

укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dU^+}{dz} &= -\frac{\mu}{2v_{зв}} U^+ - \frac{\omega_c^i}{2v_{зв}} U^{-*}; \\ \frac{dU^{-*}}{dz} &= -\frac{\omega_c^i}{2v_{зв}} U^+ + \frac{\mu}{2v_{зв}} U^{-*}; \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\omega_c^i = eH_0/2Mc$ .

Решение (7) с прежними граничными условиями имеет вид:

$$U^{-*}(0) = U_0 \omega_c^i \frac{1 - e^{-\frac{\kappa}{v_{зв}} L}}{\kappa + \mu + (\kappa - \mu) e^{-\frac{\kappa}{v_{зв}} L}}$$

Здесь  $\kappa = \sqrt{\mu^2 + \omega_c^{i2}}$ .

Видно, что как и в предыдущем случае, фаза отраженной волны сопряжена к фазе падающей, амплитуда обращенной волны монотонно растет с увеличением длины взаимодействия  $L$ , причем коэффициент преобразования звуковой энергии при  $\omega_c^i \gg \mu$  может достигать 100%.

Приведем численные оценки для LiF. Примем:  $\mu \ll \omega_c^i \sim 10^5 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega \sim 5 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ ;  $v_{зв} \sim 5 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ . Для таких значений параметров длина взаимодействия  $L_{эфф}$ , отвечающая 50% преобразованию амплитуды падающей волны в отраженную  $L_{эфф} \sim v_{зв}/\omega_c^i \sim 5 \text{ см}$ . Отвечающая указанному значению  $\omega_c^i$  напряженность переменного магнитного поля  $H_0$ , составляет  $H_0 \sim 200 \text{ Э}$ .

Таким образом, прямое взаимодействие ионной звуковой волны с переменным магнитным полем является достаточно эффективным механизмом ОВФ звука, причем в отличие от геликон-фононного взаимодействия этот механизм реализуется в любом ионном кристалле.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Буикин Ф. В., Власов Д. В., Кравцов Ю. А. Препринт ФИАН, 1982, № 90, с. 72.
2. Стил М., Вюраль Б. Взаимодействие волн в плазме твердого тела. М.: Атомиздат, 1973, 247 с.

Институт общей физики  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
17.II.1986

УДК 537.611.43

### ДВУХФОНОННАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ САМОИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ В ТВЕРДЫХ ПАРАМАГНЕТИКАХ

*Буишвили Л. Л., Гиоргадзе Н. П., Менабде М. Г.*

Большая часть нестационарных явлений, наблюдаемых при взаимодействии света с веществом, имеет аналоги в магнитной квантовой акустике, что позволяет распространить существующие теоретические построения на нестационарные процессы при прохождении кратковременных акустических импульсов через твердые парамагнетики. Это, в частности, касается акустической самоиндуцированной прозрачности (АСИП) в условиях акустического магнитного резонанса, хорошо изученного как теоретически, так и экспериментально [1, 2].

Ниже будет рассмотрено явление АСИП в разбавленном твердом парамагнетике в условиях двухфононного резонансного поглощения. Аналогичному явлению в оптике в настоящее время уделяется большое внимание [3].

Положим эффективный спин парамагнитного центра  $S$  равным 1 и будем считать, что имеет место квадрупольное расщепление. Как показано в работе [4], двухквантовый резонанс в такой системе позволяет устранить уширение линии, обусловленное неоднородностью квадрупольного взаимодействия. В наиболее простом случае тетрагональной симметрии гамильтониан невзаимодействующих спинов имеет вид (за ось  $z$  принята ось симметрии 4-го порядка)

$$\mathcal{H}_s = \omega_0 \sum_i S_{zi} + \omega_Q \sum_i \left[ S_{zi}^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right], \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — зеемановская частота парамагнитного центра, а  $\omega_Q$  — квадрупольная частота.

Предполагая, что звуковая волна распространяется вдоль оси  $z$ , и учитывая выбранный симметрию, гамильтониан спин-фононного взаимодействия представим



в виде <sup>1</sup>

$$\mathcal{H}_{sp} = G \sum_i (S_{+i} S_{zi} + S_{zi} S_{+i}) \varepsilon^-(\mathbf{r}_i) + G \sum_i (S_{-i} S_{zi} + S_{zi} S_{-i}) \varepsilon^+(\mathbf{r}_i), \quad (2)$$

где  $G$  — константа спин-фононного взаимодействия (в обозначениях Фогта  $G = G_{44}$ ),  $\varepsilon^\pm = \varepsilon^{xz} \pm i\varepsilon^{yz}$ , причем в рассматриваемом случае компоненты тензора деформации  $\varepsilon^{\alpha\tau}$  связаны с компонентами вектора смещения  $u^\alpha$  соотношениями  $\varepsilon^{\alpha z} = (1/2) \partial u^\alpha / \partial z$ , где  $\alpha = x, y$ .

