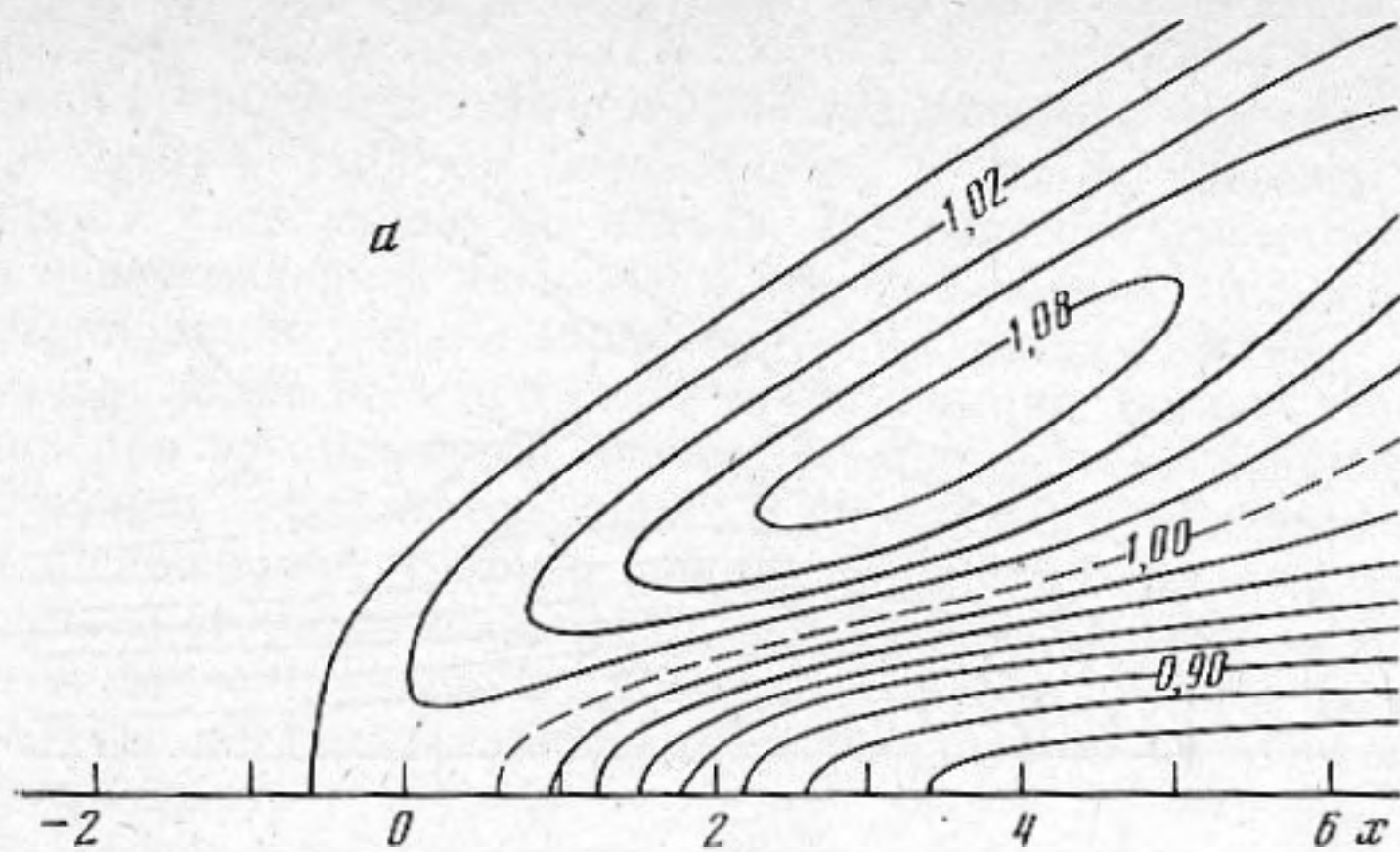
В работе [5] численно моделировались двумерные волновые процессы, развивающиеся в окрестности неподвижной зоны объемного тепловыделения при различных скоростях набегающего газового потока. При этом рассматривались ограниченные во времени импульсы тепловыделения, для которых были отмечены некоторые оптимальные режимы генерации нелинейных волн.

В данной работе с помощью численных и аналитических методов изучаются двумерные нелинейные волновые структуры, формирующиеся в газовом потоке вблизи неподвижной зоны с гауссовым распределением интенсивности поглощаемого излучения. В отличие от работы [5], амплитуда интенсивности излучения в течение конечного интервала времени τ монотонно возрастает от нуля до заданной величины I_0 , оставаясь далее неизменной. При этом рассмотрен достаточно широкий диапазон чисел Маха набегающего потока $M_\infty > 1$ и характерных уровней тепловыделения. Основная цель исследований состояла в анализе различных условий возбуждения нелинейных волн, приводящих при $t \gg \tau$ к стационарным распределениям параметров вблизи зоны поглощения. Случай $M_\infty \leq 1$, как показано в работах [4, 5], определяет нестационарную картину нелинейного процесса, при которой не обеспечивается энергетическая подкачка волны сжатия, непрерывно движущейся против потока. Предложена также нелинейная модель стационарного квазиодномерного течения вблизи осевой линии тока, проходящей через центр зоны тепловыделения. С помощью этой модели найдена приближенная связь между M_∞ и характерным уровнем тепловыделения, обеспечивающая критические (или «резонансные») условия генерации волн, когда точно в центре зоны поглощения (на оси луча) на гребне волны сжатия достигается критическая скорость потока и минимум числа M .

