АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXII 1986 Вып. 5

УДК 534.121.1

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ПЛАСТИНОЙ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ СЛУЧАЙНЫМИ ПО ПРОСТРАНСТВУ И ВРЕМЕНИ ПРОДОЛЬНЫМИ СИЛАМИ

Ефимцов Б. М., Преображенская И. И.

Исследуется акустическое излучение неограниченной тонкой пластины, возбуждаемой случайным по пространству и времени конвектирующим полем продольных сил. Оценивается влияние пространственных масштабов корреляции, фазовой скорости поля продольных сил и диссипации в пластине на ее акустическое излучение. Дается сравнительная оценка излучения звука пластиной при ее возбуждении продольными и нормальными распределенными случайными силами.

Акустическое излучение пластины, возбуждаемой продольными силами, обычно рассматривалось в предположении их детерминированности в пространстве и во времени [1, 2]. Настоящая работа посвящена исследованию излучения звука пластиной, возбуждаемой случайным по пространству и времени конвектирующим полем продольных сил. К такому классу сил относятся пульсации касательного напряжения, действующие на обтекаемую поверхность при турбулентном режиме течения в пограничном слое.

Рассмотрим неограниченную однородную пластину из линейного вязкоупругого материала, разделяющую два полупространства, среды в которых имеют одинаковые скорость распространения звуковых волн c_0 и плотность ρ_0. На пластину действует одномерная система распределенных случайных по пространству и времени продольных сил, описываемых стационарной во времени и однородной по пространству центрированной функцией $\tau(x, t)$. Продольные силы равномерно распределены по толщине пластины. Если отнести координату x к срединной поверхности пластины и дополнить ее координатой z, отсчитываемой по нормали к пластине, то ее колебания описываются уравнением

$$\frac{E_0 h}{1-\nu^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\tau+\frac{\nu h}{1-\nu}\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial x}\bigg|_{z=\pm h/2}, \qquad (1)$$

которое получается по аналогии с уравнением продольных волн в пластине, подверженной звуковому воздействию [2]. Здесь E_0 — линейный вязкоупругий оператор, который на множестве решений, содержащих временной множитель $\exp(i\omega t)$, обладает свойством $E_0[\exp(i\omega t)]=E[1+i\eta(\omega)]\times\exp(i\omega t)$, где E — модуль Юнга, η — коэффициент потерь, ν — коэффициент Пуассона, h — толщина, ρ — плотность материала пластины; $w(x, t)$ — случайное пространственно-временное поле продольных перемещений пластины под действием поля $\tau(x, t)$; $p(x, z, t)$ — случайное пространственно-временное поле давления, создаваемое колеблющейся пластиной. Эти возмущения среды будем считать безвихревыми и настолько малыми, что их можно описать волновым уравнением. Кинематические условия, как и в работе [1], принимаются в виде

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}\bigg|_{z=\pm h/2}=\pm\frac{\lambda h}{2(\lambda+2\mu)}\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial t}\pm\frac{ih\omega}{2(\lambda+2\mu)}p\bigg|_{z=\pm h/2}, \qquad (2)$$

где λ и μ — параметры Ламе материала пластины. Уравнения дополняются условиями ограниченности $p(x, z, t)$ при $z\to\pm\infty$. Задача состоит в определении вероятностных характеристик звукового поля, генерируемого пластиной при заданных вероятностных характеристиках действующего на нее поля продольных сил.

Для решения задачи будем использовать метод ортогональных статистических разложений. Функцию $\tau(x, t)$ с вероятностью, равной единице, можно представить в виде интегрального канонического разложения

$$\tau(x,t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} T(k,\omega)e^{i(kx+\omega t)}dk\,d\omega. \tag{3}$$

Здесь $T(k, \omega)$ — случайная функция, удовлетворяющая условию статистической ортогональности $\langle T^*(k, \omega)T(k', \omega')\rangle=\Phi_\tau(k, \omega)\delta(k'-k)\delta(\omega'-\omega)$, где $\Phi_\tau(k, \omega)$ — частотно-волновой спектр поля продольных сил.

