

УДК 534.2 532

**О ФОРМИРОВАНИИ СПЕКТРА АКУСТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ  
В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ**

*Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.*

Выясняется роль рефракции в процессе формирования спектра дипольной составляющей акустического давления в турбулентном пограничном слое на пластине. Определена зависимость рефракционных изменений спектра от размеров пластины. Результаты теории используются для анализа известных экспериментов.

В турбулентном пограничном слое на поверхности с большими (по сравнению с длиной волны генерируемого звука) размерами возможно накопление акустического излучения. Эффект накопления для квадрупольного излучения исследовался в [1, 2]. В [2] показано, что даже при малых числах Маха  $M=U_0/c \ll 1$  ( $U_0$  — скорость набегающего потока,  $c$  — скорость звука) существенную роль в формировании спектра поверхностного давления играет рефракция звука на среднем течении. При малых  $M$  потенциально более сильным является дипольное излучение, обусловленное поверхностными силами вязкого трения либо шероховатостью границы [3–5]. Оно сосредоточено на более высоких частотах по сравнению с квадрупольным, что усиливает эффект рефракции. Четко выраженная направленность высокочастотного акустического излучения в пограничном слое на шероховатой поверхности была обнаружена в экспериментах [6, 7]. Ниже решается задача о формировании спектра дипольной составляющей акустического давления с учетом рефракции звука на среднем течении и ограниченности размеров обтекаемой поверхности.

Рассмотрим турбулентное течение, в котором пульсации и сдвиг средней скорости локализованы на расстоянии  $\delta_0$  от жесткой поверхности  $x_3=0$ . Оси  $x_1$  и  $x_2$  направим соответственно вдоль и поперек течения. Для расчета акустического поля в присутствии поверхности при малых  $M$  обычно используется формула Керла [3]. Дипольная составляющая излучения может быть выделена с помощью формализма мнимых источников [3, 5]. Выражение для акустического давления в частотном представлении имеет вид

$$p_\omega(\mathbf{x}) = -2 \sum_{j=1,2} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{-\infty}^{\infty} F_{j\omega}(\mathbf{y}) G_\omega(r) d\mathbf{y}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, x_3)$  — координаты точки наблюдения,  $\mathbf{y}=(y_1, y_2)$  — координаты точки на плоскости  $x_3=0$ ,  $r=|\mathbf{x}-\mathbf{y}|$ ,  $F_{j\omega}$  — фурье-образ по времени  $j$ -й компоненты плотности силы поверхностного распределения касательных диполей,  $G_\omega = \frac{1}{4\pi r} \exp(ik_0 r)$  — функция Грина для свободного простран-

ства ( $k_0=\omega/c$  — волновое число звука). Выражение (1) отождествляет дипольное излучение турбулентных источников с излучением плоского распределения диполей в свободном пространстве.

В случае гладкой поверхности дипольное излучение определяется напряжениями вязкого сдвига:  $F_j = -\sigma_{j3}$ , где  $\sigma_{ij}$  — тензор вязких напряжений [3]. Основной вклад в дипольное излучение пограничного слоя на шероховатой поверхности дают касательные к плоскости  $x_3=0$  компоненты сил давления. При этом [4, 5]  $F_j = -p_T \partial \eta / \partial x_j$ , где  $p_T$  — псевдозвуковое давление на поверхности бугорков  $x_3 = \eta(x_1, x_2)$ .

Подстановка в (1) сил гидродинамической природы приводит к по-

тере эффекта рефракции звука на среднем течении, который может играть существенную роль при формировании поля давления на поверхности с большими размерами. Для расчета акустической составляющей поверхностного давления с учетом рефракции поместим плоское распределение касательных диполей с плотностью силы  $2F_j$  в сдвиговое течение с зеркально-симметричным профилем скорости  $U(x_3)$ , который при  $x_3 > 0$  совпадает с профилем скорости течения в пограничном слое (см. фиг. 1). В данной модели оказываются неучтенными эффекты затухания звука из-за молекулярной и турбулентной вязкости и его рассеяния на турбулентном течении и шероховатости. Однако результаты работы [8] показывают, что роль рефракции может быть преобладающей.

