

$$\alpha_4 = (\alpha_3^2 + 4\alpha_1^2\beta^2)^{1/2}, \quad \alpha_5 = \beta\alpha_2^2 - \alpha_3, \quad \alpha_6 = (\alpha_5^2 + 4\beta^2\alpha_1^2)^{1/2},$$

где  $\kappa$  — собственное число свободных изгибных волн в пластине,  $U_\phi$  — фазовая скорость,  $\Lambda_1$  — продольный,  $\Lambda_2$  — поперечный пространственные масштабы корреляции спектральных составляющих поля пульсаций давления.

При расчетах здесь использовались непосредственно измеренные на самолете [4] величины  $\Phi_q(f)$ ,  $U_\phi$ ,  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ . Однако они практически не отличались от полученных из соотношений работы [6]. Представленный материал позволяет говорить об удовлетворительном согласовании результатов расчета и эксперимента. Отклонение сплошной кривой от пунктирной обусловлено только эффектами влияния пространственных масштабов корреляции и фазовой скорости поля турбулентных пульсаций давления на поверхности самолета, которые меняются при изменении числа  $M$  полета.

Таким образом, определяемая выражением (3) функция  $F(\beta)$  хорошо отслеживает влияние пространственно-временной структуры поля пристеночных пульсаций давления турбулентного слоя на вызываемые ими колебания тонких пластин и оболочек. Это дает возможность с высокой степенью достоверности определить колебания тонкостенных конструкций в турбулентном пограничном слое при произвольном числе  $M$  (по крайней мере в области  $M \leq 1,61$ ), если они известны при каком-либо одном (например, при малом) значении числа  $M$ . Если таких сведений не имеется, то для оценки спектров виброускорений в широких полосах частот можно воспользоваться соотношением (2). Аналогичное соотношение для пластин получило экспериментальное подтверждение в работах [2, 3].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Maestrello L.* Measurement and analysis of the response field of turbulent boundary layer excited panels. — *J. Sound Vib.*, 1965, v. 2, № 3, p. 270–292.
2. *Ефимцов Б. М., Шубин С. Е.* Экспериментальное исследование колебаний и акустического излучения пластин в поле турбулентных пульсаций давления. — *Акуст. журн.*, 1977, т. 23, вып. 4, с. 584–590.
3. *Ефимцов Б. М., Кудисова Л. Я., Лебедев А. А.* Экспериментальные данные о колебаниях и акустическом излучении пластин в поле турбулентных пульсаций давления при сверхзвуковых скоростях потока. — *Акуст. журн.*, 1984, т. 30, вып. 5, с. 714–715.
4. *Ефимцов Б. М., Шубин С. Е.* Вероятностные характеристики пульсаций давления пограничного слоя на поверхности самолета. — *Тр. ЦАГИ*, 1975, вып. 1655, с. 3–14.
5. *Ефимцов Б. М.* Колебания и акустическое излучение пластин в турбулентном пограничном слое. — *Тр. ЦАГИ*, 1971, вып. 1371, с. 39–46.
6. *Ефимцов Б. М.* Характеристики поля пристеночных турбулентных пульсаций давления при больших числах Рейнольдса. — *Акуст. журн.*, 1982, т. 28, вып. 4, с. 491–497.

Поступило в редакцию  
18.X.1985

УДК 534.222.2

#### ОБ ОТРАЖЕНИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ОТ ОКОЛОЗВУКОВОЙ ОБЛАСТИ СОПЛА ЛАВАЛЯ

*Карabutов А. А., Сапожников О. А.*

Задача о распространении акустических возмущений в потоках газа в трубах возникла достаточно давно (см., например, [1, 2]). Определенную сложность представляет случай, когда скорость потока мало отличается от местной скорости звука — при этом решение линейного приближения расходится [3]. Из-за невозможности аналитического решения нелинейных уравнений обычно приходится обращаться к различным численным методам [4–7]. Однако именно в околозвуковой области задача может быть существенно упрощена [8, 9], так как появляется малый параметр  $\mu \sim |M-1|$ , где  $M$  — число Маха потока. В данной работе рассматривается отражение от этой области возмущений ступенчатого вида, причем отличие от работы [10] анализируется нестационарная задача.