Решение уравнения (1) и волнового уравнения естественно искать в виде

$$w(x,t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} T(k,\omega)W(k,\omega)e^{i(kx+\omega t)}dk\,d\omega, \tag{4}$$

$$p(x,z,t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} T(k,\omega)\mathrm{X}(k,z,\omega)e^{i(kx+\omega t)}dk\,d\omega. \tag{5}$$

Подстановка (3)—(5) в уравнения и дополнительные условия позволяют установить связь между функциями T, W, X и определить вероятностные характеристики возмущения давления в окружающей среде, обусловленные колебаниями пластины. Опуская промежуточные выкладки, выпишем только окончательное выражение для спектральной плотности звукового давления, связанного с распространяющимися в среде звуковыми волнами:

$$\Phi_p(\omega)=(\omega\rho_0)^2\int\limits_{-k_0}^{k_0}\Phi_\tau(k,\omega)\,|\mathrm{X}(k,\omega)|^2\,dk. \tag{6}$$

Здесь $|\mathrm{X}(k, \omega)|^2$ — аналог передаточной функции, который в области $|k|\leqslant k_0$ определяется выражением

$$\begin{aligned}|\mathrm{X}(k,\omega)|^2=\left(\frac{k}{\omega}\right)^2(1+\eta^2)\Bigg\{\Bigg[&\frac{\rho\rho_0\omega^2h}{\lambda}\left(\frac{k^2}{k_1^2}-1\right)+\frac{\nu}{1-\nu}k^2\rho_0h-\\ &-2\left(1+\frac{2\mu}{\lambda}\right)\rho(k_0^2-k^2)^{1/2}\eta\Bigg]^2+\Bigg[\frac{\nu}{1-\nu}k^2\rho_0h\eta-\frac{\rho\rho_0\omega^2h\eta}{\lambda}-\\ &-2\left(1+2\frac{\mu}{\lambda}\right)\rho\left(\frac{k^2}{k_1^2}-1\right)(k_0^2-k^2)^{1/2}\Bigg]^2\Bigg\}^{-1},\end{aligned} \tag{7}$$

где $k_1=\omega/c_1$, $c_1=[E/\rho(1-\nu^2)]^{1/2}$ — скорость распространения продольных волн в пластине.

Выражение (6) и (7) используются в дальнейшем при анализе акустического излучения пластины, возбуждаемой случайным полем продольных сил. Для описания этого поля воспользуемся одномерным представлением спектра пространственных корреляций $\Phi_\tau(\varepsilon, \omega)=\Phi_\tau(\omega)\exp\times$ $\times[-|\xi|/\Lambda-ik_q\xi]$, которому соответствует частотно-волновой спектр

$$\Phi_\tau(k,\ \omega)=\Lambda\Phi_\tau(\omega)/\pi[1+(k\Lambda+k_q\Lambda)^2]. \tag{8}$$

Здесь $\xi=x'-x$ — интервал между двумя точками наблюдения, $\Lambda=\Lambda(\omega)$ — пространственный масштаб корреляции спектральных составляющих, $k_q=\omega/U_ф$ — конвективное волновое число, $U_ф$ — фазовая (конвективная) скорость, $\Phi_\tau(\omega)$ — спектральная плотность. Приведенные ниже результаты получены на основе асимптотических оценок интеграла (6) и расчетов на ЭВМ.