Для отыскания поля давления, возникающего в зеркально-симметричном потоке под действием распределенной силы, воспользуемся известным уравнением из акустики сдвиговых течений [9]. В спектральном представлении получим

$$K \left[ \frac{d^2 \hat{p}}{dx_3^2} + (K^2 - k_1^2 - k_2^2) \hat{p} \right] + 2k_1 \frac{2U}{dx_3} \frac{d\hat{p}}{dx_3} = 2iK \sum_{j=1,2} k_j \hat{F}_j \delta(x_3), \quad (2)$$

где

$$\hat{p} = \int_{-\infty}^{\infty} dt dx_1 dx_2 p \exp(i\omega t - ik_1 x_1 - ik_2 x_2) -$$

фурье-образ давления  $p$  по переменным  $t, x_1, x_2$ ;  $\hat{F}_j$  — фурье-образ плотности поверхностной силы  $F_j$ ,  $K = k_0 - k_1 M$ ,  $\delta(x)$  — дельта-функция.

В пределах однородно движущейся части потока ( $|x_3| > \delta_0$ ) решение (2) имеет вид  $\hat{p} = A \exp(i\beta|x_3|)$ , где  $A$  — произвольная постоянная,  $\beta = [(k_0 - k_1 M)^2 - k_1^2 - k_2^2]^{1/2}$ . Выбор ветви многозначной функции  $\beta$  определяется условиями излучения или спадания волнового поля при  $x_3 \rightarrow \pm\infty$ . Для отыскания решения в области  $|x_3| < \delta_0$  введем цилиндрические координаты на плоскости  $\mathbf{k}$ :  $k_1 = k \cos \varphi$ ,  $k_2 = k \sin \varphi$ . Ограничимся поиском спектра  $\hat{p}$  при  $|k - k_*^{(0)}| \ll k_*^{(0)}$ , где  $k_*^{(0)} = k_0 (1 + M \cos \varphi)^{-1}$  — волновое число плоских волн, распространяющихся вдоль поверхности  $x_3 = 0$  в полностью однородном потоке ( $U = U_0$ ). Тогда, если выполнено условие  $\varepsilon = 2M(k_0 \delta_0)^2 \ll 1$ , где

$$\delta_* = \int_0^{\infty} \left[ 1 - \frac{U}{U_0} \right] dx_3$$

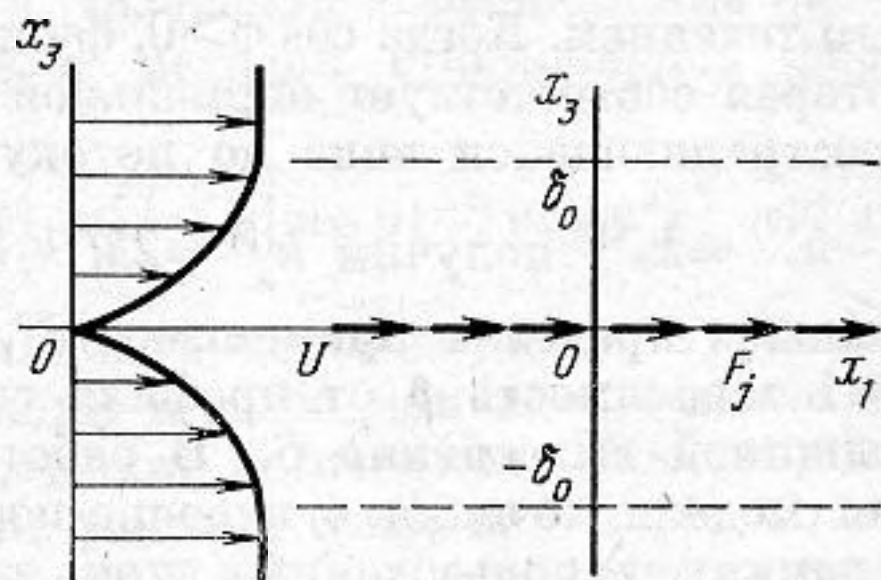
— толщина вытеснения для профиля  $U(x_3)$ , изменение  $p$  поперек слоя  $|x_3| \leq \delta_0$  оказывается малым. Действительно, после перехода к нормированному переменным  $z = x_3 / \delta_*$ ,  $\Delta = (k - k_*^{(0)}) / k_0 \varepsilon M$ ,  $\hat{p}_0 = \hat{\varepsilon}_p / \sum_{j=1,2} ik_j \delta_* \hat{F}_j$  по-

лучим из (2) уравнение вида

$$d^2 \hat{p}_0 / dz^2 - \varepsilon \cos \varphi (1 - \bar{u}) \hat{p}_0 - 2\varepsilon \delta(z) = O(\varepsilon^2, \varepsilon M), \quad (3)$$

