ЛИТЕРАТУРА

1. *Шорин В. П.* Экспериментальное определение частотных характеристик элементов трубопроводных систем.– Тр. Куйбышев. авиац. ин-та «Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов», 1969, вып. XXXVI, с. 255.
2. *Ржевкин С. Н.* Курс лекций по теории звука. М.: МГУ, 1960. 336 с.
3. *Старобринский Р. Н.* Об одном методе определения переменной составляющей массового расхода жидкости в трубопроводе.– Тр. Куйбышев. авиац. ин-та «Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов», 1969, вып. XXXVI, с. 252.
4. *Боббер Р. Дж.* Гидроакустические измерения. М.: Мир, 1974. 362 с.
5. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 495 с.
6. *Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Сидельников А. И.* Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск, 1984. 240 с.

Поступило в редакцию
27.V.1985

УДК 534

ЭФФЕКТЫ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ВЕТРОВОМ ВОЛНЕНИИ

Горская И. С., Раевский М. А.

Известно [1], что ветровое волнение оказывает значительное влияние на статистические параметры низкочастотных звуковых волн, распространяющихся в приповерхностных волноводах. При рассмотрении эффектов рассеяния для акустических волн с частотами $f \sim 10^2$ Гц наиболее адекватным является подход, основанный на разложении акустического поля по собственным модам регулярного волновода и исследовании статистических характеристик амплитуд нормальных мод. В предыдущих работах изучались в основном когерентные компоненты и интенсивность нормальных мод, причем использовалась модель изотропного волнения [2–4]. Здесь будет рассмотрено в более общей постановке изменение когерентных компонент, интенсивности, углового и частотного спектров нормальных мод для волноводов с произвольными плавными профилями скорости звука.

Вертикальные смещения поверхности океана $\xi(x, y, t)$ предполагаем гауссовыми, статистически однородными и стационарными. Для пространственного двумерного спектра смещений $B(k_x, k_y)$ будем использовать аппроксимацию [5]

$$B(k_x, k_y) = B_n k^{-4} \exp(-k_*^2/k^2) \,|\cos(\theta-\alpha)|^n, \tag{1}$$

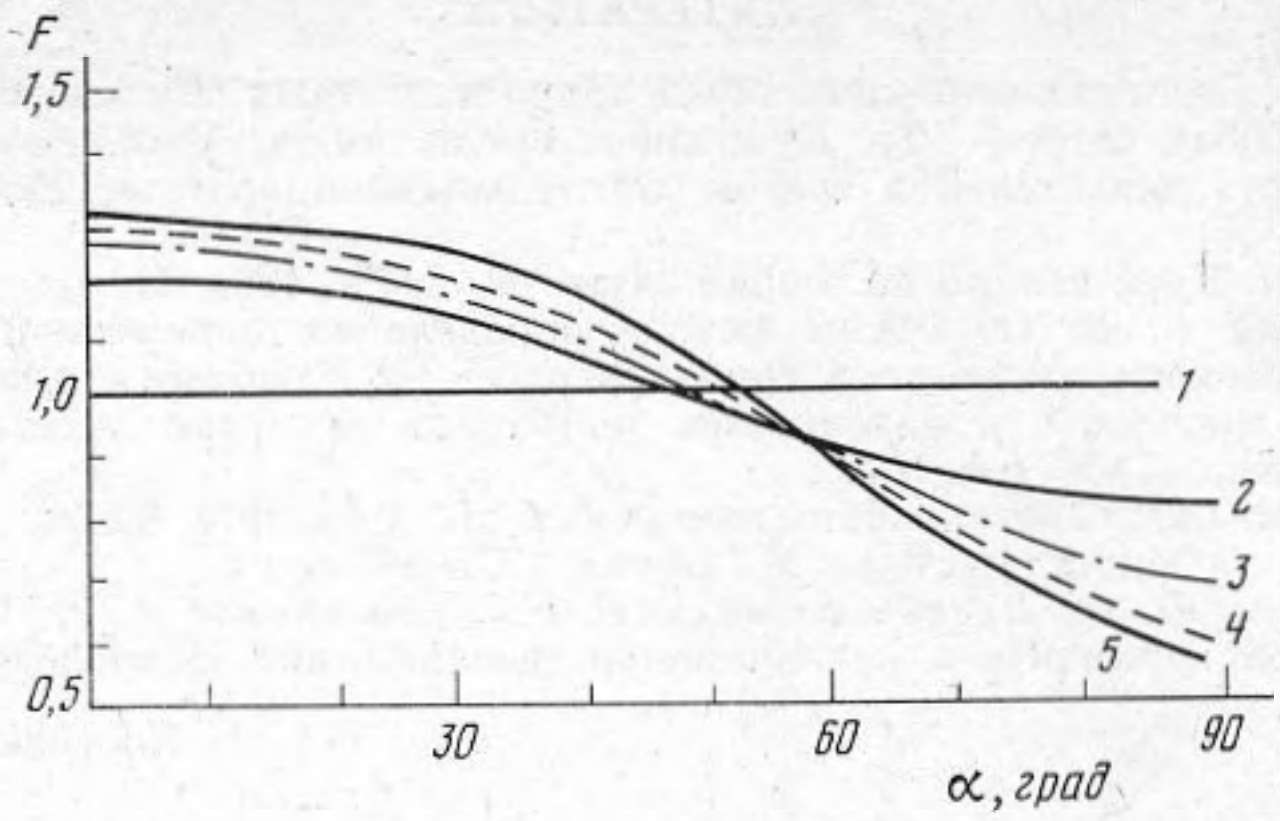
где k – модуль волнового числа, θ – азимутальный угол, n меняется в пределах $0 \leqslant n \leqslant 12$, α – угол между скоростью ветра и направлением распространения звуковой волны, B_n – константа спектра, $k_* = 0{,}86\, g/V^2$ ($g = 9{\cdot}82$ мс$^{-2}$, V – скорость ветра). Случай $n=0$ соответствует изотропному спектру Пирсона – Московица. Дальнейшее исследование будет основываться на анализе выражения для декремента затухания когерентных компонент локализованных мод γ_p и уравнения для спектральной интенсивности мод плоской волны $N_{p,\varkappa,\omega}$, учитывающих взаимодействие мод дискретного и сплошного спектров, т. е. излучение энергии из волновода [6].