В дальнейшем удобно перейти к формализму фиктивного спина 1/2 [5], в терминах которого выражения (1) и (2) могут быть переписаны в виде

$$\mathcal{H}_s = \omega_1 \sum_i S_{zi}^{1-2} + \omega_2 \sum_i S_{zi}^{2-3}, \quad (3)$$

$$\mathcal{H}_{sp} = \sqrt{2} G \sum_i (S_{+i}^{1-2} - S_{+i}^{2-3}) \varepsilon^-(\mathbf{r}_i) + \sqrt{2} G \sum_i (S_{-i}^{1-2} - S_{-i}^{2-3}) \varepsilon^+(\mathbf{r}_i). \quad (4)$$

Здесь  $S_{\alpha i}^{m-n}$  ( $\alpha = \pm z, m, n = 1, 2, 3$ ) — операторы фиктивного спина 1/2, отвечающие переходам между уровнями  $m$  и  $n$ , причем индексы 1, 2 и 3 отвечают состояниям эффективного спина  $S=1$  с проекциями +1, 0 и -1 соответственно <sup>2</sup>,  $\omega_1 = 2\omega_0 + (2/3)\omega_Q$ ,  $\omega_2 = 2\omega_0 - (2/3)\omega_Q$ .

Следуя работе [6], предположим, что под воздействием кратковременного импульса (длительность которого меньше времен спин-спиновой и спин-решеточной релаксации) в образце возбуждается модулированная поперечная звуковая волна

$$\varepsilon^\pm = \mathcal{E}(z, t) \exp[\pm i(\omega_0 t - kz)], \quad (5)$$

амплитуда которой слабо меняется в пространстве и во времени:

$$|\partial \mathcal{E} / \partial t| \ll \omega_0 |\mathcal{E}|, \quad |\partial \mathcal{E} / \partial z| \ll k |\mathcal{E}|. \quad (6)$$

Для описания динамики спиновой системы в поле этой волны воспользуемся квантовым аналогом метода ускоренной сходимости, развитым в работе [7]. Записывая гамильтониан спин-фононного взаимодействия (4) в представлении взаимодействия

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{H}}_{sp}(t) = \exp(i\mathcal{H}_s t) \mathcal{H}_{sp} \exp(-i\mathcal{H}_s t) = \sqrt{2} G \sum_i \left\{ S_{+i}^{1-2} \exp\left[ i \left( \omega_1 - \frac{1}{2} \omega_2 \right) t \right] - \right. \\ \left. - S_{+i}^{2-3} \exp\left[ i \left( \omega_2 - \frac{1}{2} \omega_1 \right) t \right] \right\} \mathcal{E} \exp[-i(\omega_0 t - kz)] + \\ + \sqrt{2} G \sum_i \left\{ S_{-i}^{1-2} \exp\left[ -i \left( \omega_1 - \frac{1}{2} \omega_2 \right) t \right] - \right. \\ \left. - S_{-i}^{2-3} \exp\left[ i \left( \omega_2 - \frac{1}{2} \omega_1 \right) t \right] \right\} \mathcal{E} \exp[i(\omega_0 t - kz)] \end{aligned} \quad (7)$$

и используя выражения для эффективного гамильтониана во втором порядке [7]

$$\mathcal{H}_{\text{эфф}}^{(2)} = \overline{(1/2)[\mathcal{H}, \mathcal{H}]},$$

где

$$\tilde{\mathcal{H}} = i \int_0^t dt' [\mathcal{H}(t') - \overline{\mathcal{H}}], \quad \overline{\mathcal{H}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \mathcal{H}(t),$$

применительно к рассматриваемому случаю, получим

$$\tilde{\mathcal{H}}_{sp}^{(2)} = -(2G^2/\omega_Q) \sum_i [S_{+i}^{1-3} \exp(2ikz) + S_{-i}^{1-3} \exp(-2ikz)] \mathcal{E}^2. \quad (8)$$

Возвращаясь к исходному представлению, для эффективного гамильтониана, опи-

<sup>1</sup> Пренебрегаем квадратичными по смещению членами, поскольку, как показывают простые оценки, их вклад в двухфононное резонансное поглощение пренебрежим по сравнению со вкладом, обусловленным выражением (2).

<sup>2</sup> Подробнее об этом см. работу [5].