где  $\bar{u}(z) = U/U_0$ . Решение (3) можно искать в виде разложения по степеням  $\varepsilon$ ,  $M$ :  $\hat{p}_0 = \hat{p}_0^{(0)} + \varepsilon \hat{p}_0^{(1)} + \varepsilon M \hat{p}_0^{(1,1)} + \dots$ . Вычисления дают

$$\hat{p}_0^{(0)} = C_0, \quad \hat{p}_0^{(1)} = |z| + C_0 \int_0^{|z|} \int_0^{\eta} d\xi d\eta [1 - \bar{u}(\xi)],$$



Фиг. 1. Геометрия течения и источников звука

где  $C_0$  — произвольная постоянная. Спивая найденные решения (2) при  $x_3 = \pm \delta_0$ , получим для давления в области  $|x_3| < \delta_0$  выражение вида

$$\hat{p}(\omega, \mathbf{k}) = - \sum_{j=1,2} ik_j \hat{F}_j \hat{G}(\omega, \mathbf{k}); \quad \hat{G} = - [2k_0^2 M \delta_0 \cos \varphi + i\beta^{(0)}]^{-1}, \quad (4)$$

где  $\beta^{(0)} = [2k_0(k_*^{(0)} - k)]^{1/2}$ ,  $\hat{G}$  — функция Грина для пространства со сдвиговым течением. Когда  $\cos \varphi > 0$ , функция Грина имеет особенность  $k = k_*(\varphi)$ , которая соответствует нормальной волне рефракционного волновода, распространяющейся вниз по потоку под углом  $\varphi$  к оси  $x_1$ . Обозначая  $k_* - k_*^{(0)} = k_*^{(1)}$  получим  $k_*^{(1)} = 2M^2 k_0 (k_0 \delta_0)^2 \cos^2 \varphi$ . При  $\cos \varphi < 0$  нормальные волны в пределах применимости (4) отсутствуют. Подчеркнем, что при  $\varepsilon \ll 1$  зависимость  $\hat{p}$  от профиля скорости  $\bar{u}$  полностью определяется его толщиной вытеснения  $\delta_*$ . В работе [2] была построена функция Грина для модели течения с кусочно-постоянным профилем скорости, которая в рамках использованных при выводе (4) ограничений приводится к виду (4). Данный выше анализ определяет условия применимости модели с кусочно-постоянным профилем и, кроме того, устраняет имеющуюся в ней неопределенность в выборе расположения скачка скорости: граница между однородным потоком и неподвижной средой должна выбираться в сечении  $x_3 = \delta_*$ .

Можно видеть, что поле на больших расстояниях от областей локализации или пространственной корреляции сил  $F_j$  определяется малой окрестностью линии  $k = k_*(\varphi)$  на плоскости  $\mathbf{k}$ . Акустическая составляющая давления в пределах большой области случайных источников также задается малой окрестностью  $k_*(\varphi)$  и в отличие от псевдозвуковой составляющей неограниченно растет при увеличении размеров области [1, 2]. Асимптотики  $\hat{G}$  вблизи особенности имеют вид

$$\hat{G} = - [k_0 (k - k_*^{(0)})]^{-1/2}, \quad |k - k_*^{(0)}| \gg k_*^{(1)}, \quad (5a)$$

$$\hat{G} = 2Mk_0 \delta_0 \cos \varphi (k - k_*)^{-1}, \quad |k - k_*| \ll k_*^{(1)}. \quad (5b)$$

Выражение (5.a) совпадает с асимптотикой функции Грина для пространства с однородным потоком при  $k \rightarrow k_*^{(0)}$ . Учитывая (5), можно ввести «длину рефракций»:  $L_R = [2M^2 k_0 (k_0 \delta_0)^2]^{-1} \sim 1/k_*^{(1)}$ . Когда размер области источников вдоль течения мал по сравнению с  $L_R$ , частотный спектр давления будет мало отличаться от случая однородного потока или свободного пространства (при  $M \ll 1$ ). При больших по сравнению с  $L_R$  размерах области источников существенную роль в формировании спектра начинает играть волноводное распространение звука, обусловленное его рефракцией на среднем течении.