Волновые процессы численно моделируются в прямоугольной области $G\{x_1 < x < x_2, 0 < y < y_2, x_1 < 0, x_2 > 0\}$ в декартовой системе координат, связанной с неподвижной осью луча (Oz) нормальной плоскости течения.

Запишем исходную систему уравнений газовой динамики:

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + (\nabla, \mathbf{U}) &= 0, \\ \partial \mathbf{U} / \partial t + (\mathbf{U}, \nabla) \mathbf{u} + \mathbf{u} (\nabla, \mathbf{U}) + \nabla p &= 0, \\ \partial E / \partial t + \nabla [\mathbf{u} (E + p)] &= Q \rho I, \end{aligned} \quad (1)$$

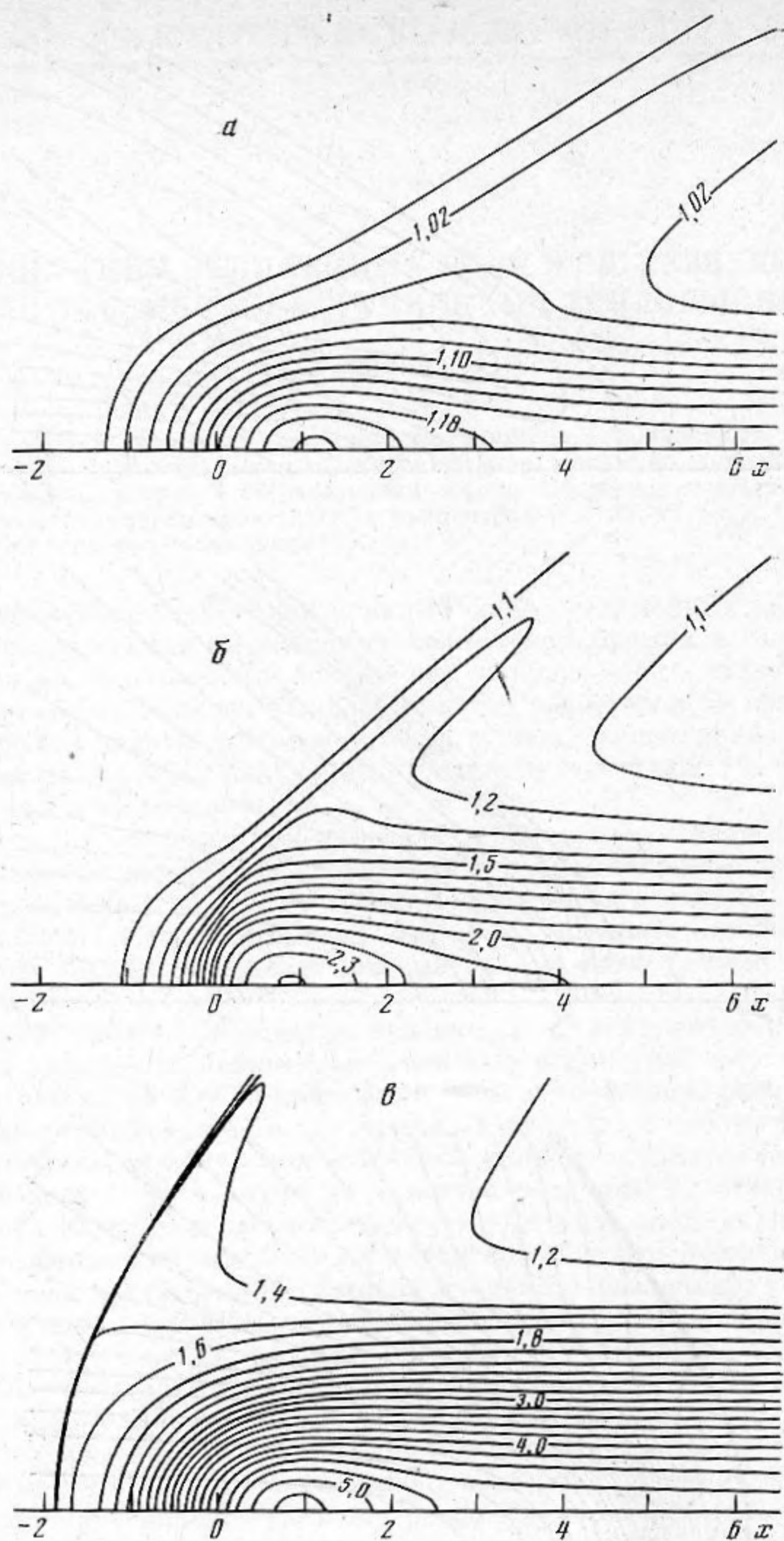


Фиг. 1. Поля плотности при $M_\infty=2$, $Q=0,5; 3; 10$ (а, б, в)

$$p = \rho T / \gamma, \quad E = \rho (e + u^2 / 2), \quad e = T / \gamma (\gamma - 1), \quad \nabla = \{ \partial / \partial x, \partial / \partial y \},$$

$$U = \rho u, \quad u = \{ u, v \}, \quad Q = \alpha_{m0} r_0 I_0 / (\rho_0 c_0^3).$$

