

УДК 534.222.221.373

СИНХРОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ
АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С ТЕПЛОВЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

Гусев В. Э.

Предложена простейшая модель описания начального этапа взаимодействия регулярных акустических волн конечной амплитуды с пространственно-модулированными фононными полями (тепловыми импульсами). Исследованы процессы формирования когерентной волны при распространении тепловых импульсов, укрупнения фронта теплового импульса, самовоздействия регулярного импульса в потоке фононов, а также пространственно-временная перегруппировка фононов в поле когерентной волны.

В последние годы все большее внимание исследователей привлекает изучение процессов нестационарной фононной теплопроводности [1]. Традиционно для описания пространственно-временной эволюции неравновесных фононных полей используют кинетические уравнения в такой форме, которая не учитывает возможности распространения в кристалле регулярных волн деформации [2, 3]. Однако в ряде случаев рассмотрение взаимодействия тепловых импульсов с волнами деформации может оказаться необходимым. С одной стороны, при поглощении оптического излучения в кристаллах могут одновременно возбуждаться и когерентные акустические импульсы и неравновесные фононы. Такая ситуация характерна для полупроводников, поглощающих кванты света с энергией, превышающей ширину запрещенной зоны [4]. Действительно, при изменении концентрации электронно-дырочных пар кристаллическая решетка деформируется во всем объеме фотовозбуждения (регулярная деформация) [5]; при релаксации неравновесных носителей к дну зоны, в процессе безызлучательной электронно-дырочной рекомбинации, а также непосредственно при непрямым оптических переходах рождаются неравновесные фононы [4]. С другой стороны, как показано в работах [6, 7], взаимодействие фононов может приводить к возникновению регулярных деформаций решетки, а непосредственно в процессе распространения тепловых импульсов продольной акустической моды происходит синхронное возбуждение волн деформации.

Оценки показывают, что в типичных низкотемпературных экспериментах в кристаллах могут возбуждаться импульсы с характерными акустическими числами Маха порядка 10^{-3} [8]. Возможность формирования солитонов при нелинейном самовоздействии столь интенсивных акустических волн обсуждалась в [9], однако их взаимодействие с полем неравновесных фононов не учитывалось. В работе [10] предсказана возможность формирования последовательности тепловых импульсов в поле интенсивной регулярной гармонической волны, однако указано, что полученные решения несправедливы, если волна накачки может генерировать гармоники. Дело в том, что длина образования фронта в регулярной волне того же порядка, что и длина группировки фононов. В связи с вышеизложенным представляется целесообразным построение модели описания взаимодействия тепловых импульсов с акустическими волнами конечной амплитуды.

В наиболее общей постановке задача состоит в исследовании системы уравнений: волнового — для регулярной волны и кинетического — для функции распределения фононов [6, 11]. Эти уравнения связаны в силу того, что волны деформации вызывают сдвиг фононных частот, а фононы дают вклад в тензор упругих напряжений [6, 11]. В настоящей работе

обратимся к исследованию простейшей ситуации. Будем пренебрегать дисперсией и анизотропией скоростей фононов, учитывать фононы только продольной поляризации. Тогда указанную систему уравнений в одномерной геометрии [6] можно представить в виде

$$u_{tt} - c_0^2 u_{xx} + c_0^2 \varepsilon (u_x)_x^2 = -\rho_0^{-1} \left[\int (2\pi)^{-3} d^3 k \hbar c_0 k (\varepsilon_2 + \varepsilon_1 \xi^2) N_k \right]_x, \quad (1)$$

$$(N_k)_t + \omega_{kx} (N_k)_x - \omega_x (N_k)_{kx} = (N_k)_t^{p-p}, \quad (2)$$

где

$$\omega = c_0 k [1 - (\varepsilon_2 + \varepsilon_1 \xi^2) u_x] \quad (3)$$

— частоты фононов в поле регулярной волны, $u(x, t)$ — смещение вдоль оси x в акустической волне, $N_k(k, x, t)$ — функция распределения фононов, $(N_k)_t^{p-p}$ — интеграл фонон-фононных столкновений [11], ρ_0 и c_0 — равновесные плотность и скорость звука, \mathbf{k} — волновой вектор фонона (k — его модуль, k_x — его проекция на ось x , $\xi \equiv k_x k^{-1}$). Безразмерные параметры ε_1 и ε_2 могут быть выражены через модули упругости [6], $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ — нелинейный параметр, традиционно используемый в акустике [12, 13].