Остановимся кратко на обосновании предложенной выше модели для расчета излучения турбулентности в потоке. Рассмотрим акустическое поле, создаваемое компактным гидродинамическим возмущением над компактной областью шероховатой поверхности. За пределами шероховатости, где поверхность гладкая, акустическое давление можно выразить через найденную выше функцию Грина. В частности, для точечного диполя, ось которого направлена вдоль  $j$ -й оси координат ( $j=1, 2$ ), получим<sup>1</sup>

$$p_\omega = - \frac{1}{(2\pi)^2} T_j \int ik_j \hat{G}(\omega, \mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k}, \quad (6)$$

где  $T_j$  — сила диполя, интегрирование производится по малой окрестности особенности  $\hat{G}$ :  $|\mathbf{x}|^{-1} \ll |k - k_*| \ll k_*^{(0)}$ . После перехода к цилиндрическим координатам на плоскости  $\mathbf{k}$  и в пространстве ( $x_1 = x \cos \theta$ ,  $x_2 = x \sin \theta$ )

<sup>1</sup> Правило обхода особенности определяется принципом причинности и может быть сведено к замене  $\omega \rightarrow \omega + i0$ , где  $0$  бесконечно малая положительная величина.

и введения переменной  $\kappa = (k - k_*^{(0)})x$  получим

$$p_\omega = - \left( \frac{k_0}{2\pi} \right)^2 \frac{i T_j}{\sqrt{2k_0 x}} \int_0^{2\pi} d\varphi \gamma_j e^{ik^{(0)}x \cos(\varphi - \theta)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa e^{i\kappa \cos(\varphi - \theta)}}{\kappa^{1/2} - \mu \cos \varphi |\cos \theta|^{-1/2}},$$

где  $\gamma_1 = \cos \varphi$ ,  $\gamma_2 = \sin \varphi$ ,  $\mu = (|x_1|/L_R)^{1/2}$ . При  $\mu \ll 1$  интеграл по  $\kappa$  может быть разложен в ряд Тейлора как функция  $\mu$ . Вычисляя коэффициенты разложения и производя интегрирование по  $\varphi$  методом стационарной фазы, получим

$$p_\omega = \frac{i}{2\pi} \frac{e^{ik_0 x}}{x} \frac{k_0 x_j}{x} T_j [-1 + \sqrt{\pi/2} \mu (1-i) \cos \theta |\cos \theta|^{-1/2} + O(\mu^2)]. \quad (7)$$

Согласно (7), поле компактного источника в «промежуточной» области  $1/k_0 \ll |x_1| \ll L_R$  оказывается близким к полю в свободном пространстве без потока. В то же время для гидродинамических источников в пространстве без потока справедлива формула (1). Из условия сращивания (1) с главной частью (7) получим  $T_j = F_j$ . Подстановка  $T_j = F_j$  в (6) приводит к предложенной выше модели с помещением дипольного распределения в поток.

Для описания процесса накопления звука в реальном пограничном слое необходимо учесть зависимость  $\delta_*$  от  $x_1$ . Ограничимся случаем, когда  $\delta_*$  мало меняется на длине  $L_R$ , а размеры области источников значительно больше  $L_R$ . В этом случае задача сводится к анализу распределенного возбуждения нормальных волн рефракционного волновода дипольным слоем. Воспользуемся для расчета квазипараллельной моделью течения в пограничном слое, пренебрегая нормальной к поверхности составляющей средней скорости. Учитывая результаты предыдущего анализа, зададимся кусочно-постоянным профилем скорости:  $U=0$  при  $|x_3| \leq \delta_*$  и  $U=U_0$  при  $|x_3| > \delta_*$ . Переходя к представлению Фурье по времени и координате  $x_2$ , вдоль которой течение однородно, получим для фурье-образа давления  $\hat{p}(\omega, k_2; x_1, x_3)$  краевую задачу

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - k_0^2 - \hat{k}_1^2 - k_2^2 \right) \hat{p} = \sum_{j=1,2} 2ik_j \hat{F}_j \delta(x_3), \quad |x_3| < \delta_*, \quad (8)$$

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - (k_0 - M \hat{k}_1)^2 - \hat{k}_1^2 - k_2^2 \right] \hat{p} = 0, \quad |x_3| > \delta_*.$$

Уравнения (8) следует дополнить граничными условиями на скачках скорости потока  $|x_3| = \delta_*$  [9]:

$$\hat{p}_+ - \hat{p}_- = 0, \quad k_0^2 \left( \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_3} \right)_+ - (k_0 - M \hat{k}_1)^2 \left( \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_3} \right)_- = 0, \quad (9)$$

где

$$\hat{k}_1 = -i \frac{\partial}{\partial x_1}, \quad f_{\pm} - \text{значения переменной } f \text{ при } x_3 = \delta_* \pm 0.$$