Безразмерные значения координат x, y компонент скорости u, v , времени t , плотности ρ , давления p , температуры T , внутренней энергии e , интенсивности излучения I выражены соответственно в единицах $r_0, c_0, r_0/c_0, \rho_0, \rho_0 c_0^2, T_0, c_0^2, I_0$. Здесь r_0 — характерный радиус луча; ρ_0, T_0 — параметры невозмущенного потока, $c_0(T_0)$ — адиабатическая скорость звука, α_{m0} — характерная величина массового коэффициента поглощения



Фиг. 2. Поля температуры при $M_\infty=2$, $Q=0,5$; 3; 10 (а, б, в)

($\alpha_{\text{то}r_0} \ll 1$), I_0 — максимальная интенсивность излучения, γ — показатель адиабаты.

Основное отличие системы (1) от используемой в работе [5] заключается в том, что здесь практически постоянной величиной является массовый коэффициент поглощения, а не объемный, как в [5]. При значительных изменениях плотности в зоне поглощения это различие может оказаться принципиальным.

В представленных ниже численных решениях для $t > 0$ было задано $I = gf$, где $g = \exp(-x^2 - y^2)$, $f = 1 - \exp(-t/\tau)$, $\tau = 0,5$. Тогда эффективную протяженность зоны тепловыделения можно оценить радиусом $r_e \approx 2$ ($g(r_e) \approx 0,02$). Размеры области G выбраны следующим образом: $x_1 = -4$,

$x_2=y_2=8$. Во всех расчетах $\gamma=1,4$. При $t=0$ во всей области G задано $u=M_\infty, v=0, T=\rho=1$.

На нижней границе области ($y=0$) использовались условия симметрии: $v=0, \partial u/\partial y=\partial p/\partial y=\partial T/\partial y=0$. Слева ($x=x_1, 0<y<y_2$) заданы параметры невозмущенного сверхзвукового потока. На верхней границе величины u, v, p, T пересчитывались на каждом временном шаге путем пространственной экстраполяции вдоль характеристики $dy/dx=[M^2-1]^{-1/2}$, где M — локальное число Маха вблизи данной точки границы (разумеется, это корректно лишь при установлении квазистационарного сверхзвукового режима течения вблизи верхней границы). В случаях, когда верхнюю границу пересекала интенсивная ударная волна, параметры на границе вблизи фронта волны экстраполировались вдоль вектора $\mathbf{k}(\beta=\text{arctg}(k_y/k_x))$ — локальный угол наклона ударной волны). На правой границе ($x=x_2, 0<y<y_2$) параметры квазипараллельного сверхзвукового потока экстраполировались вдоль Ox .

Для численного интегрирования системы (1) применялась разностная схема [6] типа «предиктор — корректор» со вторым порядком центральной пространственной аппроксимации. Использовались неравномерные пространственные сетки с шагами $h_x=h_y=0,1$ в окрестности зоны поглощения. Всего число узлов сетки по области G было в диапазоне 3000—4000. Шаг по времени $h_t \approx 0,01 \div 0,02$.

Основные расчеты были проведены для двух значений M_∞ : 1,5 и 2 при различных величинах Q . Установление стационарных режимов течения в области G во всех вариантах наблюдалось при $t \geq 20 \div 30$. Разумеется, вне области G процесс существенно нестационарный по крайней мере в зонах характеристического влияния области поглощения. Общий же характер развития волновых процессов вблизи оси луча в начальный промежуток времени $t \leq 5$ имел сходство с аналогичными явлениями, исследованными в режиме импульсного тепловыделения.

Рассмотрим подробно установившиеся ($t \geq 30$) режимы течения при $M_\infty=2$ ($Q=0,5; 1,5; 3; 6; 10$). На фиг. 1, 2 приведены картины стационарных полей ρ и T для фрагмента области $\{-2,5 < x < 6,5; 0 < y < 5\}$, наглядно отражающие изменение характера течения с ростом Q .

При $Q=0,5$ интенсивности тепловыделения, а следовательно, и степени внешнего возмущения однородного потока недостаточно для формирования фронта интенсивной волны сжатия. Наблюдается относительно слабая «размазанная» волна, в которой максимум плотности достигается не на оси симметрии потока, а несколько выше ($\rho_{\max} \approx 1,09$ при $x \approx 3,5; y \approx 2,5$). Тем не менее максимумы давления и температуры имеют место на $y=0$ ($\gamma p_{\max} \approx 1,18$ при $y=0, x \approx 0,7$). Поток сверхзвуковой во всей области G ($M_{\min} \approx 1,75$).