Подынтегральное выражение представляет собой произведение двух функций. Первая, частотно-волновой спектр $\Phi_\tau(k, \omega)$, описывает распределение интенсивности пульсаций продольных сил по волновым числам на разных частотах. Она имеет единственный максимум в окрестности $k=-k_q$, который вырождается по мере уменьшения пространственного масштаба корреляции. Этот максимум попадает в область интегрирования ($|k|\leqslant k_0$) только в случае $k_q\leqslant k_0$, т. е. $U_\Phi/c_0=M_\Phi\geqslant 1$. Вторая, передаточная функция $|X|^2$, характеризуется двумя ярко выраженными максимумами (в окрестности $|k|=k_1$ и $|k|=k_0$). Скорость распространения продольных волн в металлических пластинах всегда существенно превышает скорость распространения звуковых волн в окружающей воздушной среде. В этом случае максимум в окрестности $|k|=k_1$ всегда попадает в область интегрирования.

Для пластины из алюминиевого сплава при $\eta=0$ величина $|X|^2_{|k|=k_1}/$ $/|X|^2_{|k|=k_0}\approx 10^3$, т. е. максимум в окрестности $|k|=k_1$ является определяющим. По мере увеличения диссипации в пластине это отношение уменьшается, так как максимум в окрестности $|k|=k_1$ практически не зависит от η, а максимум в окрестности $|k|=k_1$ вырождается по мере увеличения η, начиная с некоторого его характерного значения, зависящего от частоты. В большой части практических случаев максимум в окрестности $|k|=$ $=k_1$ существенно превышает максимум в окрестности $|k|=k_0$.

Зависимость подынтегрального выражения (6) от волнового числа в основном определяется поведением передаточной функции. При $k_1\Lambda\ll$ $\ll\eta^{-1}$ частотно-волновой спектр $\Phi_\tau(k, \omega)$ можно трактовать как медленно меняющуюся функцию параметра k по сравнению с функцией $|X(k, \omega)|^2$. Это дает возможность оценить интеграл (6) при $\eta\to 0$ известными асимптотическими методами и представить безразмерную спектральную плотность звукового давления в виде

$$F_p=\frac{\Phi_p(\omega)}{\Phi_\tau(\omega)}\approx\left[\frac{k_1\Lambda}{1+(k_q\Lambda+k_1\Lambda)^2}+\frac{k_1\Lambda}{1+(k_q\Lambda-k_1\Lambda)^2}\right]I(k_1, \omega). \qquad (9)$$

Здесь $I(k_1, \omega)$ – функция параметров пластины и акустической среды, которая не зависит от структуры поля нагрузки (пространственных масштабов корреляции и фазовой скорости) и определяется интегралом

$$I(k_1, \omega)=\frac{(\omega\rho_0)^2}{k_1}\int\limits_0^{k_0}|X(k, \omega)|^2\,dk. \qquad (10)$$

Выражение (9) можно непосредственно использовать для определения влияния пространственных масштабов корреляции и фазовой скорости на акустическое излучение пластины, возбуждаемой турбулентными пульсациями касательного напряжения. В случае $k_1\gg k_q$, т. е. когда фазовая скорость поля пульсаций касательного напряжения много больше скорости распространения продольных волн в пластине, из (9) следует соотношение