Распределенному возбуждению нормальной волны соответствует решение (8), (9) в виде

$$\hat{p} = \hat{a} \Phi(x_3) \exp(i\theta) + \hat{p}^{(1)}, \quad \theta = \int_0^{x_1} k_{1*} dx_1, \quad (10)$$

где  $k_{1*}(k_2, \delta_*) = (k_*^2 - k_2^2)^{1/2}$  — продольная компонента волнового вектора нормальной волны волновода при  $\delta_* = \text{const}^2$ ;

$$\Phi = \begin{cases} \cos \alpha x_3, & |x_3| < \delta_*, \\ \cos(\alpha \delta_*) \exp[-\bar{\beta}(x_3 - \delta_*)], & |x_3| > \delta_*. \end{cases}$$

— профиль этой волны ( $\alpha = (k_0^2 - k_*^2)^{1/2}$ ,  $\bar{\beta} = [2k_0(k_* - k_*^{(0)})]^{1/2}$ ),  $\hat{a}(\omega, k_2; x_1)$  — плавно меняющаяся (по сравнению с  $\exp(i\theta)$ ) комплексная амплитуда нормальной волны,  $\hat{p}^{(1)}$  — добавка порядка  $O(a_* L_R / L_{\parallel})$ , где  $a_*$  — характер-

<sup>2</sup> Зависимость  $k_*$  от  $k_2$  находится с помощью соотношения  $k_2 = k_*(\varphi) \sin \varphi$ .

ная амплитуда волны,  $L_{\parallel}$  — размер области источников по потоку. Уравнение для  $\hat{a}$  получается из условия ненарастания добавки  $\hat{p}^{(1)}$ :

$$\frac{d\hat{a}}{dx_1} = \gamma\hat{a} + iMk_0\delta_*(x_1)\hat{g}(\omega, k_2; x_1)\exp[-i\theta(x_1)], \quad (11)$$

где

$$\gamma = -1/2(d\delta_*/dx_1)/\delta_*, \quad \hat{g} - \text{спектр } g = \sum_{j=1,2} 2 \partial F_j / \partial x_j.$$

При  $F_j \equiv 0$  уравнение (11) имеет интеграл  $|\hat{a}|^2\delta_* = \text{const}$ , который выражает закон сохранения потока мощности в волне  $(\omega, k_2)$ . Для расчета поля излучения при  $F_j \neq 0$  аппроксимируем  $\delta_*$  линейной функцией:  $\delta_* = qx_1$ . Тогда амплитуда  $\hat{a}$  в сечении  $x_1$  ( $L_R \ll x_1 \leq L_{\parallel}$ ) принимает вид

$$\hat{a} = iMk_0qx_1^{-1/2} \int_0^{x_1} \xi^{1/2} \hat{g}(\xi) \exp[-i\theta(\xi)] d\xi.$$

Интегрируя главную часть (10) по области существования особенности  $k_*(\varphi)$ , получим акустическое давление на линии  $x_2 = 0$  в частотном представлении

$$p_{\omega} = \int_{-k_0}^{k_0} \hat{a}(\omega, k_2, x_1) \exp(i\theta) dk_2 \quad (|x_3| < \delta_*).$$

Представим случайные силы  $F_j$  в виде  $F_j(\mathbf{x}, t) = F_j^{(0)} \Delta(x_2)$ , где  $F_j^{(0)}$  — стационарная и однородная случайная функция,  $\Delta = 1$  при  $|x_2| < L_{\perp}/2$  и  $\Delta = 0$  при  $|x_2| > L_{\perp}/2$  ( $L_{\perp}$  — размер области источников поперек течения). Воспользуемся определением частотного спектра мощности акустического давления в виде  $\langle p_{\omega} p_{\omega'}^* \rangle = (2\pi)^2 \mathcal{P}(\omega) \delta(\omega - \omega')$ , где  $\langle \dots \rangle$  означает статистическое среднее. Составляя коррелятор  $\langle p_{\omega} p_{\omega'}^* \rangle$  и выполняя ряд преобразований получим

$$\mathcal{P}(\omega, x_1) = 2\pi k_0^3 x_1 \sum_{j=1,2} S_j(\omega) A_j (Mk_0\delta_m)^2, \quad (12)$$

где  $\delta_m = \delta_*(x_1)$  — значение  $\delta_*$  в сечении  $x_1$ ;

$$A_j = 2 \int_0^{\varphi_0} \cos \varphi \gamma_j^3 d\varphi + 2n \int_{\varphi_0}^{\pi/2} \text{ctg} \varphi (1+n \text{ctg} \varphi) (1+n^2 \text{ctg}^2 \varphi) \gamma_j^2 \cos \varphi d\varphi$$