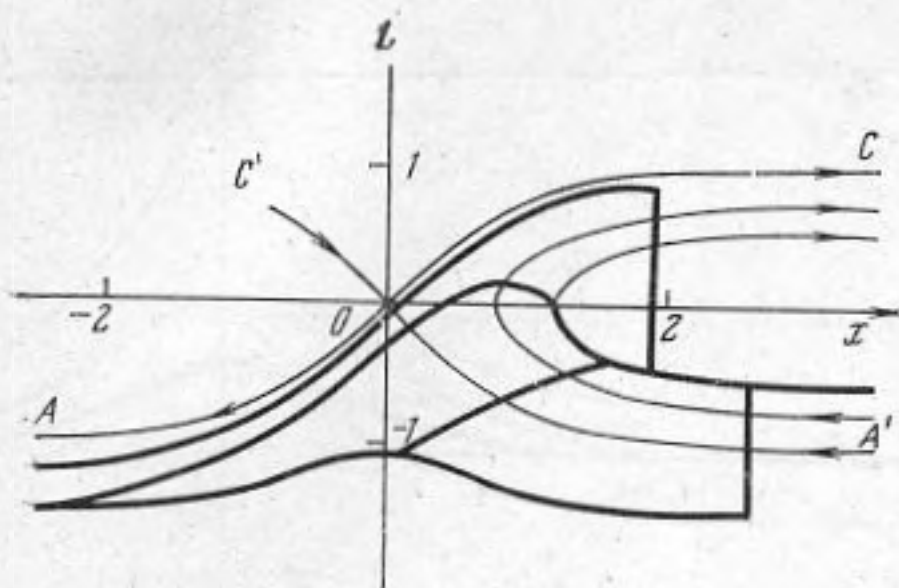
Уравнения гидродинамики для квазиодномерного изэнтропического течения однородного газа в канале переменного сечения могут быть записаны в квадратичном приближении в виде [2]:

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial L}{\partial t} + [\epsilon L + (2-\epsilon)R] \frac{\partial L}{\partial x} = - \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x}, \quad (1)$$

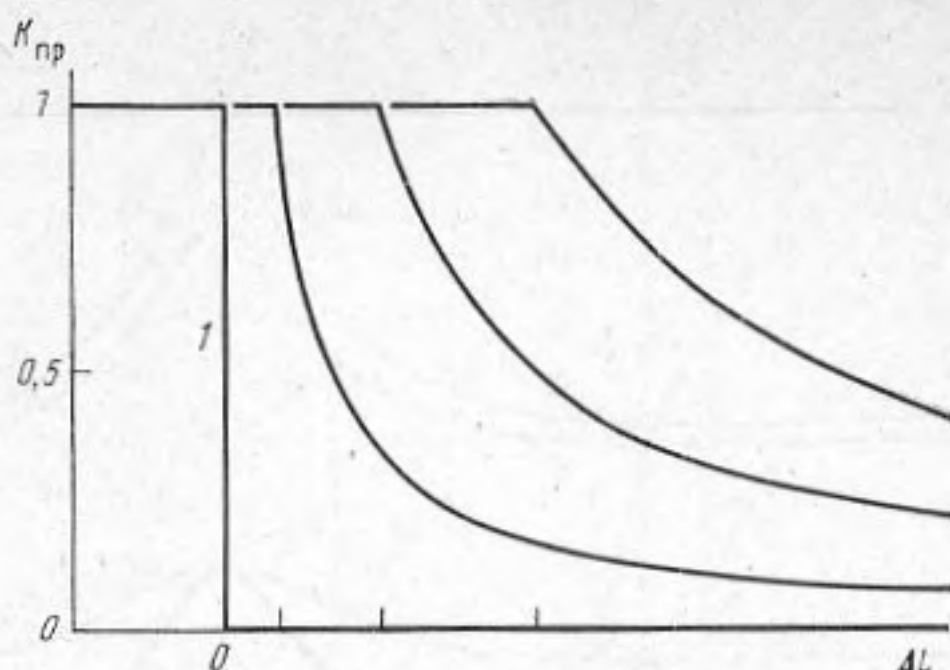
$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial R}{\partial t} + [2 + \epsilon R + (2-\epsilon)L] \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (2)$$

Здесь  $f = \ln(A_0/A)$ ,  $A$  — площадь поперечного сечения канала,  $A_0$  — ее характерное значение; в рассматриваемом случае сужающегося-расширяющегося канала (сопло Лавалья)  $A_0$  соответствует критическому сечению, т.е. сечению с минимальной





Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Трансформация профиля течения в окрестности критического сечения при падении ступенчатого возмущения  $L$ -волны. Профиль изображен в моменты времени  $t=0, 2, 4, 10$ . Тонкими линиями здесь и на других фигурах изображены фазовые траектории, они совпадают с профилями стационарного течения

Фиг. 2. Зависимость коэффициента прохождения  $L$ -волны от ее амплитуды  $\Delta L$  для различных начальных режимов  $L_0$ . Излом кривой  $K_{\text{пр}}=K_{\text{пр}}(\Delta L)$  происходит при  $\Delta L=-L_0-1$ . Кривая 1 соответствует начальному режиму  $L_0=-1$

площадью;  $c_0$  — скорость звука в критическом сечении;  $\varepsilon$  — параметр акустической нелинейности среды. Величины  $L$  и  $R$  описывают волны, распространяющиеся соответственно влево и вправо по оси  $x$  (против потока и по потоку):  $2L=(u-c_0)/c_0 - (\rho-\rho_0)/\rho_0$ ,  $2R=(u+c_0)/c_0 + (\rho-\rho_0)/\rho_0$ , где  $u$  — скорость потока,  $\rho$  и  $\rho_0$  — плотность и ее значение в критическом сечении. Система уравнений (1), (2) описывает нелинейное встречное взаимодействие акустических волн в неоднородном квазиодномерном потоке.