В настоящей работе используем систему (1)–(3) для анализа синхронного взаимодействия волн деформации с неравновесными фононами, распространяющимися в том же направлении (вдоль оси x). В силу (1), (3) взаимодействие с такими ($\xi=1$) фононами наиболее эффективно. Отметим также, что такая постановка задачи имеет и реальную физическую основу. Во-первых, за счет анизотропии электрон-фононного деформационного потенциала при рассеянии фотовозбужденных электронов (например, в полупроводниках) существуют выделенные направления излучения фононов [14], а за счет упругой анизотропии кристалла существуют направления преимущественного распространения энергии фононного поля (фононная фокусировка) [15]. Во-вторых, существуют методы генерации направленных потоков фононов [16]. Полагая в системе (1)–(3) $N_k \sim \delta(k_y) \delta(k_z)$ (где δ — дельта-функция Дирака), домножая (2) на энергию фонона и интегрируя по волновым векторам, получаем замкнутую систему уравнений для смещения в регулярной волне и плотности энергии $E = (2\pi)^{-3} \int d^3 k \hbar c_0 k N_k$ фононного поля:

$$u_{tt} - c_0^2 u_{xx} + c_0^2 \varepsilon (u_x)_x^2 + \rho_0^{-1} \varepsilon E_x = 0, \quad (4)$$

$$E_t + c_0 (1 - \varepsilon u_x) E_x + 2c_0 \varepsilon u_{xxx} E = 0.$$

При получении (4) дополнительно пренебрегли процессами переброса [11]. В этом случае интеграл столкновений сохраняет энергию фононов, распространяющихся в заданном направлении [11, 7]. Упрощая систему (4) методом медленно меняющегося профиля [13], приходим к системе квазилинейных уравнений для колебательной скорости в акустической волне $V \equiv u_t$ и величины $U \equiv (\rho_0^{-1} E)^{1/2}$: $V_x - \varepsilon c_0^{-2} V V_\tau - \varepsilon c_0^{-2} U U_\tau = 0$, $U_x - \varepsilon c_0^{-2} V U_\tau - \varepsilon c_0^{-2} U V_\tau = 0$, где $\tau = t - x c_0^{-1}$ — сопровождающая координата. Отметим, что если провести параллель между полем неравновесных некогерентных фононов и акустическим шумом [6], то по физическому смыслу величина U — дисперсия колебательной скорости поля случайных акустических волн. Следуя этой аналогии, в дальнейшем будем называть U дисперсией фононного поля.

Для дальнейшего анализа удобно перейти к безразмерным переменным и функциям:

$$V = V V_0^{-1}, \quad U = U V_0^{-1}, \quad \tau = \tau \tau_0^{-1}, \quad x = x x_0^{-1}, \quad x_0 = c_0^2 \tau_0 (\varepsilon V_0)^{-1}. \quad (5)$$

Тогда система уравнений принимает вид

$$V_x - V V_\tau - U U_\tau = 0, \quad U_x - V U_\tau - U V_\tau = 0, \quad (6), (7)$$

Полученная система уравнений (6–7), по-видимому, является самой простой из возможных моделей описания взаимодействия регулярных продольных волн с потоком неравновесных фононов. Нетрудно видеть, что

уравнения (6), (7) учитывают основные физические процессы, которые могут проявиться в исследуемой задаче. Второй член в (6) описывает самовоздействие регулярной волны [13]. Третий член в этом уравнении описывает возбуждение регулярной компоненты в областях, где существуют пространственные градиенты плотности энергии фононного поля $((U^2)_\tau \neq 0)$ [6, 7]. Уравнение (7) определяет влияние регулярной волны на движение фононов. Формально оно может быть получено упрощением волнового уравнения с параметрическим источником [10] методом медленно-меняющегося профиля. Соответственно уравнение (7) при $V_x \equiv 0$ ($V \equiv V(\tau)$) описывает все особенности, выявленные в анализе [10].