сывающего двухфононный процесс, будем иметь

$$\mathcal{H}^{(2)} = \mathcal{H}_s + \mathcal{H}_{sp}^{(2)} = \omega_1 \sum_i S_{zi}^{1-2} \omega_2 \sum_i S_{zi}^{2-3} - (2G^2/\omega_Q) \sum_i [S_{+i}^{1-3} (\varepsilon^-)^2 + S_{-i}^{1-3} (\varepsilon^+)^2]. \quad (9)$$

Отсюда нетрудно получить уравнения движения для компонент квантовомеханического среднего оператора спиновой плотности

$$S_\alpha(\mathbf{r}) = \sum_i \langle S_{\alpha i}^{1-3} \rangle \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i):$$

$$\frac{dS_+}{dt} = 2i\omega_0 S_+ + i \frac{4G^2}{\omega_Q} (\varepsilon^+)^2 S_z, \quad \frac{dS_z}{dt} = i \frac{2G^2}{\omega_Q} [(\varepsilon^-)^2 S_+ - (\varepsilon^+)^2 S_-]. \quad (10)$$

Система уравнений (10) должна быть дополнена уравнением, описывающим распространение поперечной звуковой волны в условиях спин-фононного взаимодействия. Это уравнение легко получается из гамильтониана упругих колебаний среды, содержащей парамагнитные центры:

$$\mathcal{H}_p = \int dV \left\{ \frac{1}{2} \rho \dot{u}_+ \dot{u}_- + \frac{1}{2} \lambda \frac{\partial u^+}{\partial z} \frac{\partial u^-}{\partial z} + \frac{G^2}{2\omega_Q} \left[ S_+ \left( \frac{\partial u^-}{\partial z} \right)^2 + S_- \left( \frac{\partial u^+}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}, \quad (11)$$

и имеет вид

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varepsilon^+ = - \frac{2G^2}{\rho \omega_Q} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (S_+ \varepsilon^-), \quad (12)$$

где  $v_0^2 = \lambda/\rho$ .

Представляя компоненты спиновой плотности в виде

$$S_\pm = \{v(z, t) \pm iw(z, t)\} \exp[\pm 2i(\omega_0 t - kz)],$$

$$S_z = s(z, t), \quad (13)$$

где  $v$ ,  $w$  и  $s$  — медленно меняющиеся (в смысле неравенств (6)) амплитуды, и переходя общепринятым способом к укороченным уравнениям [6], получим

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathcal{E} = - \frac{G^2 \omega_0}{\rho v_0^2 \omega_Q} w \mathcal{E}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{4G^2}{\omega_Q} \mathcal{E}^2 s, \quad \frac{ds}{dt} = - \frac{4G^2}{\omega_Q} \mathcal{E}^2 w. \quad (14)$$

Система уравнений (14) описывает пространственно-временную эволюцию магнитоупругого возмущения в среде в условиях двухфононного резонансного поглощения и является исходной. Решение этой системы, отвечающее начальным условиям  $s(-\infty) = s_0$ ,  $v(-\infty) = w(-\infty) = 0$ , хорошо известно и имеет вид [6]

$$v(z, t) = 0, \quad w(z, t) = s_0 \sin \psi(z, t), \quad s(z, t) = s_0 \cos \psi(z, t), \quad (15)$$

где

$$\psi(z, t) = \frac{4G^2}{\omega_Q} \int_{-\infty}^t dt' \mathcal{E}(z, t')$$

— угол поворота эффективного спинового момента. Определяя полный угол поворота как  $\theta(z) = \psi(z, \infty)$  и подставляя решение (15) в первое из уравнений системы (14), получим

$$\frac{d\theta}{dz} = -\alpha(1 - \cos \theta), \quad (16)$$

где  $\alpha = 2G^2 \omega_0 s_0 / \rho v_0^3 \omega_Q$ .

Отсюда видно, что при  $\theta = 2\pi n$  ( $n$  — целое число) импульс распространяется без поглощения.

Найдем теперь форму стационарного импульса, распространяющегося через образец с некоторой групповой скоростью  $v_g$ . Вводя новую переменную  $t' = t - z/v_g$  из первого уравнения системы (14), следуя работе [8], будем иметь

$$\frac{\partial \mathcal{E}^2}{\partial t} = \pm b \mathcal{E}^2 \left[ \frac{2}{a} \mathcal{E}^2 - \frac{1}{a^2} \mathcal{E}^4 \right]^{1/2}, \quad (17)$$