В околосвуковом течении амплитуды волн  $L$  и  $R$  малы:  $|L|, |R| \sim \mu \ll 1$ . Из уравнения (1) видно, что в рассматриваемой области должно быть  $f \sim \mu^2$ . Но тогда из (2) следует, что при прохождении околосвуковой области  $R$ -волна изменится на величину  $\sim \mu^2$ . Поскольку это изменение в рамках уравнения (1) можно не учитывать, что  $R$ -волну в (1) можно считать заданной:  $R(x, t) = R(x - 2c_0 t)$  и задача сводится к решению одного уравнения (1). По смыслу величин  $L$  и  $R$  ясно, что  $L$  должно задаваться ниже по потоку от критического сечения, а  $R$  — выше по потоку от критического сечения.

Число Маха потока выражается через  $L$  и  $R$  следующим образом:  $M = u/c \approx 1 + \varepsilon L + (2 - \varepsilon)R$ , где  $c$  — местная скорость звука. Как видно из выражений (1), (2), функции  $L$  и  $R$  задаются неоднозначно в том смысле, что постоянная составляющая числа Маха потока может быть «поделена» между ними произвольно. Удобно относить постоянную составляющую величины  $M-1$  к  $L$ -волне; в этом случае выражение  $L$  и  $R$  через  $u$  и  $\rho$  получается несколько иным.  $L < 0$  будет соответствовать дозвуковому,  $L > 0$  — сверхзвуковому потокам.

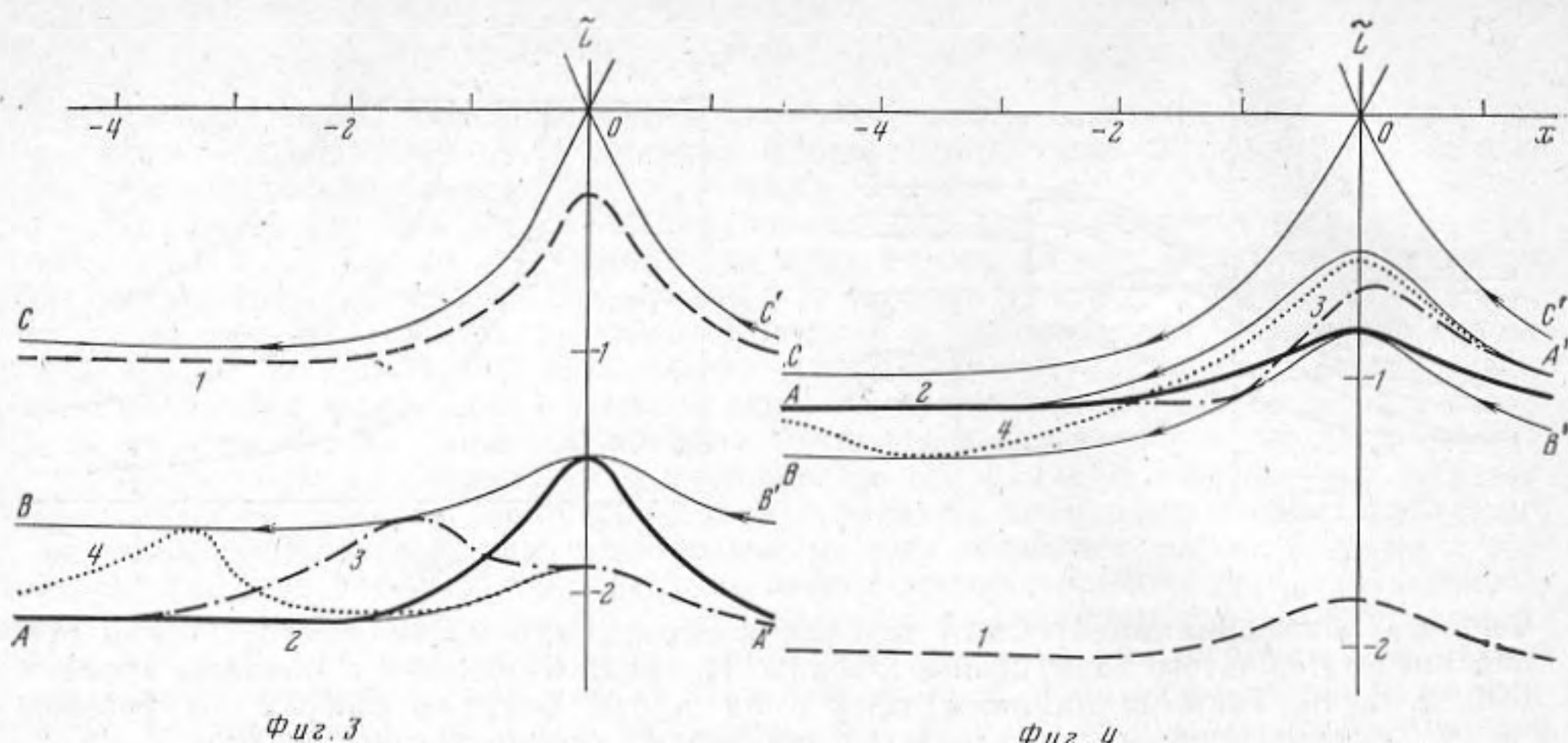
Целесообразно выделить два типа задач: возмущения, распространяющиеся по потоку, отсутствуют:  $R=0$ ; есть лишь возмущения, движущиеся против потока. Фактически это задача об установлении стационарного течения. Стационарное течение определяется только величиной  $L$ , так как при  $\partial L/\partial t = \partial R/\partial t = 0$   $R \sim \mu^2$  (см. (2)); в начальный момент рассматривается стационарное течение  $L(x, t=0) = L_n(x)$ , которое затем возмущается волной, распространяющейся по потоку. Такое воздействие можно назвать параметрическим, поскольку  $R$ -волна меняет только скорость, с которой распространяется  $L$ -волна.