Рассмотрим вначале затухание когерентных компонент нормальных мод. Точное выражение для декремента γ_p имеет сложный вид, однако в случае волноводов с плавными профилями скорости звука $c(z)$, имеющими минимум на поверхности океана, оно упрощается [4, 6]:

$$\gamma_p = \frac{1}{k_p}\left(\frac{d\varphi_p}{dz}\right)^2 \int\limits_0^{k_0} \gamma\sqrt{k_0^2-\gamma^2}\, d\gamma \int\limits_{-k_0}^{k_0} |h_\gamma^{-1}| B(k_p h_\gamma, \varkappa)\, d\varkappa, \tag{2}$$

где $d\varphi_p/dz$ – производная собственной функции на поверхности ($z=0$), $k_0 = \omega_0/c(0)$ (ω_0 – частота волны), k_p – волновое число моды p, $h_\gamma = \pm\sqrt{\gamma^2-\varkappa^2}$. В случае изотропного спектра Пирсона – Московица ($n=0$) на основании (2) можно получить следующее приближенное выражение:

$$\gamma_p = \frac{1}{2}\frac{\pi}{2} B_0 \left(\frac{d\varphi_p}{dz}\right)^2 k_0^{1/2} k_*^{-3/2} \left[4\frac{\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)} + \frac{\Gamma^2\left(\frac{1}{4}\right)}{4\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}\left(\frac{k_0-k_p}{2k_*} - \frac{k_*}{3k_0}\right)\right], \tag{3}$$



Зависимость $F(n, \alpha)$ для: $1 - n=0$, $2 - n=2$, $3 - n=4$, $4 - n=8$, $5 - n=12$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция. Для практически наиболее интересного случая $k_0-k_p<k_*<k_0/5$ отличие этого приближенного выражения от точного не превышает 10%. К сожалению, эмпирические значения константы меняются в пределах $3{,}2\cdot10^{-4}-6{,}4\cdot10^{-4}$.

Обратимся теперь к анизотропному спектру (1) с произвольным значением индекса n. В этом случае удается получить достаточно простое выражение для γ_p при условии $k_0-k_p\ll k_*\ll k_0$. Оно имеет вид

$$\gamma_p=\sqrt{2\pi}\,B_0\frac{\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)}\left(\frac{d\varphi_p}{dz}\right)^2 k_0^{-1/2}k_*^{-3/2}F(n,\alpha),$$

$$F(n,\alpha)=\frac{2^{-n-3/2}\pi^{3/2}\Gamma(n+1)}{\Gamma^2\left(\frac{n+1}{2}\right)\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)}\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}|\cos^n(\theta-\alpha|\sqrt{\cos\theta}\,d\theta. \tag{4}$$

Результаты численного расчета функции $F(n, \alpha)$ при различных значениях n приведены на фиг. 1. Декремент максимален при $\alpha=0$, π и минимален при $\alpha=\pm\pi/2$, причем зависимость γ_p от угла α тем более резкая, чем больше n, т. е. степень анизотропии ветрового волнения.