При $Q=3$ формируется уже достаточно интенсивная волна сжатия с $\rho_{\max} \approx 1,7$ при $x \approx 1,3, y \approx 2,3$. Перемещение максимума плотности вверх по фронту волны от линии $y=0$ в вариантах с $Q \leq 3$ объясняется «прогревом» переднего фронта волны, который лежит практически в центре зоны тепловыделения. В варианте с $Q=3$ поток сверхзвуковой во всей области G за исключением небольшой зоны локально-дозвукового потока (с характерными размерами $L_x \approx 0,8; L_y \approx 0,6$) непосредственно за волной сжатия. В осевых распределениях (вдоль $y=0$) ρ_{\max} и p_{\max} близки к точке $x=0$. Таким образом, данное число $Q=3$ близко (с некоторым превышением) к «критической» величине Q_* , когда максимум в осевых распределениях ρ наблюдается вблизи $x=0$, а локально-дозвуковая зона за волной сжатия вырождается в точку $x \approx y \approx 0$, где $M=M_{\min}=1$.

При $Q=10$ в результате достаточно быстрой нелинейной эволюции волны сжатия образуется интенсивная ударная волна, передний фронт которой практически выходит из зоны тепловыделения. Перепады p, ρ, T, u, M в центральной точке ударной волны ($x \approx -1,9; y=0$) определяются только величинами M_∞, γ , причем здесь достигаются абсолютные максимумы p, ρ по всей области G . За ударной волной наблюдается значительная зона дозвукового течения, имеющая вдоль $y=0$ размеры $-1,9 \leq x \leq 0,8$, а вдоль ударной волны простирающаяся до $y \approx 2,6$.

По результатам решений с $M_\infty=2$ на фиг. 3 представлены как функции Q следующие величины: $\gamma p_m, \rho_m, T_m, M_m$ — максимальные значения давления, плотности, температуры, минимальные числа Маха в осевых распределениях, т. е. вдоль $y=0$ (соответственно кривые 1–4); l_p, l_r, l_M — положения указанных экстремумов ρ_m, p_m, M_m на оси $y=0$ (кривые 5–7). Положение T_{\max} выражено достаточно слабо ($l_T \approx 1$), так как тепловой след во всех вариантах при $x \geq 1$ характеризуется весьма малыми величинами $|\partial T/\partial x|$. Видно, что значения параметров на кривых 1, 2, 4 при $Q=10$ близки к величинам $\gamma p_s \approx 4,5$; $\rho_s \approx 2,67$; $M_s \approx 0,57$, вычисленным для одномерного потока за прямым скачком при $M_\infty=2, \gamma=1,4$. Кривая l_p при $Q \leq 6$ лежит несколько выше кривой l_r ($l_p \approx 0$ при $Q \leq 2,6$) по причине того, что $\partial T/\partial x > 0$ при $y=0, l_p \leq x \leq l_r$.

По кривым фиг. 3 можно с достаточной точностью графически определить критическое (или «резонансное») число $Q_*(M_\infty) \approx 2,7$, отмеченное штриховой линией, при котором $M_m=1, l_M \approx l_p \approx 0$. Аналогичные условия для импульсного возбуждения волн при $M_\infty > 1$ были также отмечены в работе [5]. По результатам расчетов можно оценить величину $Q_s \approx 3Q_*$, при которой формируется разрывной фронт ударной волны, пересекающий ось $y=0$ вблизи $x \approx -r_e \approx 2$.

В серии расчетов с $M_\infty=1,5$ общий характер развития волновых процессов с ростом Q был аналогичным, хотя амплитуды основных параметров p_m, ρ_m, T_m были, естественно, ниже. При этом найдено $Q_s \approx 0,8$ и аналогично можно было считать $Q_s \approx 3Q_*$.

Заметим, что во всех вариантах с $Q \leq Q_*(M_\infty)$ расходимость линий тока вблизи оси $y=0$ весьма мала при $x \leq 0$ ($\rho u/M_\infty \approx 0,9 \div 1$ при $x=y=0$). Далее, при $x > 0$ одновременно с продолжающимся подводом тепла наблюдается заметное увеличение поперечной компоненты скорости $v > 0$. Начиная с $x \approx 2$ расширение потока с монотонным уменьшением давления до $p_a=1/\gamma$ происходит в рамках адиабатического процесса. В вариантах с $Q \geq Q_s$ поток за ударной волной при $r \leq r_e$ существенно двумерный (в пределах этой зоны отношение $|v/u|$ достигает максимальных величин порядка 0,5 для $M_\infty=2, Q=10$).

Учитывая приведенные результаты двумерных численных решений, попытаемся оценить некоторые характеристики исследуемых процессов, по крайней мере для $Q \leq Q_*$, на основе использования теории квазиодномерных стационарных течений идеального газа применительно к центральной симметричной струе (вблизи $y=0$) с малым поперечным сечением $\sigma(x) \ll 1$ и $|v/u| \ll 1$.

