

В соседних же точках, отстоящих от источника на расстояниях больших, чем $\lambda/2$, поля прямого и обратного каналов теряют свою синфазность, при этом соответствующая интенсивность равна

$$I_2 = \sum_i I_i^s + 2 \sum_j I_j^m. \quad (3)$$

Различие между (2) и (3) отвечает так называемому эффекту усиления обратного рассеяния. Его можно наблюдать экспериментально, используя короткие импульсы, претерпевшие многократные рассеяния, и сравнивая интенсивности рассеянных полей непосредственно возле источника (совмещенный прием) и на некотором расстоянии от него (разнесенный прием).

Описанные когерентные эффекты можно использовать для оценки качества заглушенных камер и бассейнов путем измерения удельного веса многократного рассеяния. Запишем (2) и (3) в упрощенной форме $I_1 = I^s + 4I^m$, $I_2 = I^s + 2I^m$ и выразим интенсивности однократного (I^s) и многократного (I^m) рассеяний через экспериментально наблюдаемые величины I_1 и I_2 : $2I^m = I_1 - I_2$, $I^s = 2I_2 - I_1$. Отношение интенсивности I_1 при совмещенном приеме к интенсивности I_2 при разнесенном приеме представляет собой коэффициент усиления обратного рассеяния: $K = I_1/I_2$. Отношение интенсивности многократно рассеянного поля $2I^m$ к интенсивности однократно рассеянного поля I^s выражается через K следующим образом: $M = 2I^m/I^s = (K-1)/(2-K)$. При $K \approx 1$ преобладает однократное рассеяние ($M \ll 1$), а при $K \rightarrow 2$ — многократное рассеяние ($M \gg 1$).

Обсуждаемые здесь многоканальные когерентные эффекты могут проявляться при субъективной оценке акустических характеристик помещения «на слух», так как восприятие непосредственно в точке излучения может отличаться от восприятия в иных точках помещения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кравцов Ю. А., Саичев А. И. Эффекты двукратного прохождения волн в случайно-однородных средах. — Успехи физ. наук, 1982, т. 137, № 3, с. 502–527.
2. Ахунов Х. Г., Кравцов Ю. А. Когерентные эффекты при обратном рассеянии звука телами, расположенными вблизи взволнованной поверхности. — Акуст. журн., 1982, т. 28, № 4, с. 438–440.
3. Ахунов Х. Г., Кравцов Ю. А. Об эффективном сечении рассеяния точечных предметов, расположенных вблизи случайной границы раздела. — Кратк. сообщ. по физике, 1983, № 8, с. 8–11.
4. Ахунов Х. Г., Кравцов Ю. А., Условия когерентного сложения волн при обратном рассеянии звука в каналах при многолучевом распространении. — Акуст. журн., 1984, т. 30, № 2, с. 145–148.
5. Ахунов Х. Г., Кравцов Ю. А., Кузькин В. М. Эффект усиления обратного рассеяния волн на теле, расположенном в регулярном многомодовом волноводе. — Изв. вузов. Радиофизика, 1984, т. 27, № 3, с. 319–323.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
29.VII.1985

УДК 534.26

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ВБЛИЗИ ОСИ РЕФРАКЦИОННОГО ВОЛНОВОДА

Вешев Н. А.

В настоящей работе методом двухмасштабных разложений строится часть акустического поля точечного источника, находящегося вблизи оси слабонерегулярного рефракционного волновода. Эта часть поля отвечает лучам, близким к оси волновода (другая часть поля, соответствующая удаленным лучам, может быть вычислена обычным лучевым методом). Полученные в работе формулы применимы при

$$\varepsilon^2(\sqrt{mp} + m^2) \ll 1, \quad (1)$$

где ε — параметр нерегулярности ($\varepsilon \ll 1$), p — безразмерная частота ($p \gg 1$), m — номер квазинормальной моды. Следует отметить, что для обычных адиабатических формул оценка применимости имеет вид $\varepsilon p \ll 1$ [1]. Однако довольно часто на практике это условие не выполняется. Переход от декартовых координат к лучевым координатам, задаваемым осью волновода (осевой поверхностью), позволяет воспользоваться методом двухмасштабных разложений в более широкой области исходных параметров задачи.