( $n = L_{\perp}/2x_1$ ),  $\varphi_0 = \text{arctg} n$ ),  $S_j$  — значение частотно-волнового спектра мощности силы  $F_j$  при  $k=0$  (коррелятор ортогональных сил выпадает в силу свойств симметрии течения — аналогично см. [10]). Нетрудно показать, что  $(2\pi)^2 S_j$  совпадает с удельным (отнесенным к единице площади поверхности) спектром мощности  $j$ -й компоненты силы, действующей на площадку больших размеров. При выводе (12) использовано отмеченное в [10] свойство свертки спектра  $\Delta(k_2)$  и учтены соотношения  $k_0 L_{\perp} \gg 1$ ,  $M, \varepsilon \ll 1$ ,  $L_{\parallel}/k_0 L_{\perp}^2 \ll 1$ . Зависимость  $A_j$  от параметра  $n$  показана на фиг. 2. Отметим, что аналогичный расчет в случае  $\delta_* = \text{const}$  также приводит к формуле (12), но с другими коэффициентами:  $A_j \rightarrow \bar{A}_j$ , где

$$\bar{A}_1 = 8n \ln \frac{1 + \sqrt{n^2 + 1}}{n} - \frac{8}{3} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}, \quad \bar{A}_2 = \frac{8}{3} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$

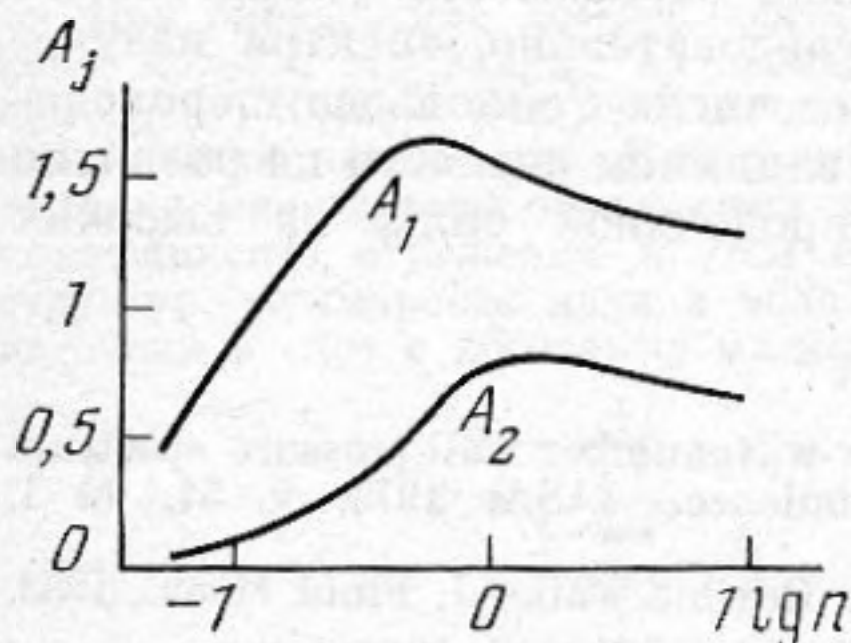
При этом  $\mathcal{P}(\omega)$  совпадает со спектром мощности, рассчитанным в [10] через обратное преобразование Фурье. Таким образом, учет линейной зависимости  $\delta_*$  от  $x_1$  можно свести к введению толщины вытеснения эффективно однородного пограничного слоя, которая различна для продольных и поперечных диполей:  $\delta_{ej} = \delta_m \sqrt{A_j/\bar{A}_j}$ .

При слабой рефракции ( $L_{\parallel} \ll L_R$ ) спектр  $\mathcal{P}$  может быть найден путем вычисления обратного преобразования Фурье либо с помощью соотноше-