Вдоль этой струи можно записать известное соотношение (см. [7]), характеризующее воздействие эффектов изменения сечения струи и тепловыделения на локальное число Маха

$$\left[\frac{2(M^2-1)}{M} \right] \frac{dM}{dx} = \left[\frac{2+M^2(\gamma-1)}{\sigma} \right] \frac{d\sigma}{dx} - \left[\frac{(1+\gamma M^2)(\gamma-1)}{T} \right] \frac{dJ_0}{dx}, \quad (2)$$

$$J_0 = T/(\gamma-1) + u^2/2, \quad dJ_0/dx = Qg(x, 0)/u, \quad \rho u \sigma = \text{const} = m.$$

Аналогичные соотношения, которые выводятся из общих законов сохранения потоков массы, импульса и энергии, можно выписать и для $d\rho/dx, dp/dx, dT/dx, du/dx$. Здесь и далее полагаем, что поперек струи параметры постоянны, в том числе $g(x, y) \approx g(x, 0)$ при $|y| \leq \sigma/2$. Из этих соотношений видно, что эффект расширения струи вносит вклад, по знаку обратный эффекту теплоподвода. Вообще говоря, только совместный учет этих двух эффектов позволяет моделировать непрерывный переход через скорость звука в приосевой струе.

Для вариантов задачи с $Q \leq Q_*(M_\infty)$ (когда $M \geq 1$ при $x \leq 0$) предположим, что торможение сверхзвукового потока на участке $-\infty < x < 0$ осуществляется в основном за счет тепловыделения (т. е. при $\sigma \approx \text{const}$); эффект расширения струи может играть существенную (а иногда и доминирующую) роль, лишь начиная с сечения $x=0$, где $g(x, 0) = g_{\max} = 1$. Это предположение с удовлетворительной точностью подтверждается серией

двумерных расчетов. Заметим, что для $Q=Q_*$ в точке $x=0$, где $M=1$, локальная величина суммарного воздействия двух эффектов равна нулю; тем не менее это не противоречит высказанному предположению о доминирующем интегральном вкладе эффекта тепловыделения на участке $(-\infty, 0)$.

Таким образом, рассмотрим далее участок струи $x \leq 0$ с $M \geq 1$, для которого примем $\sigma \approx \text{const}$. Тогда соотношения

$$\rho u = M_\infty, \quad p + \rho u^2 = (1 + \gamma M_\infty^2) / \gamma, \quad p = \rho T / \gamma, \quad (3)$$

$$\left(\frac{M_\infty}{\rho} \right) \frac{d}{dx} \left[\frac{T}{\gamma - 1} + \frac{u^2}{2} \right] = Qg(x, 0) \quad (4)$$

позволяют определить однозначную зависимость M, u, ρ, p, T от x . Из соотношений (3) легко получить формулы

$$\rho = \frac{M_\infty^2 (1 + \gamma M^2)}{M^2 (1 + \gamma M_\infty^2)}, \quad T = \frac{M^2 (1 + \gamma M_\infty^2)^2}{M_\infty^2 (1 + \gamma M^2)^2}, \quad u = \frac{M_\infty}{\rho}. \quad (5)$$

Положив $M=1$ в формулах (5), можно сразу найти критические значения параметров $\rho_*, T_*, p_*, u_*=c_*$, которые достигаются в сечении $x=0$ при $Q_*=Q_*(M_\infty)$ (однако величина Q_* пока еще неизвестна).

Подставим выражения (5) в (2), используя в качестве основного параметра величину M . Затем, отбрасывая член с $d\sigma/dx$, проинтегрируем соотношение (2) от $-\infty$ до некоторого сечения $x \leq 0$:

$$A \int_{M_\infty}^M \frac{M^3 (1 - M^2) dM}{[1 + \gamma M^2]^4} = Q\Psi(x),$$

$$A = \frac{2(1 + \gamma M_\infty^2)^3}{M_\infty^3 (\gamma - 1)}, \quad \Psi(x) = \int_{-\infty}^x g(x, 0) dx.$$

В результате интегрирования найдем

$$A (2\gamma^3)^{-1} [F(\gamma M^2) - F(\gamma M_\infty^2)] = Q\Psi(x), \quad (6)$$

$$\text{где } F(\xi) = \frac{\gamma + 1}{3(1 + \xi)^3} + \frac{\gamma + 2}{2(1 + \xi)^2} + \frac{1}{1 + \xi}.$$

Используя в качестве основного параметра величину u , аналогичным образом можно вывести формулу

$$\Phi(u) - \Phi(M_\infty) = Q\Psi(x), \quad (7)$$

где

$$\Phi(\xi) = \frac{(1 + \gamma M_\infty^2) \xi^2}{2M_\infty (\gamma - 1)} - \frac{(\gamma + 1) \xi^3}{3(\gamma - 1)}.$$

Получить из выражений (6) или (7) явные формулы для $M(x), u(x), \dots$ достаточно сложно, если вообще возможно. Однако M, u, ρ, p находятся из (6), (7) с помощью простейших вычислительных алгоритмов.