При расчетах использовалось  $f(x) = p[\text{ch}^{-2}(x/l) - 1]$ , где  $l$  — характерный размер околосвуковой области,  $p$  — постоянная,  $\sim \mu^2$ . Такой вид функции  $f(x)$  правильно описывает профиль сопла и удобен тем, что решение может быть выражено через известные функции. Удобно также нормировать переменные следующим образом:  $x' = x/l$ ,  $t' = tc_0(\varepsilon p)^{1/2}/l$ ,  $L' = (\varepsilon/p)^{1/2}L$ ,  $R' = (\varepsilon/p)^{1/2}R$ ,  $f' = f/p$ . Штрихи ниже опущены.

Рассмотрим задачу первого типа. Начальное ступенчатое возмущение имеет вид  $L(x, t=0) = L_n(x) + \Delta L \theta(x - x_0)$ , где  $x_0 > 0$  — начальное положение фронта  $L$ -волны,  $\theta(x)$  — функция Хэвисайда,  $\Delta L$  — амплитуда скачка,  $L_n(x) = \pm(\text{const} - f)^{1/2}$  — решение стационарного уравнения (1). Уравнения характеристик для (1) следующие:  $dx/dt = L$ ,  $dL/dt = -d(f/2)/dx$ . Легко видеть, что эти уравнения совпадают с уравнениями движения материальной точки в поле потенциала  $f(x)/2$ . Фазовая плоскость переменных  $(x, L)$  для выбранного вида  $f(x)$  изображена на фиг. 1. Фазовые траектории показаны тонкими линиями, стрелки указывают направление движения точек на фазовой плоскости.  $L$ -волне соответствует континуум материальных точек, причем при начальной скорости  $L(\xi, t=0)$  точка из этого континуума имеет начальную координату  $\xi$  и движется в поле потенциала  $f(x)/2$  независимо от других точек, т. е. каждая точка профиля волны на фазовой плоскости движется по своей фазовой траектории.

При  $\Delta L < 0$  скачок целиком движется влево и проходит околосвуковую область без изменения амплитуды и формы (фиг. 1). При сравнительно малых  $\Delta L > 0$  начальный разрыв сглаживается, движется влево, его амплитуда после прохождения





Фиг. 3

Фиг. 4

Фиг. 3. Трансформация профиля течения в окрестности критического сечения при падении ступенчатого возмущения  $R$ -волны. Амплитуда  $\Delta m < 0$ . Профиль изображен в следующие моменты времени: 1 -  $t < 0$ , т. е. до прихода  $R$ -волны; 2 -  $t = 0$ ; 3 -  $t = 1$ ; 4 -  $t = 2$