Укажем также, что в силу уравнений (6), (7) суммарная энергия регулярной и фононной компонент акустического поля сохраняется. Это справедливо вплоть до появления характерных для квазилинейных систем уравнений гиперболического типа неоднозначностей в решениях [13]. В настоящей работе будем исследовать эволюцию профилей регулярной волны и дисперсии фононного поля только на расстояниях, не превышающих длину возможного образования слабых ударных волн (начальный этап взаимодействия).

Разберем некоторые частные случаи, что позволит лучше ориентироваться в общей ситуации.

Если на границе $x=0$ задан модулированный поток фононов, а сигнал отсутствует

$$U(x=0, \tau) = f_N(\tau), \quad V(x=0, \tau) = 0, \quad (8)$$

то естественно при описании регулярной волны сначала пренебречь ее влиянием на фононное поле и самовоздействием [6, 7]. Тогда система уравнений (6), (7) определяет линейный рост регулярной компоненты с расстоянием

$$V(x, \tau) = \frac{1}{2} (f_N^2)_\tau x. \quad (9)$$

Для описания нелинейного ограничения синхронно возбуждаемой волны (9), конечно, нужно найти точное решение системы (6), (7) с граничными условиями (8). Отметим, что если $f_N(\tau)$ описывает ограниченное в пространстве фононное поле (тепловой импульс), то в области его переднего фронта $(f_N)_\tau > 0$ возбуждается регулярная волна сжатия, в области заднего фронта $(f_N)_\tau < 0$ — волна разрежения (в случае $\varepsilon < 0$ — наоборот).

Если на границе $x=0$ задан слабый сигнал, а поток фононов не модулирован

$$U(x=0, \tau) = U_0 = \text{const}, \quad V(x=0, \tau) = f_s(\tau), \quad (10)$$

то, естественно, при описании воздействия регулярной волны на фононное поле сначала линеаризовать систему уравнений (6), (7) по малому сигналу и добавить к дисперсии фононного поля:

$$U = U_0 + U', \quad |U'| \ll U_0, \quad |V| \ll U_0, \quad (11)$$

$$V_x - U_0 U'_\tau = 0, \quad U'_x - U_0 V_\tau = 0. \quad (12)$$

Система (12) позволяет получить замкнутое уравнение для регулярной волны: $V_{xx} - U_0^2 V_{\tau\tau} = 0$.

Его решение, удовлетворяющее граничному условию (10), имеет вид

$$V(x, \tau) = \frac{1}{2} [f_s(\tau + U_0 x) + f_s(\tau - U_0 x)]. \quad (13)$$

Используя (10), (12), (13), находим представление для модулированной добавки к дисперсии фононного поля:

$$U'(x, \tau) = \frac{1}{2} [f_s(\tau + U_0 x) - f_s(\tau - U_0 x)]. \quad (14)$$

Полученное решение (14) описывает распад первоначально неподвижной

(в сопровождающей системе координат) регулярной волны на две, распространяющиеся в противоположных направлениях.

Физический механизм этого процесса поясним на примере регулярно импульса сжатия ($f_s \geq 0$). Пусть для определенности он имеет колоколообразную форму. В области локализации акустического импульса возрастает местная скорость звука. Это приводит к тому, что фононы в этой области начинают обгонять регулярный импульс. Формируется биполярный профиль возмущения дисперсии фононного поля (14). При этом в силу первого из уравнений (12) при взаимодействии добавки U' с основным тепловым полем на границах возмущенной области возбуждаются регулярные компоненты сжатия. В центре области возбуждается импульс разрежения, который постепенно компенсирует вершину исходного сигнала. Все это постепенно приводит к разбиению импульса сжатия на два.

Решение (14) описывает пространственно-временное перераспределение шума в поле регулярной волны. В случае гармонического сигнала

$$f_s = \sin \tau \quad (15)$$

оно, подобно решениям, полученным в [10], описывает формирование периодической добавки к немодулированному фононному полю: $U'(x, \tau) = \sin U_0 x \cos \tau$. Отметим, что в рассматриваемом случае группировка фононов реализуется на расстояниях $x_{гр} \sim U_0^{-1}$. Вид граничного условия (15) указывает на то, что нормировка (5) проводилась на характерную амплитуду регулярной волны. Поэтому в безразмерных переменных длина образования фронта в регулярной волне $x_{фр} \sim 1$; а в силу (11) $U_0^{-1} \ll 1$. Таким образом, в исследованной ситуации $x_{гр} \ll x_{фр}$ и в отличие от [10] решения (13), (14) физически корректны.