где

$$a = v_g \omega_0 s_0 / 2v_0^2 \rho (v_0 - v_g), \quad (18)$$

$$b = 2G^2 v_g \omega_0 s_0 / \omega_Q \rho v_0^2 (v_0 - v_g). \quad (19)$$



Решением уравнения (17) является импульс лоренцевой формы:

$$\mathcal{E}^2(t') = 2a/[1 + (bt')^2]. \quad (20)$$

Из формул (18) и (19) следует, что групповая скорость импульса связана с его длительностью  $\tau = 1/b$  соотношением

$$v_g = \frac{v_0}{1 + (2\tau\omega_0 G^2 s_0)/\omega_0 \rho v_0^2}. \quad (21)$$

Двухфононная АСИП может наблюдаться в образцах с сильно неоднородной константой квадрупольного расщепления. Удобным в этом смысле объектом является MgO с примесью  $\text{Fe}^{2+}$  (в котором, кстати, впервые наблюдалась однофононная АСИП). Спин-фононная связь для ионов  $\text{Fe}^{2+}$  очень велика ( $G \sim 400 \text{ см}^{-1}$ ), вследствие чего ширина линии двухквантового резонанса  $\sim 10$  Гц, в то время как одноквантового —  $\sim 400$  Гц. Следует поэтому ожидать, что для исследования двухфононной АСИП могут быть использованы более длительные акустические импульсы, чем в случае однофононной АСИП.

Авторы выражают благодарность А. Р. Кесселю за интерес к работе и полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Магнитная квантовая акустика/Под ред. Голенищева-Кутузова В. А. М.: Наука, 1977. 200 с.
2. Shiren N. S. Self-induced transparency in acoustic paramagnetic resonance.— Phys. Rev., 1970, v. 2B, № 7, p. 2471–2487.
3. Григорьян В. С. Взаимодействие ультракоротких импульсов света с возбужденной двухфотонно-резонансной средой.— ЖЭТФ, 1984, т. 86, № 6, с. 2005–2018.
4. Буишвили Л. Л., Кобахидзе Г. В., Менабде М. Г. Теория многоспиновых и многоквантовых эффектов в двойном электронно-ядерном резонансе на дальних ядрах.— ЖЭТФ, 1985, т. 87, № 2, с. 581–588.
5. Vega S. Fictitious spin-1/2 operator formalism for multiple quantum NMR.— J. Chem. Phys., 1978, v. 68, № 12, p. 5518–5527.
6. McCall S. L., Hahn E. L. Self-induced transparency.— Phys. Rev., 1969, v. 183, № 2, p. 457–485.
7. Буишвили Л. Л., Кобахидзе Г. В., Менабде М. Г. К теории многоспиновой кросс-релаксации и динамической поляризации ядер в твердых телах.— ЖЭТФ, 1983, т. 84, № 1, с. 138–147.
8. Беленов Э. И., Полуэктов И. А. Когерентные эффекты при распространении ультракороткого импульса света в среде при двухфотонном резонансном поглощении.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, № 4, с. 1407–1411.

Институт физики  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
25.XI.1985

УДК 534.28

#### АНИЗОТРОПИЯ УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКАХ СО СТРУКТУРОЙ СИЛЛЕНИТА

Бурков С. И., Зайцева М. И., Кокорин Ю. И., Соболев Б. В.,  
Сорокин Б. П., Четвергов Н. А.

Совершенствование методов контролируемого изменения параметров устройств акустоэлектроники в настоящее время представляет практический интерес благодаря расширению функциональных возможностей таких устройств [1]. В данной работе приводятся результаты расчета на ЭВМ анизотропии влияния постоянного электрического поля  $\vec{E}$  на изменения скоростей объемных акустических волн (ОАВ) в пьезоэлектриках со структурой силленита. Расчеты основаны на полученных ранее данных по нелинейным электромеханическим свойствам (НЭМС) этих материалов [2].

Экспериментально проверено, что в исследованных кристаллах в пределах  $\Delta\vec{E} = 0 \div 10^6 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$  зависимость скоростей ОАВ от  $\vec{E}$  имеет линейный характер:  $v(\vec{E}) = v(0)(1 + \alpha_v \vec{E})$ , где  $\alpha_v = \frac{1}{v(0)} \left( \frac{\Delta v}{\Delta \vec{E}} \right) \Delta \vec{E} \rightarrow 0$  — так называемый коэффициент уп-

равления скоростью ОАВ электрическим полем. Его величина для данного направления распространения волны и ориентации  $\vec{E}$  определяется линейными и нелинейными свойствами материала. Ориентационные зависимости  $\alpha_v = f(N, M) (\vec{E} \neq 0)$  этого коэффициента также обусловлены анизотропией указанных свойств и могут быть рассчитаны в явном виде. Здесь  $N, M$  — единичные векторы направления распространения ОАВ и ориентации  $\vec{E}$ .