Перейдем к рассмотрению вторых моментов. Уравнение для интенсивности мод $N_p=\int N_{p\varkappa\omega}d\varkappa d\omega$ [7, 8] с учетом взаимодействия мод дискретного и сплошного спектров имеет вид [6]

$$\frac{\partial N_p}{\partial x}=\sum_{p_2}W_{pp_2}N_{p_2}-2\gamma_pN_p, \tag{5}$$

где W_{pp_2} – вероятность перехода между модами. Введем также моменты частотного спектра $\langle\Omega_p^2\rangle=\int(\omega-\omega_0)^2N_{p\varkappa\omega}d\varkappa d\omega$ и углового спектра $\langle\alpha_p^2\rangle=k_0^{-2}\int\varkappa^2N_{p\varkappa\omega}d\varkappa d\omega$. Для них в случае изотропного стационарного волнения можно получить уравнения:

$$\frac{\partial\langle\Omega_p^2\rangle}{\partial x}=\sum_{p_2}W_{pp_2}\langle\Omega_{p_2}^2\rangle-2\gamma_p\langle\Omega_p^2\rangle+\sum_{p_2}S_{pp_2}N_{p_2}, \tag{6}$$

$$S_{pp_2}=\frac{\pi g}{2k_pk_{p_2}}\left(\frac{d\varphi_p}{dz}\right)^2\left(\frac{d\varphi_{p_2}}{dz}\right)^2\int[(k_p-k_{p_2})^2+\varkappa^2]^{1/2}B(k_p-k_{p_2},\varkappa)\,d\varkappa, \tag{7}$$

$$\frac{\partial\langle\alpha_p^2\rangle}{\partial x}=\sum_{p_2}W_{pp_2}\langle\alpha_{p_2}^2\rangle-2\gamma_p\langle\alpha_p^2\rangle+\sum_{p_2}T_{pp_2}N_{p_2}, \tag{8}$$

$$T_{pp_2}=\frac{\pi}{2k_pk_{p_2}k_0^2}\left(\frac{d\varphi_p}{dz}\right)^2\left(\frac{d\varphi_{p_2}}{dz}\right)^2\int\varkappa^2B(k_p-k_{p_2},\varkappa)\,d\varkappa. \tag{9}$$

Исследование моментных уравнений (6)–(9) и уравнения для интенсивности (5) упрощается в случае достаточно сильного ветра, когда выполняется условие $k_*\ll k_0\theta_{cr}^2$ (θ_{cr} – критический угол волновода). При этом изменение N_p, $\langle\Omega_p^2\rangle$, $\langle\alpha_p^2\rangle$ описывается диффузионными краевыми задачами [7], где фигурируют коэффи-

циенты диффузии по номеру моды D_p, углу D_α и частоте D_ω. В случае изотропного спектра (1) и приповерхностных волноводов с плавным профилем скорости звука для них можно получить приближенные выражения

$$D_p = -\frac{1}{4\pi} B_0 k_p^2 L_p \theta_p^2 Ei\left(-\frac{4k_*^2}{k_0^2\theta_{cr}^4}\right),$$

$$D_\alpha = -\pi B_0 L_p^{-1} \theta_p^2 Ei\left(-\frac{4k_*^2}{k_0^2\theta_{cr}^4}\right), \tag{10}$$

$D_\omega = 2\pi\sqrt{\pi} B_0 g k_p^2 \theta_p^2 L_p^{-1} k_*^{-1}$, где θ_p – угол скольжения луча (при $z=0$), соответствующего в приближении ВКБ моде p, L_p – длина лучевого цикла, $Ei(x)$ – интегральная показательная функция.

Из краевой задачи для интенсивности мод [7] и вида функции D_p, в частности, следует, что при $k_* \ll k_0\theta_{cr}^2$ затухание энергии акустической волны вследствие рассеяния ее на ветровом волнении слабо зависит от частоты ω.