Достоинством предлагаемой модели (6), (7) является возможность получения аналитического описания процессов взаимодействия регулярных акустических волн с фононами и в тех случаях, когда линеаризация системы уравнений (6), (7) не может быть физически обоснована. Действительно, складывая и вычитая уравнения (7) и (6), приходим к двум независимым квазилинейным уравнениям:

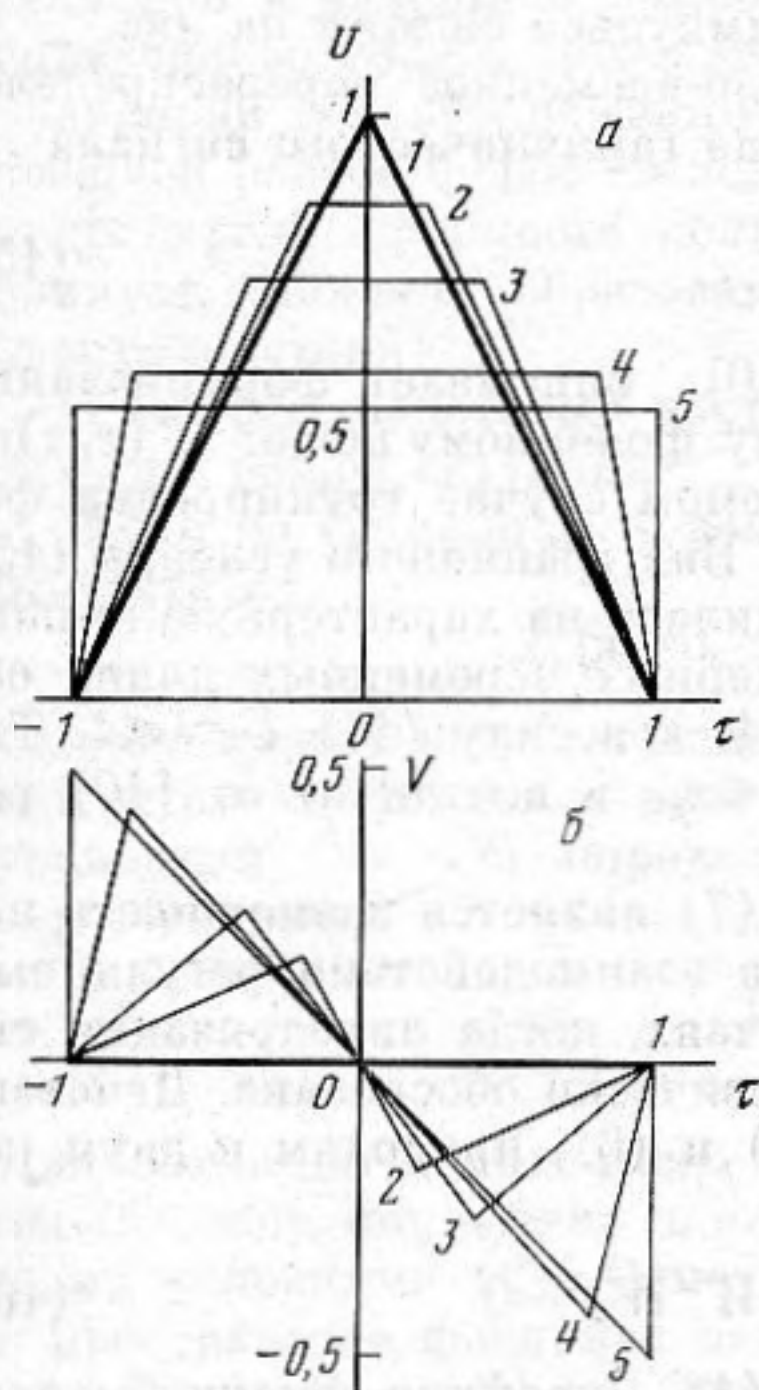
$$W_x^+ - W^+ W_\tau^+ = 0, \quad W_x^- + W^- W_\tau^- = 0 \quad (16)$$