Пусть x, y, z — безразмерные декартовы координаты. Будем предполагать, что для показателя преломления $n(x, y, z)$ выполняются соотношения $|\partial^{i+j+k} n / \partial x^i \partial y^j \partial z^k| \sim 1$, где i, j, k — произвольные неотрицательные целые числа. Считаем,

что при любых фиксированных x и y показатель преломления имеет один максимум при $z=z_0(x, y)$. Звуковое поле U от точечного источника удовлетворяет уравнению Гельмгольца $\Delta U + p^2 n^2 U = \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)$, граничным условиям $U \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \pm\infty$, означающим, что в волноводе нет отражений от боковых стенок, и условию предельного поглощения.

Перейдем от декартовых координат к координатам, связанным с поверхностью $z=z_0(x, y)$: ν — нормаль к поверхности. α_m^0 и β_m^0 — ортогональные лучевые координаты на поверхности. Величина $\alpha_m^0 = \int_{(0,0)} \mu_m ds$ — интеграл вдоль экстремали функционала, т. е. вдоль луча; значение μ_m подлежит определению. Введем медленные переменные $\alpha_m = \varepsilon \alpha_m^0$, $\beta_m = \varepsilon \beta_m^0$. Пусть ρ_1 и ρ_2 — радиусы кривизны поверхности $z=z_0(x, y)$ в двух ортогональных направлениях: вдоль луча и ортогонально ему. Ясно, что $\rho_{1,2} = R_{1,2}/\varepsilon^2$, где $R_{1,2}$ — величины, имеющие порядок ε^2 .

Распишем оператор Лапласа в координатах ν, α_m, β_m :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \nu^2} + \varepsilon^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\partial}{\partial \nu} + \varepsilon^2 \left\{ \mu_m^2 \left(1 + \frac{2\nu\varepsilon^2}{R_1} \right) \frac{\partial^2}{\partial \alpha_m^2} + \frac{\mu_m}{J_m} \frac{\partial(\mu_m J_m)}{\partial \alpha_m} \frac{\partial}{\partial \alpha_m} + \dots \right\} + \varepsilon^2 \left\{ \frac{1}{J_m^2} \frac{\partial^2}{\partial \beta_m^2} + \dots \right\}.$$

Здесь J_m — расходимость поля лучей на поверхности. Квазинормальную волну N_m будем искать в виде формального ряда $N_m = \exp[i(p/\varepsilon)\alpha_m] \{ \Psi_{m,0}(\nu, \alpha_m, \beta_m) + \varepsilon \Psi_{m,1}(\nu, \alpha_m, \beta_m) + \dots \}$. Тогда для функций $\Psi_{m,j}$ получаем последовательность задач Штурма — Лиувилля:

$$\frac{\partial^2 \Psi_{m,j}}{\partial \nu^2} + p^2 (n^2(\nu, \alpha_m, \beta_m) - \mu_m(\alpha_m, \beta_m)) \Psi_{m,j} = F_{m,j},$$

$$\Psi_{m,j}|_{\nu \rightarrow \pm\infty} \rightarrow 0,$$

$$F_{m,0} = 0,$$

$$F_{m,1} = -2ip\mu_m^2 \frac{\partial \Psi_{m,0}}{\partial \alpha_m} - ip \frac{\mu_m}{J_m} \left(\frac{\partial(\mu_m J_m)}{\partial \alpha_m} \right) \Psi_{m,0}$$

Функции $\Psi_{m,0}$ являются собственными функциями однородной задачи Штурма — Лиувилля, а функции $\mu_m(\alpha_m, \beta_m)$ — ее собственными значениями. Пусть $f(\nu, \alpha_m, \beta_m)$ — решение однородной задачи Штурма — Лиувилля, удовлетворяющее граничным условиям. Решения ищутся в виде $\Psi_{m,j} = A_{m,j}(\alpha_m, \beta_m) f(\nu, \alpha_m, \beta_m) + \eta_{m,j}(\nu, \alpha_m, \beta_m)$, где $\eta_{m,j}(\nu, \alpha_m, \beta_m)$ — частные решения неоднородных задач Штурма — Лиувилля. В левом приближении получаем

$$N_m = e^{i \frac{p}{\varepsilon} \alpha_m} \frac{B_{m,0} f(\nu, \alpha_m, \beta_m)}{\sqrt{\mu_m J_m \int_{-\infty}^{\infty} f^2(\nu, \alpha_m, \beta_m) d\nu}},$$

где $B_{m,0}$ — постоянные интегрирования.