$$F_p\sim k_1\Lambda/[1+(k_1\Lambda)^2], \qquad (11)$$

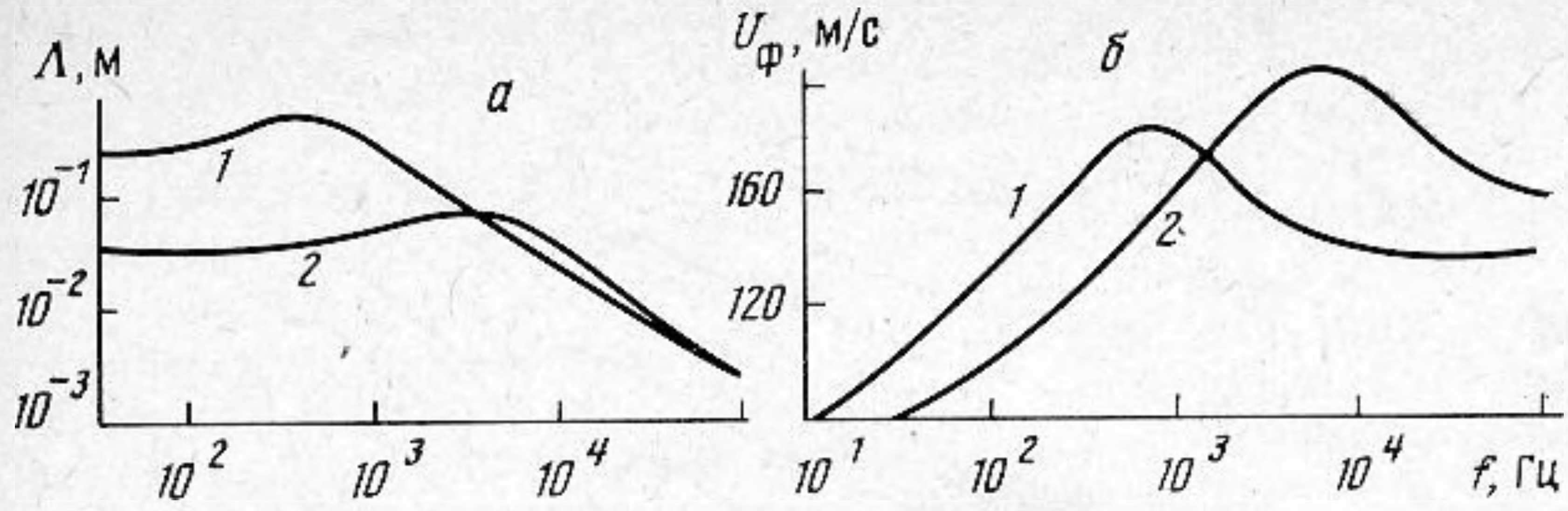
которое обнаруживает один из эффектов усиления акустического излучения при $k_1\Lambda\approx 1$. Влияние фазовой скорости поля пульсаций касательного напряжения при этом не проявляется.

В случае $k_1\ll k_q$, т. е. когда фазовая скорость поля нагрузки много меньше скорости распространения продольных волн в пластине, то

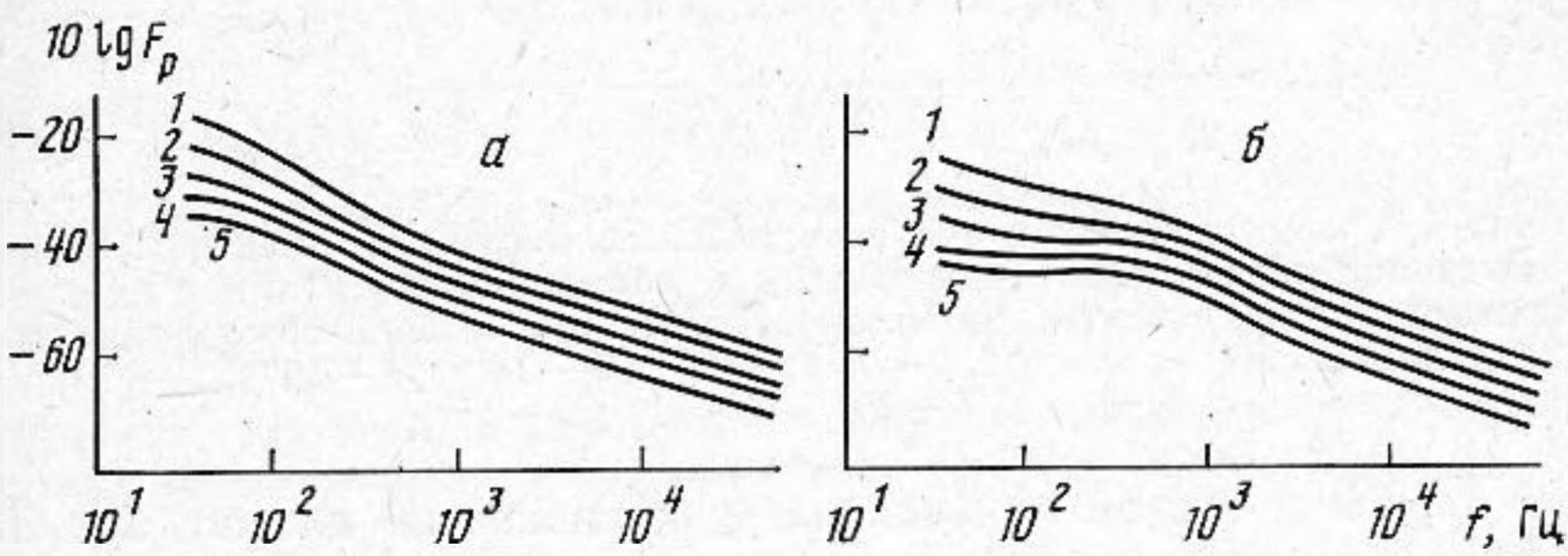
$$F_p\sim k_1\Lambda/[1+(k_q\Lambda)^2]. \qquad (12)$$