для функций $W^\pm = U \pm V$. В соответствии с (16), профили функций искажаются как простые волны. Для произвольных граничных условий может быть выписано точное аналитическое решение уравнений (16) в неявном виде [13]. Однако практически в большинстве случаев оказывается более удобным и наглядным графический анализ решений таких уравнений [13]. На практике нахождение профилей регулярной волны и дисперсии фононного поля на некотором расстоянии x от границы ($x=0$) проводится в три этапа. На первом — по заданным граничным условиям $U(x=0) = f_N(\tau)$, $V(x=0) = f_s(\tau)$ на плоскостях (W^+, τ) и (W^-, τ) строятся профили $W^+(x=0) = f_N(\tau) + f_s(\tau)$ и $W^-(x=0) = f_N(\tau) - f_s(\tau)$ соответственно. На втором этапе графически [13] определяются профили $W^+(x, \tau)$ и $W^-(x, \tau)$ и, наконец, по формулам $U = \frac{1}{2}(W^+ + W^-)$, $V = \frac{1}{2}(W^+ - W^-)$ находим распределение дисперсии фононного поля в пространстве и профиль регулярной компоненты акустического поля на расстоянии x от границы.

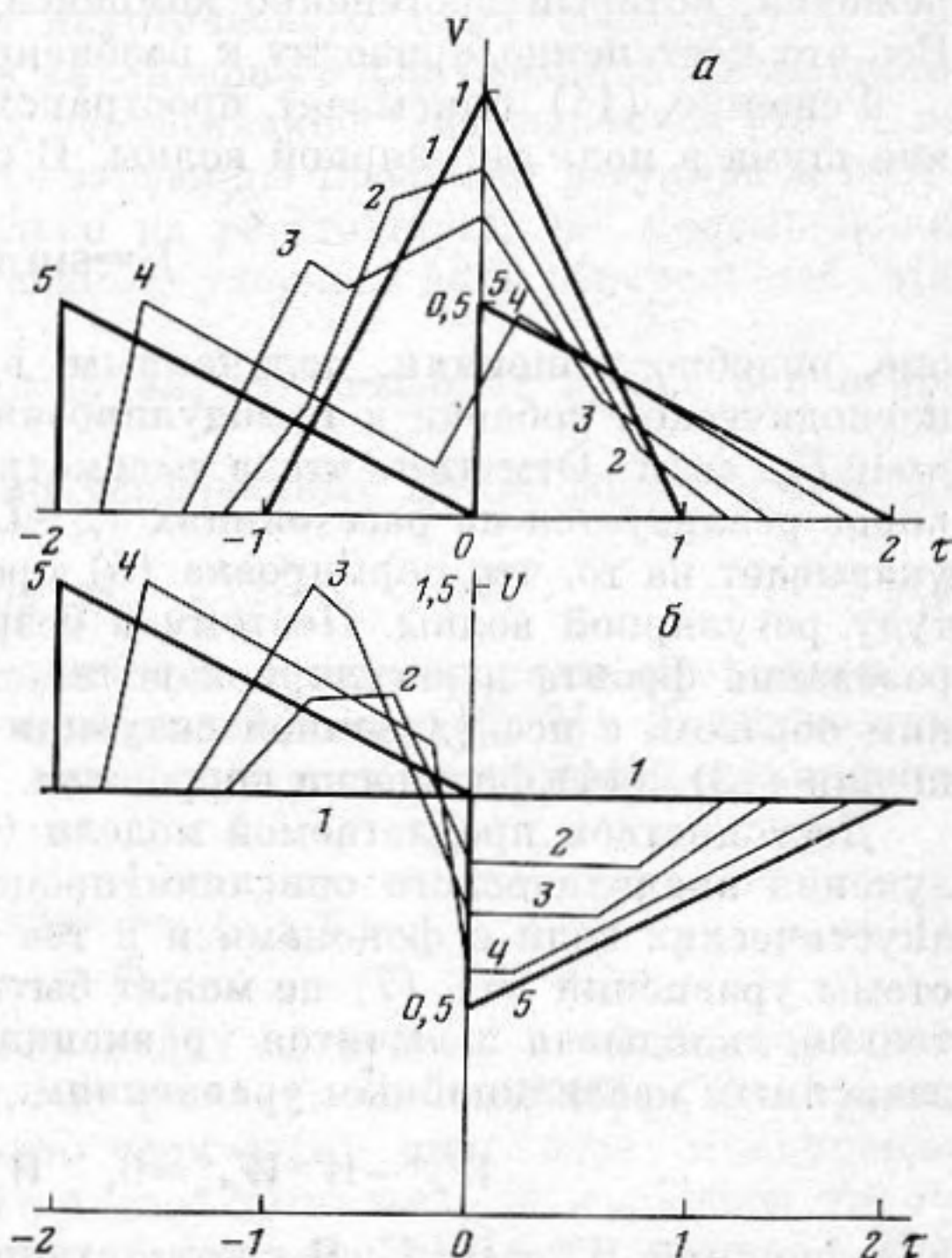
На фиг. 1 отражен процесс генерации ($V(x=0) \equiv 0$) регулярных акустических импульсов при распространении теплового импульса. Исключительно для получения легко воспроизводимых результатов профиль теплового импульса аппроксимирован линейными участками (фиг. 1, а). Нетрудно видеть (фиг. 1, б), что самовоздействие ограничивает амплитуду синхронно возбуждаемой волны (9). Отметим также, что обратное воздействие возбуждаемых регулярных волн на фононное поле приводит к расплыванию теплового импульса (фиг. 1, б) и укрупнению его фронтов. Это связано с тем, что в области переднего фронта теплового импульса возбуждается волна сжатия. Соответственно возрастает местная скорость звука и передний фронт ускоряется. Влияние на фононы возбуждаемого