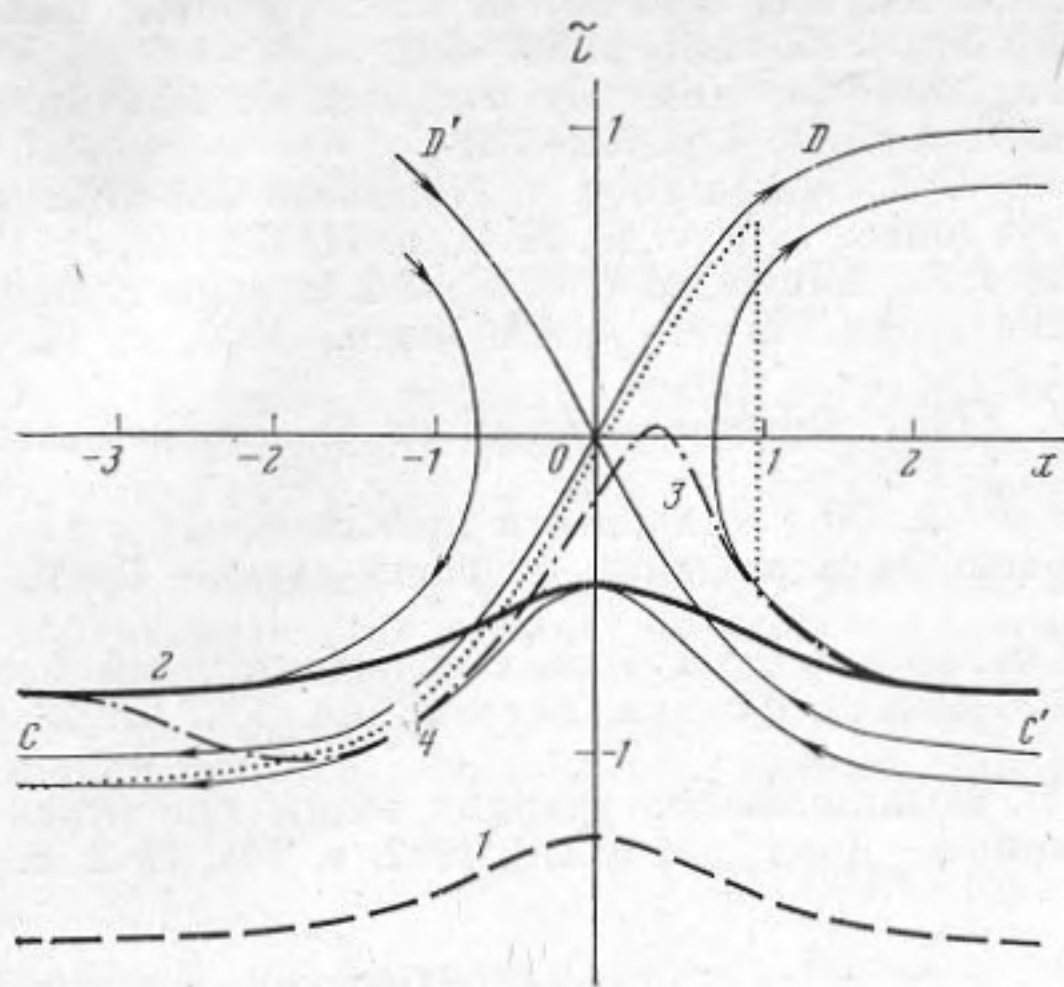
Фиг. 4. То же, что на фиг. 3. Амплитуда  $R$ -волны  $0 < \Delta m < -L_0 - 1$ . Профиль течения изображен в следующие моменты времени: 1 -  $t < 0$ ; 2 -  $t = 0$ ; 3 -  $t = 1$ ; 4 -  $t = 3$

околозвуковой области также не меняется:  $\Delta L_{пр} = \Delta L$ . Картина становится иной, когда начальный профиль попадает в область возвратных фазовых траекторий (фиг. 1). В этом случае скачок сначала также сглаживается и перемещается влево. Но по мере приближения возмущения к критическому сечению профиль волны начинает опрокидываться, появляется сверхзвуковая область ( $L > 0$ ), которая в дальнейшем расширяется вправо в виде разрыва, т. е. часть возмущения отражается. При  $t \rightarrow \infty$  устанавливается течение с переходом через скорость звука, его профиль — сепаратриса  $AOС$ . Поскольку амплитуда прошедшей волны  $\Delta L_{пр}$  определяется через расстояние между соответствующими фазовыми траекториями, то нетрудно выписать коэффициент прохождения  $K_{пр} = \Delta L_{пр} / \Delta L$ :  $K_{пр} = 1$  при  $\Delta L \leq -L_0 - 1$ ,  $K_{пр} = -(L_0 + 1) / \Delta L$  при  $\Delta L > -L_0 - 1$ . Здесь  $L_0 = L_{н}(-\infty)$  характеризует начальный невозмущенный поток,  $L_0$  связано с числом Маха начального потока в однородной области:  $L_0 = (M_0 - 1) / (\epsilon p)^{1/2}$ . Зависимость  $K_{пр} = K_{пр}(\Delta L)$  для различных режимов  $L_0$  изображена на фиг. 2. По мере приближения начального профиля течения к сепаратрисе  $C'OA'$  (фиг. 1) спад  $K_{пр}$  начинается при меньших  $\Delta L$  и происходит быстрее.