Из (12) следует еще один эффект усиления акустического излучения, соответствующий $k_q\Lambda\approx 1$, и зависимость акустического излучения пластины от фазовой скорости. При малых пространственных масштабах корреляции ($k_q\Lambda\ll 1$) влияние фазовой скорости на F_p также не обнаруживается.

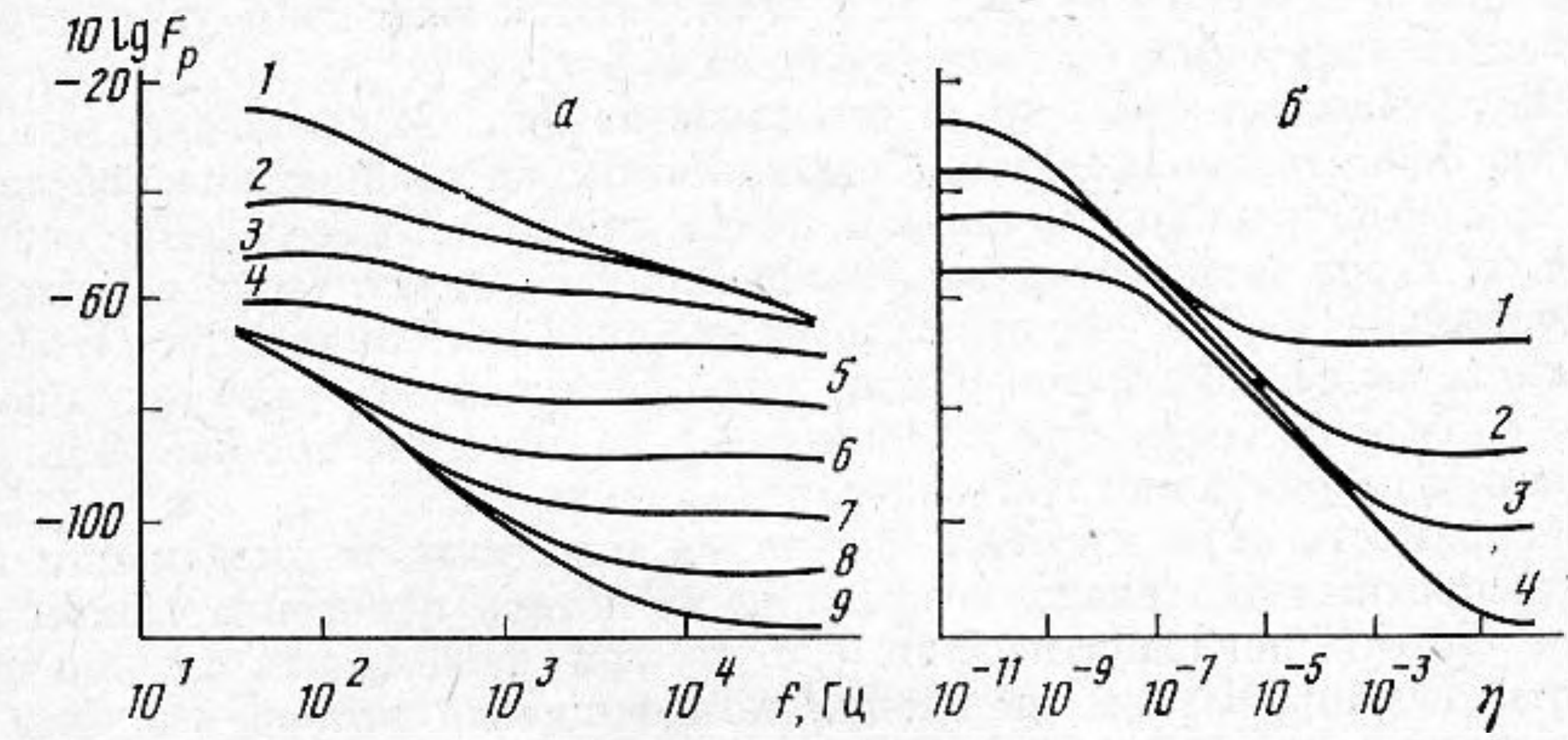
При $k_1\sim k_q$, когда $k_1\Lambda\gg 1$, выражение (9) дает ярко выраженный максимум, отражающий эффект усиления, аналогичный эффекту аэродинамического совпадения, наблюдаемому при нагружении пластины турбу-