импульса разрежения приводит к замедлению заднего фронта. В целом тепловой импульс уширяется. Полученные решения качественно описывают процесс вплоть до $x \sim x_{\text{фр}} \sim 1$, где в данном случае при нормировке (7): τ_0 — характерная длительность теплового импульса, V_0 — характерная дисперсия колебательной скорости в фононном поле.

На фиг. 2 отражен процесс распада регулярного акустического импульса на два в первоначально немодулированном потоке фононов, в том случае, когда длина образования фронта в регулярной волне равна расстоянию группировки фононов ($U_0=1$). Таким образом, тенденция, описываемая решением (15), сохраняется и при учете самовоздействия регулярной волны. Отметим, однако, что в случае, когда амплитуда импульса



Фиг. 1



Фиг. 2

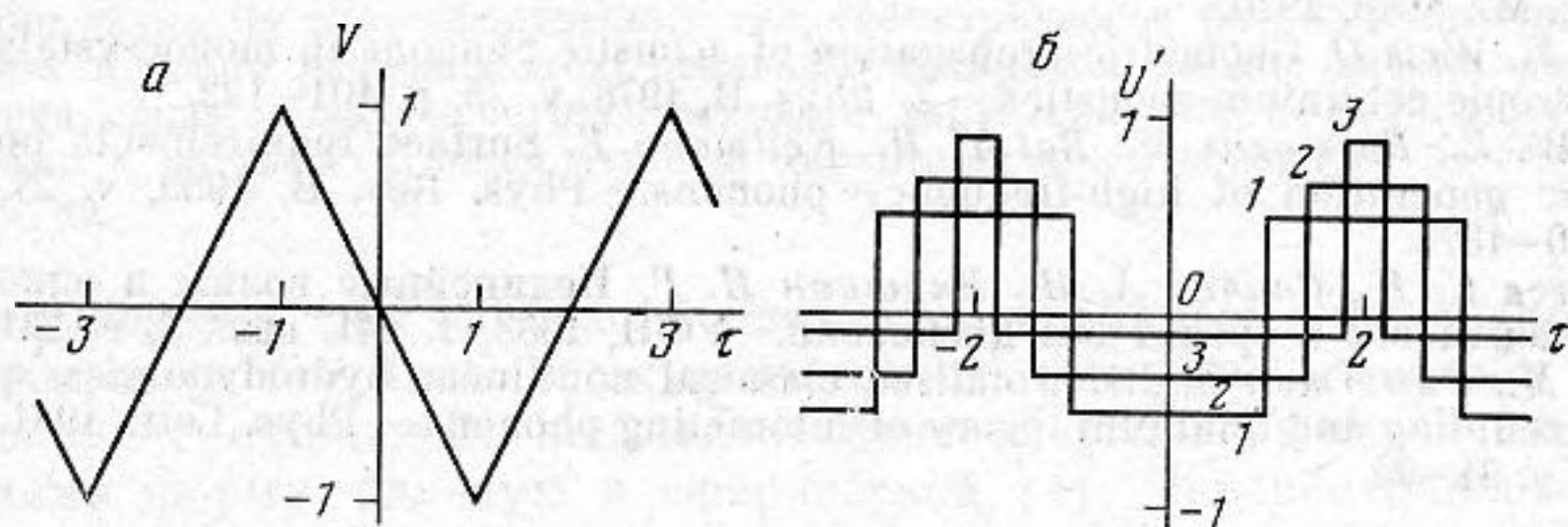
Фиг. 1. Профили теплового импульса (а) и возбуждаемой нелинейной регулярной волны (б) на различных расстояниях от границы: 1 — $x=0$; 2 — $x=0,2$; 3 — $x=0,4$; 4 — $x=0,8$; 5 — $x=1$

Фиг. 2. Эволюция профилей регулярного акустического импульса (а) и дисперсии фононного поля (б) при взаимодействии сигнал — фононы в нелинейной среде: 1 — $x=0$; 2 — $x=0,2$; 3 — $x=0,4$; 4 — $x=0,8$; 5 — $x=1$; $U(x=0)=1$

превышает дисперсию фононного поля к моменту формирования фронтов, полного пространственного расхождения акустических импульсов, на которые распадается исходный, не происходит.

На фиг. 3 отражены результаты графического анализа пространственно-временной перегруппировки фононов в поле регулярной периодической волны конечной амплитуды. На фиг. 3, а представлен профиль сигнала на границе $x=0$, а на фиг. 3, б добавка U' к немодулированной компоненте фононного поля U_0 на расстоянии образования фронта в регулярной волне ($x=x_{\text{фр}}$) при различных интенсивностях источника фононов на