Из формулы (6) нетрудно оценить величину $Q_*(\gamma, M_\infty)$:

$$Q_* = A [F(\gamma) - F(\gamma M_\infty^2)] [2\gamma^3 \Psi(0)]^{-1}. \quad (8)$$

Заметим, что, пренебрегая, $d\sigma/dx > 0$ (или $d(\rho u)/dx < 0$) в зоне поглощения при $x < 0$, получаем несколько заниженные значения Q_* . Например, при $\gamma = 1,4$, $g(x, 0) = \exp(-x^2)$ из выражения (8) имеем $Q_* \approx 2,4$ для $M_\infty = 2$ и $Q_* \approx 0,57$ для $M_\infty = 1,5$. Полученные в двумерных расчетах $Q_* \approx 2,7$ и $Q_* \approx 0,8$ менее чем на 30% превышают эти значения.

Используя найденную зависимость $Q_*(M_\infty)$, уравнение неразрывности $(\sigma^{-1} d\sigma/dx + (\rho u)^{-1} d(\rho u)/dx = 0)$ и соотношение (2), можно оценить «сте-

пень расширения» центральной струи вблизи $y=x=0$ (где $M=1$):

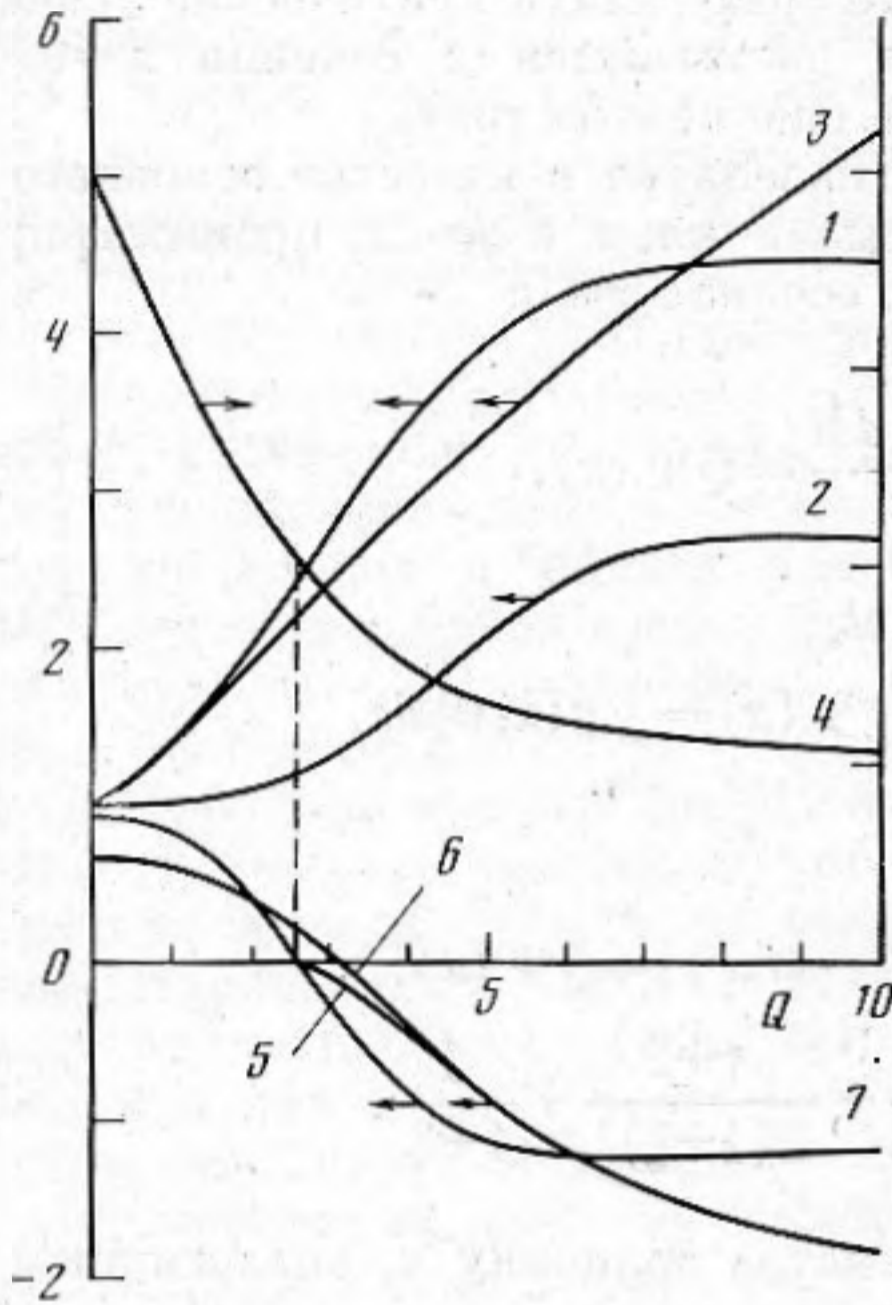
$$\frac{m}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dx} \approx \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Big|_0 \approx - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Big|_0 \approx \frac{(\gamma-1)Q \cdot \rho}{T} > 0. \quad (9)$$

Согласно выражениям (5), (9) для $M_\infty=2$, получим $-\partial(\rho u)/\partial x \approx 0,8$, что близко к величине $-\partial(\rho u)/\partial x \approx 0,7$ для $x=y=0$ из двумерного расчета с $Q=3$, $M_\infty=2$.