Фиг. 1. Пространственный масштаб корреляции (*а*) и фазовая скорость (*б*) для первой (*1*) и второй (*2*) моделей нагрузки



Фиг. 2. Излучение звука пластиной разной толщины в поле продольных случайных сил, соответствующих первой (*а*) и второй (*б*) моделям нагрузки, мм: *1* – h=0,75, *2* – h=1,5, *3* – h=3,0, *4* – h=7,0, *5* – h=12,0



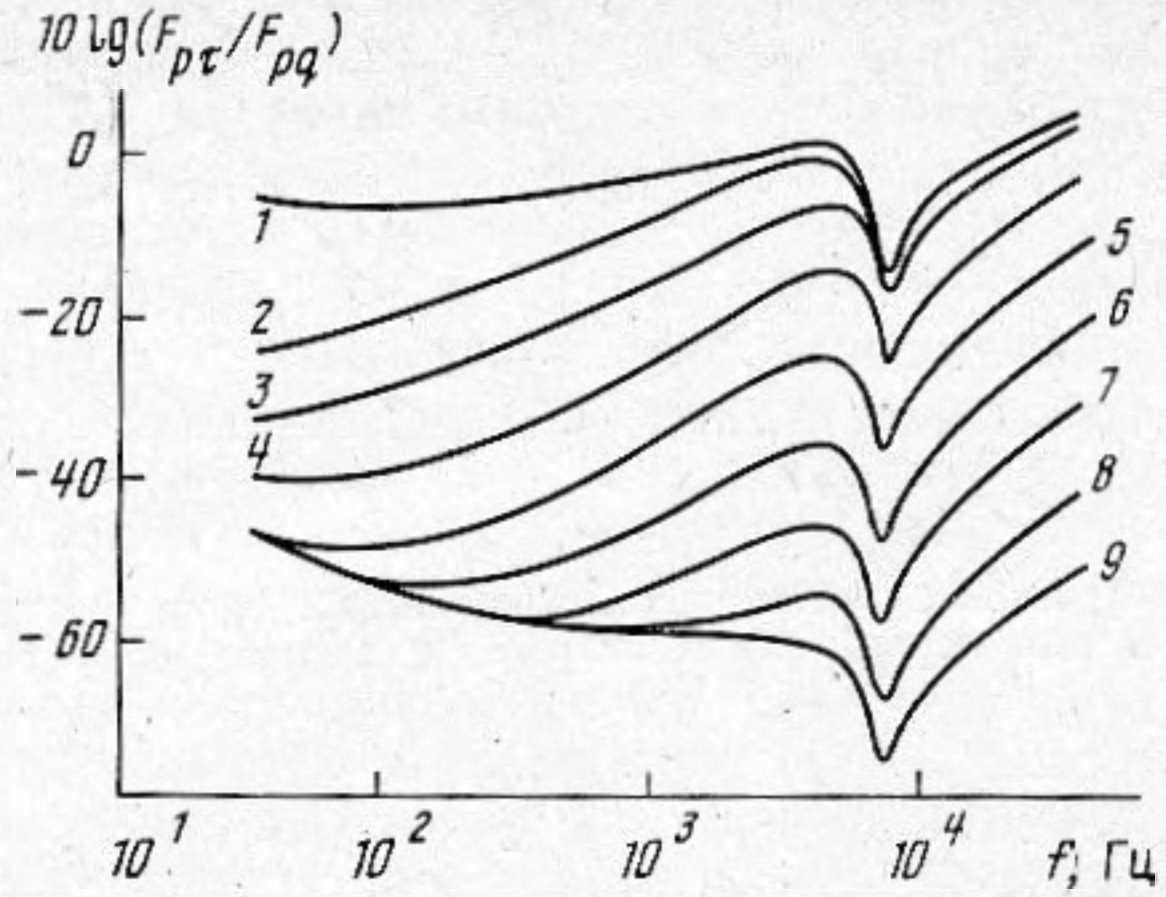
Фиг. 3. Влияние диссипации в пластине на ее акустическое излучение в поле продольных случайных сил при фиксированных значениях η (*а*): *1* – 0; *2* – 10^{-8}; *3* – 10^{-7}; *4* – 10^{-6}; *5* – 10^{-5}; *6* – 10^{-4}; *7* – 10^{-3}; *8* – 10^{-2}; *9* – 10^{-1}; при фиксированных значениях f (*б*), Гц: *1* – 63; *2* – 250; *3* – 1000; *4* – 8000

лентными пульсациями давления. По мере уменьшения $k_1\Lambda$ этот эффект усиления вырождается.

Все описанные выше эффекты усиления акустического излучения пластины в поле турбулентных пульсаций касательного напряжения имеют ту же природу, что эффекты усиления акустического излучения в поле турбулентных пульсаций давления [3], с той лишь разницей, что они обусловлены максимумом интенсивности поля действующих на пластину сил в окрестности k_1, а не k_0.