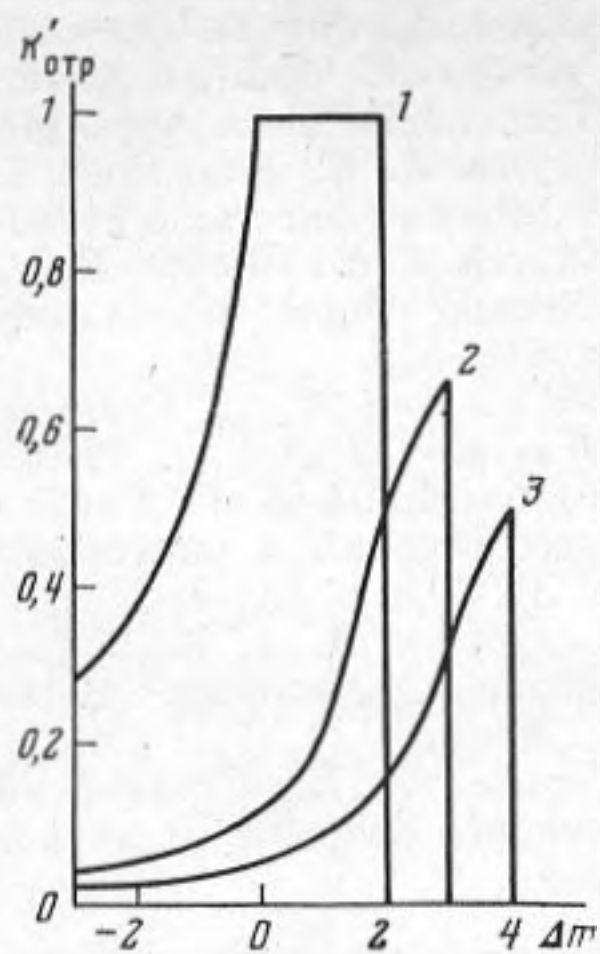
Перейдем к задаче второго типа. Начальным возмущением теперь является ступенчатое возмущение  $R$ -волны:  $R(x, t=0) = \Delta R \theta(x - x_0)$ ,  $L(x, t=0) = L_{н}(x)$ , где  $x_0 < 0$ , а  $L_{н}(x)$  — одно из стационарных решений уравнения (1). Задача может быть решена на фазовой плоскости. Действительно, фронт падающей  $R$ -волны проходит рассматриваемую область за очень малое время (скорость фронта близка к удвоенной скорости звука) и значение  $L$  при этом не успевает заметно измениться. Поэтому  $R$ -волну можно считать заданной в виде  $R(x, t) = \Delta R \theta(t)$ . Запишем уравнения характеристик для (1):  $dL/dt = -d(f/2)/dx$ ;  $dv/dt = L + \theta(t)\Delta R(2 - \epsilon)/\epsilon$ . При  $t > 0$  задача сводится к следующей:  $d\tilde{L}/dt = -d(f/2)/dx$ ,  $dx/dt = \tilde{L}$ ,  $\tilde{L}(x, t=0) = L_{н}(x) + \Delta R(2 - \epsilon)/\epsilon$ . Здесь  $\tilde{L} = L + \Delta R(2 - \epsilon)/\epsilon$ . Таким образом, в начальный момент фактически задана  $L$ -волна, описываемая функцией  $\tilde{L}$ , профиль этой волны не совпадает со стационарным. Возмущения  $R$ -волны отсутствуют, так как постоянную составляющую относим к  $L$ -волне. А это задача первого типа.

Рассмотрим возможные варианты. Фигура 3 соответствует случаю  $\Delta R < 0$ . Штриховой линией на этой и на других фигурах изображен профиль  $\tilde{L} = L_{н}(x)$ . После прихода ступенчатого возмущения  $R$ -волны начальный профиль  $\tilde{L}(x, t=0)$  оказывается между фазовыми траекториями  $AA'$  и  $BB'$ . Это возмущение сдвигается влево, на заднем фронте образуется разрыв. При  $t \rightarrow \infty$  устанавливается стационарное течение с профилем  $AA'$ . Случаю  $\Delta R > 0$ , когда профиль возмущенного течения лежит ниже сепаратрисы  $COC'$ , соответствует фиг. 4. Разрыв образуется на переднем фронте возмущения, которое с течением времени также смещается влево. Амплитуда отраженного возмущения в рассмотренных случаях равна расстоянию между фазовыми траекториями  $AA'$  и  $BB'$  в области однородного потока. При попадании начального профиля в область выше сепаратрисы  $COC'$  дополнительно возбуждается  $L$ -волна справа от критического сечения. Профили возмущения для такого случая изображены на фиг. 5. Возникающее возмущение имеет вид  $N$ -волны с двумя разрывами, распространяющимися вправо и влево от критического сечения. При  $t \rightarrow \infty$  устанавливается разгонное течение с профилем  $COD$ . И наконец, если амплитуда  $R$ -волны велика настолько, что возмущенный профиль  $\tilde{L}$  лежит выше сепаратрисы  $D'OD$  (см. фиг. 5), то отражения не будет, так как возникающие возмущения  $L$ -волны будут сноситься сверхзвуковым потоком вправо. Установившееся течение будет так-





Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 5. То же, что на фиг. 3. Амплитуда  $R$ -волны  $\Delta m > -L_0 - 1$ . Профиль течения изображен в следующие моменты времени: 1 -  $t < 0$ ; 2 -  $t = 0$ ; 3 -  $t = 2$ ; 4 -  $t = 5$

Фиг. 6. Зависимость коэффициента отражения  $R$ -волны от ее амплитуды для различных начальных режимов  $L_0$ : 1 -  $L_0 = -1$ ; 2 -  $L_0 = -2$ ; 3 -  $L_0 = -3$ .  $K'_{отр} = -K_{отр}\epsilon / (2 - \epsilon)$

же сверхзвуковым. Пусть  $\Delta \tilde{L}$  - амплитуда отраженной  $L$ -волны. Так как расстояние между соответствующими фазовыми траекториями известно, можно получить выражение для коэффициента отражения  $K_{отр} = \Delta \tilde{L} / \Delta R$ :

$$-K_{отр} / (2 - \epsilon) = \begin{cases} 1 + \frac{L_0 + \{1 + [(L_0^2 - 1)^{1/2} - \Delta m]^2\}^{1/2}}{\Delta m}, & \Delta m \leq (L_0^2 - 1)^{1/2}, \\ 1 + (1 + L_0) / \Delta m, & (L_0^2 - 1)^{1/2} \leq \Delta m \leq 1 - L_0, \\ 0, & \Delta m > 1 - L_0, \end{cases}$$

где  $L_0 = L_{II}(x = \infty)$ ,  $\Delta m = \Delta R(2 - \epsilon) / \epsilon$ . Зависимость  $K_{отр}$  от  $\Delta m$  изображена на фиг. 6 для различных начальных режимов  $L_0$ . Заметим, что выписанное выражение для  $K_{отр}$  справедливо не только для рассматриваемого вида функции  $f(x)$ , оно более общее для любых  $f(x)$ , правильно описывающих профиль сопла. С ростом  $\Delta m$  (см. фиг. 6) коэффициент отражения по модулю растет до тех пор, пока проходящая  $R$ -волна оставляет поток дозвуковым. При больших амплитудах падающей волны  $K_{отр} = 0$ , хотя возмущение  $L$ -волны образуется, сверхзвуковой поток перемещает его вправо. При  $\Delta m = (L_0^2 - 1)^{1/2}$  функция  $K_{отр}(\Delta m)$  претерпевает излом (наиболее ярко он выражен при  $L_0 = -1$ ), что соответствует попаданию начального профиля  $\tilde{L}$  в сверхзвуковую область  $\tilde{L}(t = 0, x = 0)$ . Из фиг. 6 также можно заключить, что чем ближе невозмущенный профиль к сепаратрисе  $COC'$ , тем эффективнее идет отражение.  $|K_{отр}|$  достигает максимального значения  $|K_{отр}| = (2 - \epsilon) / \epsilon$  при разгонном невозмущенном течении. Выражение для  $K_{отр}$  упрощается при малых амплитудах падающего скачка:  $\Delta m \ll (L_0^2 - 1)^{1/2}$ . В этом случае  $K_{отр} \approx [-1 + (1 + L_0^2)^{1/2}] (2 - \epsilon) / \epsilon$ .

Возбуждение  $R$ -волной сверхзвукового возмущения  $L$ -волны можно характеризовать коэффициентом  $K_1 = \Delta L_1 / \Delta R$ , где  $\Delta L_1$  - амплитуда указанного возмущения, которое, как отмечалось медленно сносится вправо.  $K_1$  имеет следующее выражение:

$$K_1 \epsilon / (2 - \epsilon) = \begin{cases} 0, & \Delta m < -L_0 - 1, \\ (1 - L_0) / \Delta m - 1, & -L_0 - 1 \leq \Delta m \leq (L_0^2 - 1)^{1/2}, \\ \frac{\{1 + [\Delta m - (L_0^2 - 1)^{1/2}]^2\}^{1/2}}{\Delta m} - 1, & \Delta m > (L_0^2 - 1)^{1/2}. \end{cases}$$

Скачок от  $K_1 = 0$  до  $K_1 = (1 - L_0) / \Delta m - 1$  происходит при попадании возмущенного профиля в область возвратных фазовых траекторий, а излом ( $\Delta m = (L_0^2 - 1)^{1/2}$ ) - при выходе из этой области с ростом  $\Delta m$ .

Таким образом, в работе решена задача об отражении и прохождении акустических возмущений ступенчатого вида через критическое сечение сопла Лавала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Осватич К. Трансзвуковые течения. - В кн.: Теоретическая и прикладная механика. М.: Изд-во иностр. лит., 1979, с. 417-438.
2. Кантровиц А. Одномерные неустановившиеся течения. - В кн.: Основы газовой динамики / Под ред. Эммонса Г. М.: Изд-во иностр. лит., 1963, с. 325-385.