При меньших скоростях ветра, когда выполняется условие $k_0\theta_{cr}^2 < k_* < k_0/3$, функции γ_p, W_{pp_2}, S_{pp_2}, T_{pp_2} слабо зависят от значений волновых чисел k_p, k_{p_2}. Это позволяет найти решение уравнений (5)–(9) для волновода с линейным профилем скорости звука, где производные $d\varphi_p/dz$ при $p \gg 1$ не зависят от номера моды. При этом нетрудно получить, что $S_{pp_2} \equiv S$, $T_{pp_2} \equiv T$, $W_{pp_2} \equiv W$, $\gamma_p \equiv \gamma$ имеют вид

$$S \simeq \frac{2\pi g B_0 k_0^2}{k_*^2 c_0^2}\left(\frac{dc_0}{dz}\right)^2, \quad T \simeq \frac{\pi^2 B_0}{k_* c_0^2}\left(\frac{dc_0}{dz}\right)^2 \tag{11}$$

$$W \simeq \frac{0{,}6\pi^2 B_0 k_0^2}{k_*^3 c_0^2}\left(\frac{dc_0}{dz}\right), \quad \gamma \simeq B_0\left(\frac{k_0}{k_*}\right)^{3/2} c_0^{-1}\frac{dc_0}{dz}\left[2 + \frac{k_0\theta_{cr}^2}{2k_*}\right].$$

Решая (5)–(9) с начальными условиями $N_p(x=0) = N_{0p}$, $\langle\Omega_p^2\rangle(x=0) = 0$, $\langle\alpha_p^2\rangle(x=0) = 0$, находим:

$$N_p(x) = p_{cr}^{-1} \sum_{p_1} N_{0p_1}[e^{(Wp_{cr}-2\gamma)x} - e^{-2\gamma x}] + N_{0p}e^{-2\gamma x}, \tag{12}$$

$$\langle\Omega_p^2\rangle = Sx \sum_{p_1} N_{0p_1} e^{(Wp_{cr}-2\gamma)x}, \tag{13}$$

$$\langle\alpha_p^2\rangle = Tx \sum_{p_1} N_{0p_1} e^{(Wp_{cr}-2\gamma)x}, \tag{14}$$

где p_{cr} – номер критической моды. Отсюда следуют выражения для уширения частоты $\langle\tilde{\Omega}_p^2\rangle = \langle\Omega_p^2\rangle/N_p$ и углового спектра $\langle\tilde{\alpha}_p^2\rangle = \langle\alpha_p^2\rangle/N_p$ локализованных мод, которые, вообще говоря, зависят от номера моды p. На больших расстояниях $x \gg (Wp_{cr})^{-1}$ дисперсии частотного и углового спектров становятся универсальными для всех мод (впервые этот эффект получен в [7]) и равны соответственно:

$$\langle\tilde{\Omega}_p^2\rangle = \frac{2gB_0k_0^3\theta_{cr}^3}{3k_*^2c_0}\frac{dc_0}{dz}x, \quad \langle\tilde{\alpha}_p^2\rangle = \frac{\pi B_0 k_0 \theta_{cr}^3}{3k_* c_0}\frac{dc_0}{dz}x. \tag{15}$$

Если начальное распределение энергии по модам является равномерным, $N_{0p} = \text{const}$, то выражения (15) справедливы для всех x.

При типичных параметрах $f = 230$ Гц, $V = 10$ мс$^{-1}$, $\theta_{cr} = 0{,}3$, $B_0 = 3{,}2\cdot10^{-4}$, $dc/dz = 1{,}5\cdot10^{-2}$ с$^{-1}$ получаем $\sqrt{\langle\tilde{\Omega}_p^2\rangle} \simeq 0{,}3$ с$^{-1}$, $\sqrt{\langle\tilde{\alpha}_p^2\rangle} \simeq 3{,}5\cdot10^{-2}$ на расстоянии 10^3 км. В заключении отметим, что для цилиндрической звуковой волны дисперсия углового спектра в 3 раза меньше, чем для плоской волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
2. *Beilis A., Tappert F. D.* Coupled mode analysis of multiple rough surface scattering.– J. Acoust. Soc. Amer., 1979, v. 66, № 3, p. 811–827.
3. *Горская Н. С., Раевский М. А.* О трансформации акустических волн на поверхностном волнении.– Акуст. журн., 1985, т. 31, № 2, с. 186–192.
4. *Абросимов Д. И., Долин Л. С., Нечаев А. Г.* Об ослаблении среднего поля при волноводном распространении звука в океане со взволнованной поверхностью.– Акуст. журн., 1985, т. 31, № 4.
5. *Barnett T. P., Kenyon K. E.* Recent advance in the study of wind waves.– Rep. Progr. Phys., 1975, v. 38, № 2, p. 667–729.