Последующий анализ решения (6) задачи будем проводить численным методом. Для этого воспользуемся двумя частными видами случайного нагружения пластины полем продольных сил (фиг. 1, *а*, *б*). Первой модели нагрузки соответствуют бóльшие значения Λ и $U_ф$ в низкочастотной области по сравнению со второй моделью.

Безразмерная спектральная плотность звукового давления в поле акустического излучения пластины из алюминиевого сплава равной толщи-



Фиг. 4. Сравнительная оценка акустического излучения пластины, возбуждаемой случайными продольными и нормальными силами с одинаковыми вероятностными характеристиками при разной диссипации в ней продольных волн (η): *1* – 0; *2* – 10^{-8}; *3* – 10^{-7}; *4* – 10^{-6}; *5* – 10^{-5}; *6* – 10^{-4}; *7* – 10^{-3}; *8* – 10^{-2}; *9* – 10^{-1}

ны для первой и второй моделей нагрузки показана на фиг. 2, *а*, *б*. Наблюдаемое различие в результатах расчета, относящихся к разным моделям поля нагрузки, объясняется на основе соотношения (12), поскольку в рассматриваемом случае $k_1 \ll k_q$. В частности, превышение F_p для первой модели над F_p для второй модели в области $f<100$ Гц и противоположные тенденции в окрестности $f=1$ кГц объясняются эффектом усиления акустического излучения, соответствующим $k_q\Lambda \approx 1$.