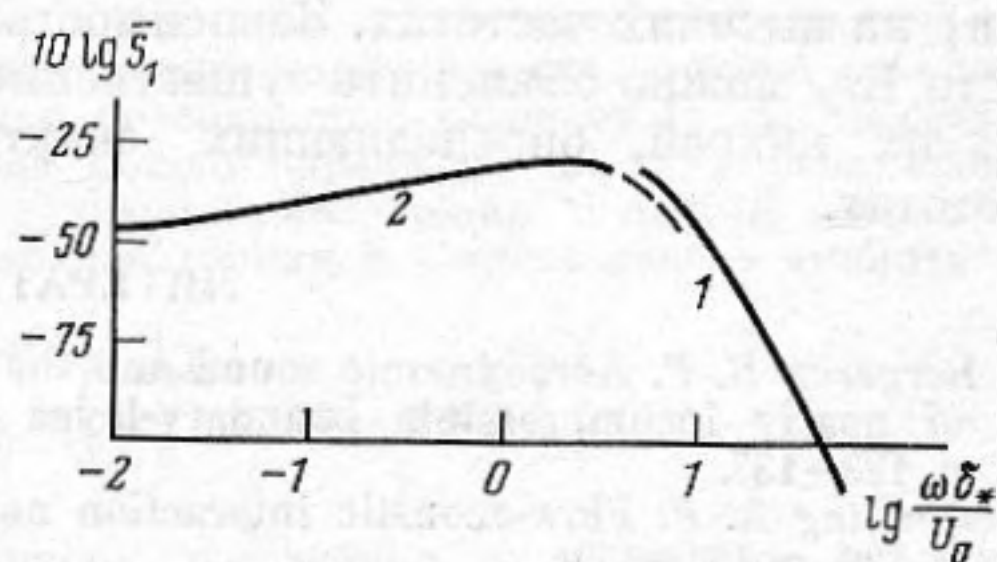
ния (7). Главная часть асимптотического разложения  $\mathcal{P}$  при  $L_{\parallel}k_0 \rightarrow \infty$ ,  $n = \text{const}$  имеет вид  $\mathcal{P} = \pi k_0^2 \ln k_0 L_{\parallel} \sum_{j=1,2} S_j(\omega)$  [10]. Сравнение приведен-

ных выражений для  $\mathcal{P}$  показывает, что рефракция звука на среднем течении существенно изменяет как частотный спектр акустического излучения, так и характер его накопления. В случае сильной рефракции ( $L_{\parallel}, L_{\perp} \gg L_R$ ) акустическое поле представляет собой пучок нормальных волн рефракционного волновода, направленный вниз по течению. В спектре подчеркиваются высокие частоты, и акустическая мощность растет пропорционально размеру площадки, что значительно опережает слабый логарифмический рост в отсутствии рефракции.

Сопоставим полученные результаты с экспериментальными данными по спектрам акустического давления в пограничном слое на пластине с песочной шероховатостью [6, 7]. Так как в экспериментах выполнялось



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Зависимость коэффициентов  $A_1$  и  $A_2$  от параметра отношения размеров области источников

Фиг. 3. Нормированный удельный спектр мощности продольной силы гидродинамического воздействия на обтекаемую поверхность: 1 — пересчет экспериментальных данных [7] по формуле (12), 2 — расчет по теории [5]

условие  $n \sim 1/3$ , при котором  $A_1/A_2 \approx 5$ , оставим в сумме (12) только вклад продольных диполей. Используя измеренные в [7] спектры  $\mathcal{P}$  и формулу (12), можно рассчитать спектр продольной силы  $S_1(\omega)$ . Результаты такого расчета для нормированного спектра  $\bar{S}_1 = S_1 U_0 / \tau_w^2 \delta_*^3$  при  $M = 0,12$ ,  $\text{Re}_x = U_0 x_1 / \nu = 10^7$ ,  $b/\delta_* = 0,1$  представлены кривой 1 на фиг. 3 ( $\tau_w = \rho u_*^2$ ,  $\rho$  — плотность среды,  $u_*$  — динамическая скорость,  $b$  — средний радиус элементов шероховатости,  $\nu$  — кинематическая вязкость). Связь параметров пограничного слоя  $u_*$ ,  $\delta_*$  и  $b$  определялась так же, как в [5]. Условие  $x_1 \gg L_R$  выполняется всюду на кривой 1, что объясняет четко выраженную направленность излучения по потоку. На фиг. 3 показан также спектр  $\bar{S}_1$ , полученный на основе теоретической модели, развитой в [5] (кривая 2). Для расчета этой кривой использовалось соотношение

$$S_1 = \frac{3}{2\pi} k_0^2 \mathcal{P}_1(\omega), \text{ где } \mathcal{P}_1 \text{ — построенный в [5] спектр мощности интеграль-$$