При вычислении следующих приближений следует оценка

$$|\Psi_{m,j}| \leq O(\sqrt{mp}) |\Psi_{m,j-2}| + O(m) |\Psi_{m,j-1}|.$$

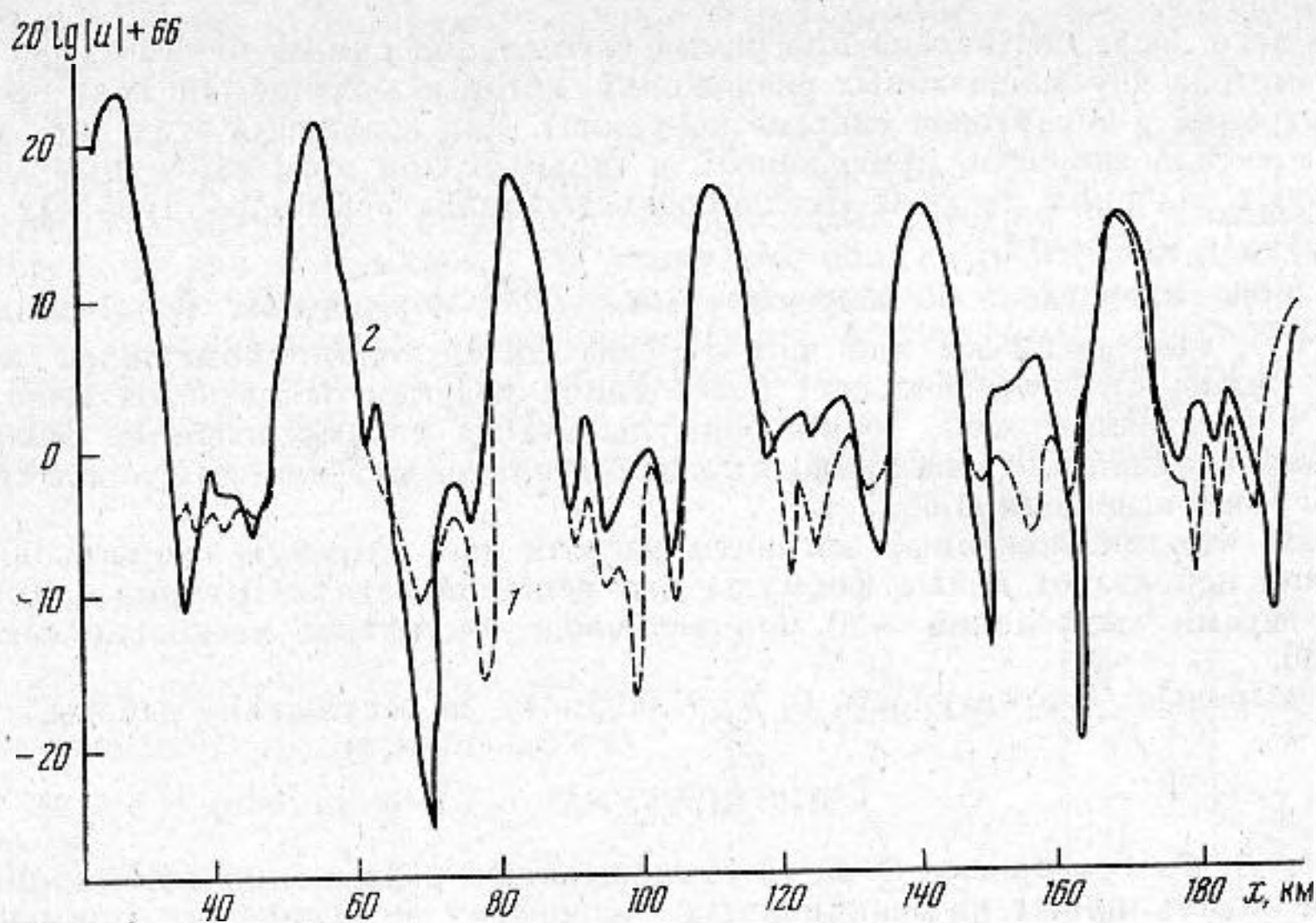
Для получения оценки нужно для малых m воспользоваться асимптотическими формулами для f через функции параболического цилиндра (см., например [2]), а для больших m — через функции Эйри. Все интегралы вычисляются интегрированием по частям или сведением их к табличным. Постоянная интегрирования $B_{m,0}$ с точностью до постоянного множителя находится из принципа локальности Фока. Константа определяется сравнением с точным решением при $\varepsilon=0$. Таким образом,