Результаты расчетов, представленные на фиг. 2, позволяют непосредственно оценить влияние толщины пластины на ее акустическое излучение при возбуждении случайным полем продольных сил. На основной части спектров звукового давления функция F_p практически обратно пропорциональна h. Это свидетельствует о более слабом влиянии толщины пластины на ее акустическое излучение в случае возбуждения продольными силами по сравнению с влиянием h на акустическое излучение пластины при возбуждении пульсациями давления [3].

Зависимость акустического излучения пластины от диссипации в ней при дискретных значениях коэффициента потерь η и непрерывном изменении частоты показана на фиг. 3, *а*, а при фиксированных значениях частоты и непрерывном изменении коэффициента потерь – на фиг. 3, *б*. Представленные на фиг. 3 результаты расчетов относятся к первой из рассматриваемых моделей нагрузки, действующей на пластину толщиной 1,5 мм. Наблюдаемые закономерности легко объяснить на основе анализа поведения функции $|X|^2$. В частности, резкий спад F_p по мере роста η в области низких частот (фиг. 3, *а*) связан с уменьшением значений $|X|^2$ в окрестности $|k|=|k_1|$. Ослабление влияния диссипации на умеренных значениях η (фиг. 3, *б*) связано с тем, что определяющим становится поведение функции $|X|^2$ в окрестности $|k|=k_0$, а при весьма малых значениях η – ослаблением влияния диссипации на $|X|^2$ в окрестности $|k|=k_1$.

Интересно сопоставить акустическое излучение пластины, возбуждаемой случайным полем продольных сил и пульсаций давления (нормальных сил). Такое сопоставление дается на фиг. 4, где представлена частотная зависимость отношения спектральной плотности звукового давления в поле акустического излучения пластины, возбуждаемой случайными продольными силами, $\Phi_{p\tau}$ при разных значениях η к спектральной плотности звукового давления при возбуждении пластины случайными пульсациями давления Φ_{pq} [3] при фиксированном значении $\eta=0{,}01$. Здесь характеристики поля продольных и нормальных сил условно приняты одинаковыми, соответствующими первой из рассматриваемых выше моделей нагрузки.

Все кривые на фиг. 4 характеризуются хорошо выраженным максимумом на частоте 8 кГц, который обусловлен усилением акустического излучения пластины, возбуждаемой нормальными силами, в окрестности ее критической частоты. На частотах, много меньших критической ($f \ll f_c$), акустическое излучение неограниченной пластины при возбуждении случайными пульсациями давления практически не зависит от η. Поэтому в области $f \ll f_c$ по мере уменьшения диссипации излучающая способность пластины при возбуждении продольными случайными силами приближается к ее излучающей способности при возбуждении нормальными случайными силами. Однако при реальных значениях коэффициента потерь ($\eta > 10^{-4}$) интенсивность акустического излучения пластины, возбуждаемой продольными случайными силами, практически всегда будет меньше интенсивности ее излучения при возбуждении нормальными случайными силами с теми же вероятностными характеристиками.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лямшев Л. М.* Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
2. *Евсеев В. Н., Иванов В. С., Кирпичников В. Ю,* Излучение звука бесконечной тонкой пластиной, возбуждаемой продольной силой.— Акуст. журн., 1977, т. 23, № 5, с. 731–737.
3. *Ефимцов Б. М.* Влияние пространственных масштабов корреляции случайных пульсаций давления на акустическое излучение пластины.— Акуст. журн., 1980, т. 26, № 4, с. 560–568.

Поступила в редакцию
23.VII.1985