границе. Полученные профили дисперсии фононного поля показывают, что на начальном этапе ($x \ll 1$) нелинейное искажение профиля регулярной волны не препятствует формированию периодической модуляции фононного поля. В отсутствие модуляции потока фононов на границе полученное описание (фиг. 2, 3) справедливо вплоть до $x \sim x_{\text{фр}} \sim 1$, где в данном случае при нормировке (5): τ_0 — характерный временной масштаб регулярной волны, V_0 — ее амплитуда.

Отметим, что по мере уменьшения интенсивности источника фононов на границе в области $x \sim x_{\text{фр}}$ фононы группируются в последовательность все более коротких импульсов (фиг. 3, б). В используемой модели длительность таких импульсов τ_N может быть оценена как $\tau_N \sim \tau_0 U_0 V_0^{-1}$. Таким образом, формально, $\tau_N \rightarrow 0$ при $U_0 \rightarrow 0$. Однако в реальной ситуации минимальная длительность формирующихся тепловых импульсов определяется теми же не учитываемыми в модели (6), (7) процессами, которые определяют и конечную ширину образующихся волновых фронтов. Речь идет в первую очередь о процессах квазиколлинеарных взаимодействий акустических волн. Поэтому для описания структуры волновых полей при $x \geq x_{\text{фр}}$ необходимо либо учесть дисперсию скоростей акустических волн (можно даже в рамках одномерной задачи [9]), либо перейти к неоднородному описанию хотя бы шума (2), (3). Последний подход позволяет



Фиг. 3. Регулярная периодическая волна на границе $x=0$ (а) и формирующаяся в ее поле на расстоянии $x=1$ последовательность тепловых импульсов (б): 1 — $U_0=1$; 2 — $U_0=0,6$; 3 — $U_0=0,2$

дополнить систему (6), (7) членами, описывающими преимущественное затухание высокочастотных компонент плоской акустической волны при постепенной перекачке энергии в неколлинеарные ей компоненты фононного поля.