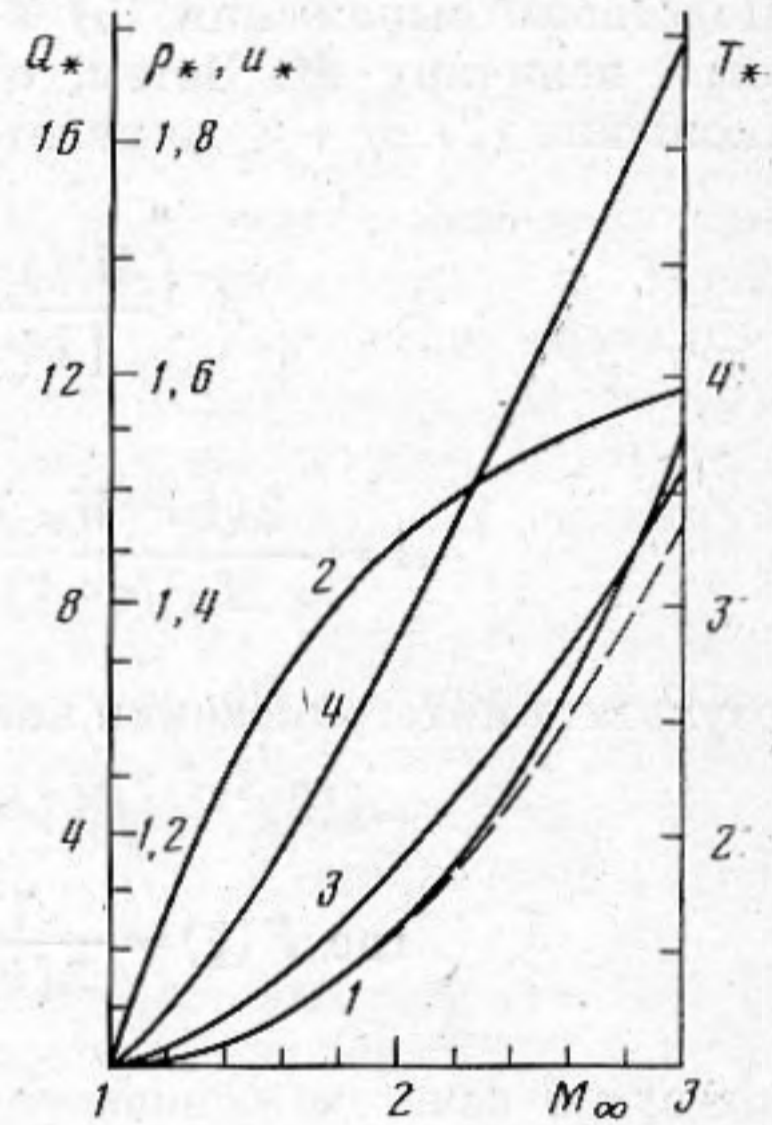
Разложим правую часть выражения (8) в ряд Тейлора для малых $\varepsilon = M_\infty - 1 > 0$. Тогда приближенная формула для Q_* , соответствующая первому члену разложения, имеет вид

$$Q_*^0 \approx \frac{2(M_\infty - 1)^2}{(\gamma^2 - 1) \Psi(0)}. \quad (10)$$

На фиг. 4 кривыми 1-4 представлены зависимости Q_* , ρ_* , T_* , u_* от M_∞ , рассчитанные по формулам (5), (8) для $\gamma=1,4$; $g(x, 0) = \exp(-x^2)$. Штриховой кривой показана зависимость $Q_*^0(M_\infty)$ из (10). Оказывается относительные отличия Q_* от Q_*^0 для $\gamma=1,4$ не превосходят 15% вплоть до



Фиг. 3



Фиг. 4

$M_\infty=3$. Даже при $M_\infty=4$, $Q_*^0 \approx 21$, $Q_* \approx 28,7$, т. е. различие не выходит за рамки средней точности модели. Величины ρ_* , T_* , u_* при $M_\infty=1,5$; 2 близки (с относительной разностью, не превышающей 20%) к соответствующим значениям ρ , T , u вблизи $x=y=0$, полученным в вариантах двумерных расчетов $\{M_\infty=2, Q=3\}$, $\{M_\infty=1,5; Q=0,75\}$.