$$U = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{8\pi p}} \sum_{m=0}^M e^{i \frac{p}{\varepsilon} \alpha_m} \times$$

$$\times \frac{f(\nu, \alpha_m, \beta_m) f(\nu, 0, \beta_m)}{\sqrt{\mu_m(0, \beta_m) \mu_m(\alpha_m, \beta_m) J_m \int_{-\infty}^{\infty} f^2(\nu, \alpha_m, \beta_m) d\nu \int_{-\infty}^{\infty} f^2(\nu, 0, \beta_m) d\nu}}. \quad (2)$$

Критерием применимости формулы (2) будет условие (1).

На основе формулы (2) была составлена программа вычисления суммы первых $[\sqrt{p}]$ мод ($[a]$ — целая часть a) для случая, когда поверхность максимума показателя



Разрез суммы первых $[\sqrt{p}]$ мод волновода: 1 — отвечает расчетам по формулам работы [1], 2 — отвечает расчетам по формуле (2)

телефа преломления есть плоскость (тогда $J_m = \int_0^{\alpha_m} \mu_m^{-1} d\alpha_m$). Профиль скоростей

задавался таблицей. Для решения задачи Штурма — Лиувилля были взяты предложенные [2] формулы, опирающиеся только на локальные характеристики показателя преломления в окрестности максимума n_0 . Такими локальными характеристиками являются коэффициенты ряда Тейлора функции $n_1(v) = \pm \sqrt{n_0^2 - n^2(v)} = a_1 v + a_2 v^2 + \dots$ (зависимость от других переменных опущена):

$$\mu_m = \left\{ n_0^2 - a_1 \frac{2m+1}{p} - \frac{1}{p^2} \left[(2m+1)^2 \left(\frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} - \frac{3}{2} \frac{a_2^2}{a_1^2} \right) - \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} - \frac{1}{2} \frac{a_2^2}{a_1^2} \right] \right\}^{1/2} + \dots,$$

$$\Psi_{m,0} = \frac{\left[\int_0^v 2n_1(v) dv \right]^{1/4}}{\sqrt{n_1(v)}} \frac{p^{1/4}}{2^{m/2} [m!]^{1/2} \pi^{1/4}} e^{p a_1 v^2 + \dots} H_m(\sqrt{p a_1} v + \dots),$$

где H_m — полиномы Эрмита. Для их вычислений по заданным таблично значениям n использовался метод наименьших квадратов. Для хорошей численной обусловленности метода, разложение велось по системе полиномов $P_n(v)$, ортогональных на мно-

жестве точек v_j с заданными весами f_j : $\sum_{i=1}^N f_i P_n(v_i) P_m(v_i) = \delta_{m,n}$. Веса выбирались

из соображений лучшей аппроксимации профиля в окрестности максимума.

z, км	Скорость, км/с	z, км	Скорость, км/с	z, км	Скорость, км/с
0	1,5271	0,8	1,5120	2,0	1,5000
0,1	1,5266	0,9	1,5060	2,2	1,5025
0,2	1,5264	1,0	1,5012	2,4	1,5050
0,3	1,5258	1,2	1,4950	3,0	1,5135
0,4	1,5254	1,4	1,4935	3,5	1,5205
0,5	1,5250	1,6	1,4935	4,0	1,5275
0,6	1,5220	1,8	1,4950	4,5	1,5345
0,7	1,5170		1,4975		

Кроме того, была составлена программа вычисления суммы первых $[\sqrt{p}]$ мод по формулам метода двухмасштабных разложений, которые получаются, если проводить все рассмотрения в декартовой системе координат. Для сравнения этих двух методов был взят профиль скорости, приведенный в таблице. При этом табличные значения соответствуют значению $x=y=0$. Неоднородность задавалась по формуле $n(x, y, z) = n(z - \varepsilon\sqrt{x^2 + y^2})$, где $\varepsilon=0,1$.