3. Miers M. K., Callegari A. J. On the singular behavior of linear acoustic theory in near-sonic duct flows.— J. Sound Vibr., 1977, v. 51, p. 517–531.
4. Celmins A. Modified governing equations for unsteady compressible flow in ducts. Trans. ASME.— J. Appl. Mech., 1978, v. 45, № 4, p. 723–726.
5. Nayfeh A. H., Shaker B. S., Kaise J. E. Computation of Nonlinear One-dimensional Waves in Near-Sonic Flow.— AIAA Journ., 1978, v. 16, № 11, p. 1154–1159.
6. Nayfeh A. H., Shaker B. S., Kaise J. E. Transmission of Sound through Nonuniform Circular Ducts with Compressible Mean Flows.— AIAA Journ., 1980, v. 18, № 5, p. 515–525.
7. Walkington N. J., Eversman W. Finite Difference Solutions to Shocked Acoustic Waves.— AIAA Pap., 1983, № 671, p. 1–10.
8. Куликовский А. Г., Слободкина Ф. А. Об устойчивости произвольных стационарных течений в окрестности точек перехода через скорость звука.— ПММ, 1967, т. 31, № 4, с. 593–602.
9. Карабугов А. А. Исследование нестационарных трансзвуковых течений методом фазовой плоскости.— Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия, 1982, т. 23, № 1, с. 26–30.
10. Горьков Л. П., Путаевский Л. П. Возникновение ударной волны при отражении слабого разрыва от звуковой линии.— Докл. АН СССР, 1962, т. 144, № 2, с. 293–296.

Московский государственный  
университет им. М. В. Ломоносова  
физический факультет

Поступило в редакцию  
28.VI.1984  
после исправления  
25.XII.1985

УДК 532.593:532.529.5

### О ВОЗБУЖДЕНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ЗВУКОМ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

*Ковалев В. Г., Наугольных Е. А., Рыбак С. А.,  
Фридлендер В. Б.*

Звуковые волны, падающие из жидкости на ее свободную поверхность, в результате нелинейного взаимодействия с поверхностными волнами могут возбуждать капиллярные волны или изменять распределение энергии в спектре существующих поверхностных волн.

В рамках трехволнового взаимодействия возбуждение поверхностных волн звуком рассмотрено в [1, 2], при этом главную роль играет нелинейность свободной границы.

Газожидкостная среда характеризуется большой нелинейностью [3–5], обусловленной пузырьками газа, поэтому следует ожидать эффекта возбуждения поверхностной волны за счет нелинейности пузырьков.

Известно, что наибольший эффект при взаимодействии волн в жидкости с пузырьками газа достигается на частотах, близких к резонансной частоте пузырьков. Поэтому имеет смысл рассматривать возбуждение поверхностной волны высокочастотным звуком.

Для описания процесса в уравнениях движения жидкости с пузырьками необходимо удерживать квадратичные нелинейные члены [4]. При этом не учитывается гидродинамическая нелинейность, так как она существенно слабее пузырьковой [6].

В уравнениях движения границы [1] пренебрегаем нелинейными членами, что позволяет выделить члены, ответственные за возбуждение поверхностной волны лишь за счет пузырьковой нелинейности.

Первым рассматривалось возбуждение поверхностной волны при комбинационном рассеянии звука на свободной поверхности. В этом случае взаимодействие звуковых волн нулевого и минус-первого дифракционных спектров приводит к нарастанию, а взаимодействие звуковых волн нулевого и плюс-первого дифракционных спектров — к затуханию поверхностной волны. Суммарный вклад этих взаимодействий приводит к нарастанию поверхностной волны с инкрементом

$$\delta = \pi^2 (3\gamma + 2) \frac{n}{R_0} Q_0 \frac{\Omega_2}{\omega_0^2} \frac{k}{q\omega_0} \varphi_0^2. \quad (1)$$

Здесь  $k = \frac{\omega_0}{c_0}$ ;  $n$  — количество резонансных пузырьков в единице объема;  $R_0$ ,  $\omega_0$ ,

$Q_0$  — равновесное значение радиуса пузырька, собственная частота и добротность соответственно;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $\Omega$  и  $q$  — частота и волновое число поверхностной волны;  $c_0$  — скорость звука в жидкости;  $\varphi_0$  — амплитуда исходной звуковой волны.

Численные оценки (1) показывают, что для газосодержаний  $z_0 = nV_0 \approx 10^{-3}$  на частотах поверхностной волны  $\Omega \approx 10^3$  с<sup>-1</sup> вклад пузырьковой нелинейности в инкремент нарастания поверхностной волны становится сравнимым и больше вклада, приносимого нелинейностью границы [2].