ного давления, создаваемого при излучении продольных диполей в полупространство  $x_3 > 0$ . Теория [5] опирается на экспериментальные данные по взаимным спектрам псевдозвукового давления в пограничном слое на шероховатой поверхности и относится к низкочастотной части спектра  $S_1$ , которая определяется переносом крупномасштабных (с размером больше  $b$ ) компонент  $p_T$ . Эти компоненты создаются крупными вихрями, генерируемыми на сдвиге скорости среднего течения над шероховатой поверхностью. Область спектра  $\bar{S}_1$ , показанная пунктирной частью кривой 2, находится за пределами применимости теории [5]. Ее формирование определяется мелкомасштабными (размер меньше  $b$ ) компонентами  $p_T$ , возникновение которых связано с отрывом потока на отдельных выступах. Именно эту высокочастотную часть спектра дает кривая 1. Отметим хо-

рошее соответствие значений  $\bar{S}_1$  на кривой 1 и сплошной части кривой 2 в области их «стыковки».

Используя предположение о «чисто отрывном» происхождении спектра силы  $S_1$  на высоких частотах и принимая скорость среднего течения на высоте бугорков шероховатости равной  $7u_*$  [6], можно написать для  $S_1$  общую автомодельную зависимость:  $S_1 = \rho^2 u_*^3 b^3 Q(\bar{\omega}, Re_s)$ , где  $\bar{\omega} = \omega u_* / b$ ,  $Re_s = u_* b / \nu$ , функция  $Q$  определяется гидродинамикой обтекания и вероятностными свойствами шероховатости. Результаты измерения спектров акустического давления систематизированы в [7] в виде «универсальной» зависимости безразмерного спектра  $\bar{P} = P c^2 / u_* \tau_w^2 \sqrt{b \nu / c}$  от безразмерной частоты  $\bar{f} = \sqrt{b \nu / c} \omega / 2 \pi u_*$ . Аппроксимируя высокочастотный склон этой зависимости функцией  $\bar{P} = -5 \lg \bar{f} - 2$ , получим аналитическое выражение для  $Q$ :  $Q = C \bar{\omega}^{-10} Re_s^{-5}$ , где  $C = 0,12 \pi^4 (2 x_1 \delta_x^2 c^3 / \nu^3)^{-1} u_*^2 / U_0^2$ . Поскольку в режиме обтекания с полным проявлением шероховатости параметр  $C$  слабо меняется при изменении  $U_0$  и  $b$ , полученная зависимость указывает на отрывное происхождение спектра  $S_1$  (и, следовательно, спектра излучения) на высоких частотах. Зависимость  $Q$  от числа Рейнольдса шероховатости  $Re_s$  можно объяснить существенным влиянием вязкости на развитие мелких вихрей, определяющих спектр продольной силы на высоких частотах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bergeron R. F. Aerodynamic sound and the low-wavenumber wall-pressure spectrum of nearly incompressible boundary-layer turbulence.— JASA, 1973, v. 54, № 1, p. 123–133.
2. Dowling A. P. Flow-acoustic interaction near a flexible wall.— J. Fluid Mech., 1983, v. 128, p. 181–198.
3. Landahl M. T. Wave mechanics of boundary layer turbulence and noise.— JASA, 1975, v. 57, № 4, p. 824–832.
4. Рабинович М. И., Реутов В. П., Рыбушкина Г. В. О дипольном излучении турбулентного пограничного слоя на жесткой поверхности с геометрической неоднородностью.— Акуст. журн., 1984, т. 30, № 1, с. 105–109.
5. Реутов В. П., Рыбушкина Г. В. Оценка спектра акустического излучения пограничного слоя на шероховатой поверхности.— Изв. АН СССР. Мех. жидк. и газа, 1985, № 5, с. 20–26.
6. Маршов В. П., Смольяков А. В. Поле пристеночных давлений в турбулентном пограничном слое на шероховатой поверхности.— Изв. АН СССР. Мех. жидк. и газа, 1974, № 3, с. 72–77.
7. Маршов В. П. Об излучении звука пограничным слоем на шероховатой поверхности.— В кн.: Докл. на VII Научно-техн. конф. по аэроакустике. М.: Изд-во ЦАГИ, 1981, с. 50–51.
8. Маршов В. П. Рефракция звука в сдвиговом турбулентном потоке.— В кн.: Акустика турбулентных потоков. М.: Наука, 1983, с. 32–38.
9. Голдстейн М. Е. Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981.
10. Реутов В. П., Рыбушкина Г. В. О влиянии среднего течения на спектр акустического давления в турбулентном пограничном слое на большой поверхности.— Препринт ИПФ АН СССР № 122, Горький, 1985.

Институт прикладной физики  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
25.IX.1985