При $Q < Q_*(M_\infty)$ оценки по формулам (5) - (7) также удовлетворительно согласовывались с результатами двумерных расчетов при $M_\infty=1,5$ и 2 для $y=0$, $x \leq 0$. Например, для $M_\infty=2$, $Q=1,5$ из (6) найдем, что $M \approx 1,48$ при $x=0$; в аналогичном двумерном расчете получено, что $M \approx 1,52$ при $x=y=0$. Однако при $x \geq 1$ согласия одномерных оценок и двумерных расчетов, как правило, не наблюдалось даже для $Q < Q_*$, что указывает на существенно двумерный характер течения в зоне $x > 0$.

Таким образом, можно сделать вывод, что формулы (5) - (7) позволяют оценить распределения основных параметров стационарного течения вдоль $y=0$ для $x \leq 0$ при любых заданных числах $M_\infty > 1$ и $Q \leq Q_*(M_\infty)$.

В заключение отметим, что на основе полученных результатов можно оценить экстремальные величины осевых распределений M_m , ρ_m , p_m , T_m .

для произвольных значений $M_\infty > 1$, $Q \ll Q_s$. Действительно, из двумерных расчетов (см. фиг. 3) следует, что эти величины монотонно зависят от Q при $M_\infty = \text{const} > 1$. Рассматривая M_m , ρ_m , p_m , T_m как функции M_∞ и q , где $q = Q/Q_s$ (при заданных $g(x, y)$, γ), можем выделить для них ряд характерных условий.

При $q=0$: $M_m = M_\infty$, $\rho_m = 1$, $\gamma p_m = 1$, $T_m = 1$. Кроме того, из двумерных расчетов можно сделать вывод, что $\partial \rho_m / \partial q \rightarrow 0$ при $q \rightarrow 0$. Тогда с учетом выражений (3), (4) при $q \ll 1$ для центральной линии тока можно положить $T_m \approx 1 + bQ(\gamma - 1)\Psi(1)/M_\infty$, $b = O(1)$. Это соотношение можно использовать для оценок T_m при $q \ll q_s$, как видно из фиг. 3. Во всех вариантах двумерных расчетов значения T_m , соответствующие абсолютным максимумам по области G , наблюдались при $y=0$; $x \approx 0,9 \div 1,2$; $b \approx 1,3 \div 1,4$; $T(x=y=0) \approx (0,8 \div 0,9) T_m$.

При $q=1$: $M_m = 1$, $\rho_m \approx \rho_*$, $p_m \approx p_*$. При $q \geq 3$: $M_m \approx M_s$, $\rho_m \approx \rho_s$, $p_m \approx p_s$, $\partial M_m / \partial q \approx 0$, $\partial \rho_m / \partial q \approx 0$, $\partial p_m / \partial q \approx 0$. Здесь M_s , ρ_s , p_s обозначают параметры за нормальной ударной волной, которые (см. [7]) зависят только от γ , M_∞ :

$$\gamma p_s = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_\infty^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}, \quad \rho_s = \frac{(\gamma+1) M_\infty^2}{(\gamma-1) M_\infty^2 + 2},$$

$$\left[\frac{\gamma-1}{2} + \frac{1}{M_\infty^2} \right] \left[\frac{\gamma-1}{2} + \frac{1}{M_s^2} \right] = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^2.$$

Перечисленных условий вместе с формулами $Q_*(M_\infty)$, $\rho_*(M_\infty)$, $p_*(M_\infty)$, $T_*(M_\infty)$ вполне достаточно для оценки величин ρ_m , p_m , T_m , M_m в широком диапазоне значений Q , $M_\infty > 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ellinwood J. W., Mirels H.* Density perturbations in transonic sluing laser beams.— *Appl. Optics*, 1975, vol. 14, № 9, p. 2238–2242.
2. *Wallace J., Pasciak J.* Thermal blooming of rapidly moving laser beam.— *Appl. Optics*, 1976, v. 15, № 1, p. 218–222.
3. *Белокопъ В. А., Руденко О. В., Хохлов Р. В.* Аэродинамические явления при сверхзвуковом обтекании лазерного луча.— *Акуст. журн.*, 1977, т. 23, № 4, с. 632–634.
4. *Карабугов А. А., Руденко О. В.* Нелинейные плоские волны, возбуждаемые объемными источниками в движущейся с трансзвуковой скоростью среде.— *Акуст. журн.*, 1979, т. 25, № 4, с. 536–542.
5. *Федорченко А. Т.* Двумерные нелинейные волновые процессы при импульсном локальном тепловыделении в газовом потоке.— *Акуст. журн.*, 1981, т. 27, № 4, с. 595–604.
6. *Федорченко А. Т.* О методике численного исследования нестационарных дозвуковых течений вязкого газа в каналах.— *Журнал выч. матем. и мат. физики*, 1981, т. 21, № 5, с. 1215–1232.
7. *Основы газовой динамики/Под ред. Эммонса Г.* Изд-во иностр. лит., 1963.

Московский
Физико-технический
институт

Поступила в редакцию
17.IV.1985