6. *Горская Н. С., Раевский М. А.* О многократном рассеянии низкочастотных акустических волн на поверхностном волнении.– Акуст. журн., 1986, т. 32, № 2, с. 165–171.
7. *Зайцев В. Ю., Раевский М. А.* О трансформации пространственно-временного спектра волнового поля в волноводе со случайной границей.– Изв. вузов. Радиофизика, 1985, т. 28, № 1, с. 65–75.
8. *Нечаев А. Г.* Корреляционные характеристики звука в волноводе со статистически неровной стенкой.– Изв. вузов. Радиофизика, 1982, т. 25, № 3, с. 291–300.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
24.V.1985

УДК 534.121

КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ В ПОЛЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

Ефимцов Б. М.

При экспериментальном изучении колебаний тонкостенных конструкций в поле турбулентных пульсаций давления авторы опубликованных работ ограничивались лабораторными испытаниями пластин в аэродинамических трубах, например [1–3] и др. Ниже приводятся экспериментальные данные о колебаниях цилиндрической панели малой кривизны, установленной на поверхности самолета в зоне, где ее колебания определялись воздействием пульсаций давления турбулентного пограничного слоя.

После завершения исследований пульсаций давления на самолете [4] в той же зоне фюзеляжа заподлицо с обтекаемой поверхностью была установлена тонкая (h=0,8 мм) слегка изогнутая (R=6 м) панель из алюминиевого сплава в жесткой раме. Схема панели с координатами точек измерений и габаритными размерами показана на фиг. 1. Колебания панели измерялись на тех же режимах полета, что и пульсации давления. Сигналы от двух виброприемников регистрировались синхронно, что позволило определить не только спектры в двух точках, но и оценить нормированный спектр пространственных корреляций (взаимный спектр) при фиксированном расстоянии между точками наблюдения.

При проведении экспериментальных исследований уделялось серьезное внимание возможным вибропомехам от разных источников и, прежде всего, от силовой установки самолета из-за ее интенсивного акустического и механического воздействия на панель. Для их оценки была выполнена серия специальных экспериментов, которая показала существенное (более 10 дБ) превышение полезных сигналов над фоном помех при $M \geqslant 0{,}43$ в области $f > 100$ Гц.

Низкочастотная часть всех измеренных спектров виброускорений панели в узких ($\Delta f = 0{,}06 f$) полосах частот характеризовалась ярко выраженными максимумами в окрестности ее низших собственных частот. Мнимая часть взаимного спектра на частотах этих максимумов была близка к нулю, а вещественная принимала значения, мало отличающиеся от +1 или −1 (в зависимости от формы колебаний). На частотах, где не обнаруживалось резонансное возбуждение панели, вещественная и мнимая части взаимного спектра виброускорений мало отличались от соответствующих функций поля пульсаций давления. Из этого следует, что поле виброускорений панели в основном формировалось в результате суперпозиции вынужденных стоячих и бегущих волн, возбуждаемых конвектирующим полем турбулентных пульсаций давления.

В широких (октавных) полосах частот резонансные свойства панели из-за эффекта осреднения в явном виде не обнаруживались. Связь между вибрациями в точках 1 и 2 в октавных полосах частот в среднем оказывалась более существенной по сравнению со связью между турбулентными пульсациями давления. Октавные спектры нормальных ускорений в точках 1 и 2 на частотах в окрестности и выше f=250 Гц практически не различались. Это обусловлено существенной пространственной однородностью действующего на панель поля турбулентных пульсаций давления.

Результаты измерения в октавных полосах частот здесь (фиг. 2) используются только для иллюстрации усиления колебания панели, связанного с увеличением скорости полета. При таких сравнительных измерениях искажения, связанные с влиянием присоединенной массы виброприемника (~2 г), оказываются несущественными. Что касается абсолютных измерений, то приемник с такой присоединенной массой при h=0,8 мм вносит искажения, превышающие 10% на частотах $f > 1$ кГц [2]. Величиной $\overline{\ddot{w}_1^2(f, \Delta f)}$ на фиг. 2 обозначен средний квадрат виброускорений панели в октавных полосах со средней частотой f при большем, а $\overline{\ddot{w}_2^2(f, \Delta f)}$ – при меньшем значениях числа M полета самолета на одной высоте.

Фактическое усиление колебаний при увеличении M показано точками на фиг. 2. Сплошной кривой на каждом графике показано ожидаемое усиление колебаний на основе расчетных оценок по соотношению

$$W = \frac{\overline{\ddot{w}_1^2(f, \Delta f)}}{\overline{\ddot{w}_2^2(f, \Delta f)}} = \frac{F_1(\beta)\,\Phi_{q1}(f)}{F_2(\beta)\,\Phi_{q2}(f)}. \qquad (1)$$