На фигуре представлены разрезы суммы $[\sqrt{p}]$ нормальных волн линией $z = z_0 - \varepsilon\sqrt{x^2 + y^2}$, где $z_0=1,2$ км для частоты 500 Гц. Источник помещался в точке $(0, 0, z_0)$. Видно, что на небольших расстояниях результаты расчетов мало различаются, а с расстояния около 60 км формулы метода двухмасштабных разложений в декартовых координатах уже приводят к значительной погрешности в области тени, а со 160 км — и в освещенной области.

Заметим, что предложенный алгоритм расчета дает высокую скорость вычислений, так как использует явные формулы для решений задачи Штурма — Лиувилля. Конкретно время вычислений ~ 30 мод волновода составляет несколько секунд на ЭВМ М-4030.

Автор выражает благодарность С. Ю. Славянову за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булдырев В. С., Григорьева Н. С. Двухмасштабные разложения квазинормальных волн в нерегулярных рефракционных волноводах и оценка их применимости на высоких частотах. — Зап. науч. семин. ЛОМИ, 1981, т. 117, с. 78–96.
2. Славянов С. Ю. Асимптотика сингулярных задач Штурма — Лиувилля по большому параметру в случае близких точек перехода. — Дифференц. уравнения, 1969, т. 5, № 2, с. 313–325.
3. Булдырев В. С., Буслаев В. С. Асимптотические методы в задачах распространения звука в океанических волноводах и их численная реализация. — Зап. науч. семин. ЛОМИ, 1981, т. 117, с. 39–77.

Ленинградский институт
авиационного приборостроения

Поступило в редакцию
2.1.1986

УДК 534.7

БЕСКОНТАКТНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ФОКУСИРУЮЩИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Гаврилов Л. Р., Дмитриев В. Н., Солонцова Л. В.

Предложен метод нахождения пространственного распределения акустического поля, создаваемого фокусирующим излучателем ультразвука, основанный на использовании фокусирующего преобразователя в качестве приемника. Приведены результаты измерений акустических полей в воде и воздухе. Рассмотрена возможность использования данного метода для исследования спектрального состава кавитационного шума в локальной области поля.

При измерениях пространственных распределений акустических полей ультразвуковых преобразователей часто возникает необходимость использовать бесконтактные средства измерения, не влияющие на акустическое поле и на свойства среды, в которой распространяется ультразвук. Особенно острой эта проблема становится в биомедицинской акустике, где использование приемников ультразвука, вводимых в живую биологическую ткань, нежелательно, а в ряде случаев — исключено.

Широкое применение в медицинской акустике нашли методы, основанные на использовании фокусированного ультразвука сравнительно высокой интенсивности для активного воздействия на структуры организма [1]. Однако если ультразвук проходит через ткани с резко отличающимися акустическими свойствами (например, мягкие ткани, кость и т. д.), то возможна расфокусировка ультразвукового пучка и как следствие существенное изменение интенсивности в области концентрации ультразвуковой энергии. Существующие способы измерения акустических полей, основанные на том, что в биологическую ткань с помощью металлической иглы вводят миниатюрный приемник и перемещают его относительно излучателя в созданном иглой канале [2], позволяют получать весьма ограниченную информацию об измеряемом поле, причем лишь на образцах биологических тканей, а не в условиях живых объектов.

В работе предложен «бесконтактный» метод измерения амплитудно-фазовых распределений акустических полей фокусирующих излучателей ультразвука. Метод основан на использовании направленных свойств фокусирующих преобразователей, применяемых в качестве приемников ультразвука. Максимальный сигнал, регистрируемый таким приемником, должен соответствовать условию синфазности акустических волн, падающих на его поверхность. При этом локальная область поля, в которой проводятся измерения, должна совпадать с центром кривизны приемника.