В заключение укажем, что при уменьшении пространственных масштабов изменения акустических полей (например, в области фронта регулярной волны) могут нарушаться условия применимости концепции фононных волновых пакетов [11]. В связи с этим представляется перспективным использование для анализа поставленной задачи математического аппарата статистической нелинейной акустики [13, 17]. Однако при этом нельзя забывать, что в рамках уравнений классической акустики определенные трудности могут быть связаны с учетом спонтанного распада акустических волн (при их взаимодействии с нулевыми колебаниями решетки) [18] и процессов переброса.

Автор благодарит О. В. Руденко и участников руководимого им семинара за полезные обсуждения полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Phonon scattering in condensed matter (Edited by Eisenmenger W., Lassmann K. and Döttinger S. New York: Springer, 1984.
2. Kwok P. C. Theory of heat-pulse propagation in phonon gas.— Phys. Rev., 1968, v. 175, No. 3, p. 1208–1215.
3. Гусейнов Н. М., Левинсон И. Б. Распространение нераспадных ТА-фононов.— ЖЭТФ, 1983, т. 85, № 2(8), с. 779–794.
4. Аванесян С. М., Бонч-Осмоловский М. М., Галкина Т. И., Гусев В. Э., Жданов Б. В., Желудев Н. И. Генерация баллистических фононов при оптическом возбуждении кремния вблизи края зоны однофотонного поглощения.— Тез. докл. XII Всесоюз. конф. по когерентной и нелинейной оптике. М.: 1985, с. 609–610.
5. Аванесян С. М., Гусев В. Э. Генерация звука в процессе релаксации фотовозбуждения у поверхности полупроводникового кристалла.— Тез. докл. XII Всесоюз. конф. по когерентной и нелинейной оптике. М.: 1985, с. 384–385.
6. Гусев В. Э. Возбуждение сверхкоротких импульсов деформации при поглощении интенсивного светового излучения.— Квантовая электроника, 1984, т. 11, № 11, с. 2197–2209.
7. Avanesyan S. M., Gusev V. E. On the deformation waves excitation in the process of non stationary ballistic phonon heat conductivity.— Solid State Commun., 1985, v. 54, No. 12, p. 1065–1066.

8. Багаев В. С., Бонч-Осмоловский М. М., Галкина Т. И., Келдыш Л. В., Поярко А. Г. Увлечение электронно-дырочных капель импульсом деформации возникающим при лазерном облучении германия.— Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, № 5, с. 356–360.
9. Гусев В. Э., Карабутов А. А. Об одном методе генерации когерентных пикосекундных акустических импульсов.— Докл. X Всесоюзн. акуст. конф. М.: 1983, секция И, с. 20–23.
10. Шайрен Н. Возможный метод получения периодической последовательности коротких тепловых импульсов.— В кн.: Физика фононов больших энергий/Под ред. Левинсона И. Б. М.: Мир, 1976, с. 178–184.
11. Гуревич В. Л. Кинетика фононных систем. М.: Наука, 1980.
12. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
13. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
14. Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М.: Мир, 1970.
15. Rösch F., Weis O. Geometric propagation of acoustic phonons in monocrystals within anisotropic continuum acoustics.— Z. Phys. B, 1976, v. 25, p. 101–122.
16. Bron W. E., Rossinelli M., Bai Y. H., Keilmann F. Surface requirements for piezoelectric generation of high-frequency phonons.— Phys. Rev. B, 1983, v. 27, No. 2, p. 1370–1375.
17. Гурбатов С. Н., Саичев А. И., Якушкин И. Г. Нелинейные волны и одномерная турбулентность в средах без дисперсии.— УФН, 1983, т. 141, вып. 2, с. 221–255.
18. Cabot M., Putterman S. Renormalized classical non-linear hydrodynamics, quantum mode coupling and quantum theory of interacting phonons.— Phys. Lett., 1981, v. 83A, No. 3, p. 91–94.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
29.III.1985