

Кроме того, была составлена программа вычисления суммы первых $[\sqrt{p}]$ мод по формулам метода двухмасштабных разложений, которые получаются, если проводить все рассмотрения в декартовой системе координат. Для сравнения этих двух методов был взят профиль скорости, приведенный в таблице. При этом табличные значения соответствуют значению $x=y=0$. Неоднородность задавалась по формуле $n(x, y, z) = n(z - \varepsilon\sqrt{x^2 + y^2})$, где $\varepsilon=0,1$.

На фигуре представлены разрезы суммы $[\sqrt{p}]$ нормальных волн линией $z = z_0 - \varepsilon\sqrt{x^2 + y^2}$, где $z_0=1,2$ км для частоты 500 Гц. Источник помещался в точке $(0, 0, z_0)$. Видно, что на небольших расстояниях результаты расчетов мало различаются, а с расстояния около 60 км формулы метода двухмасштабных разложений в декартовых координатах уже приводят к значительной погрешности в области тени, а со 160 км — и в освещенной области.

Заметим, что предложенный алгоритм расчета дает высокую скорость вычислений, так как использует явные формулы для решений задачи Штурма — Лиувилля. Конкретно время вычислений ~ 30 мод волновода составляет несколько секунд на ЭВМ М-4030.

Автор выражает благодарность С. Ю. Славянову за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булдырев В. С., Григорьева Н. С. Двухмасштабные разложения квазинормальных волн в нерегулярных рефракционных волноводах и оценка их применимости на высоких частотах. — Зап. науч. семин. ЛОМИ, 1981, т. 117, с. 78–96.
2. Славянов С. Ю. Асимптотика сингулярных задач Штурма — Лиувилля по большому параметру в случае близких точек перехода. — Дифференц. уравнения, 1969, т. 5, № 2, с. 313–325.
3. Булдырев В. С., Буслаев В. С. Асимптотические методы в задачах распространения звука в океанических волноводах и их численная реализация. — Зап. науч. семин. ЛОМИ, 1981, т. 117, с. 39–77.

Ленинградский институт
авиационного приборостроения

Поступило в редакцию
2.1.1986

УДК 534.7

БЕСКОНТАКТНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ФОКУСИРУЮЩИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Гаврилов Л. Р., Дмитриев В. Н., Солонцова Л. В.

Предложен метод нахождения пространственного распределения акустического поля, создаваемого фокусирующим излучателем ультразвука, основанный на использовании фокусирующего преобразователя в качестве приемника. Приведены результаты измерений акустических полей в воде и воздухе. Рассмотрена возможность использования данного метода для исследования спектрального состава кавитационного шума в локальной области поля.

При измерениях пространственных распределений акустических полей ультразвуковых преобразователей часто возникает необходимость использовать бесконтактные средства измерения, не влияющие на акустическое поле и на свойства среды, в которой распространяется ультразвук. Особенно острой эта проблема становится в биомедицинской акустике, где использование приемников ультразвука, вводимых в живую биологическую ткань, нежелательно, а в ряде случаев — исключено.

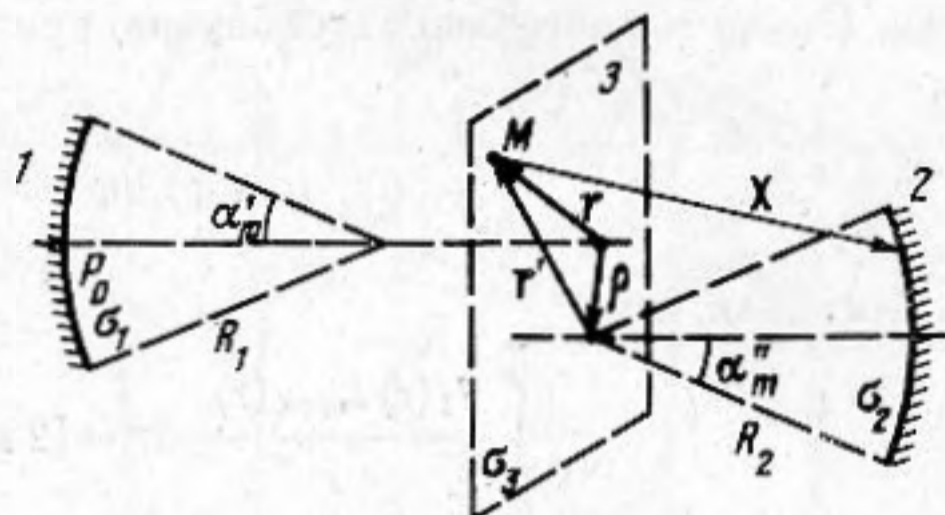
Широкое применение в медицинской акустике нашли методы, основанные на использовании сфокусированного ультразвука сравнительно высокой интенсивности для активного воздействия на структуры организма [1]. Однако если ультразвук проходит через ткани с резко отличающимися акустическими свойствами (например, мягкие ткани, кость и т. д.), то возможна расфокусировка ультразвукового пучка и как следствие существенное изменение интенсивности в области концентрации ультразвуковой энергии. Существующие способы измерения акустических полей, основанные на том, что в биологическую ткань с помощью металлической иглы вводят миниатюрный приемник и перемещают его относительно излучателя в созданном иглой канале [2], позволяют получать весьма ограниченную информацию об измеряемом поле, причем лишь на образцах биологических тканей, а не в условиях живых объектов.

В работе предложен «бесконтактный» метод измерения амплитудно-фазовых распределений акустических полей фокусирующих излучателей ультразвука. Метод основан на использовании направленных свойств фокусирующих преобразователей, применяемых в качестве приемников ультразвука. Максимальный сигнал, регистрируемый таким приемником, должен соответствовать условию синфазности акустических волн, падающих на его поверхность. При этом локальная область поля, в которой проводятся измерения, должна совпадать с центром кривизны приемника.

Путем перемещения приемника в различных направлениях относительно излучателя можно получить пространственное распределение звукового давления, создаваемого в среде фокусирующим излучателем.

Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим схему взаимного расположения излучателя и приемника (фиг. 1), акустические оси которых параллельны друг другу. Условие параллельности позволяет найти решение для частного и наиболее интересного для практики случая измерения поля излучателя в фокальной плоскости и вдоль оси. Получим выражения, описывающие сигнал, регистрируемый при такой схеме фокусированным приемником. Пусть смещение акустической оси приемника 2 относительно акустической оси излучателя 1 задается вектором ρ . В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля выберем в качестве вспомогательной поверхности вторичных излучателей плоскость 3, проходящую через центр кривизны при-

Фиг. 1. Схема взаимного расположения и геометрические параметры излучателя — 1 и приемника — 2



емника и перпендикулярную акустическим осям излучателя и приемника. При этом звуковое давление $P_n(\rho)$, усредненное по площади приемника σ_2 , для случая гармонических колебаний будет определяться интегралом [3]:

$$P_n(\rho) = \frac{k}{2\pi i} \int_{\sigma_1} \int_{\sigma_2} P_1(\mathbf{r}) \frac{e^{ikhX}}{X} d\sigma_3 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2}, \quad (1)$$

где $P_1(\mathbf{r})$ — звуковое давление, создаваемое излучателем 1 в произвольной точке M , находящейся на вспомогательной поверхности 3 и определяемой вектором \mathbf{r} ; X — расстояние от точки M до произвольной точки поверхности приемника 2; $d\sigma_3$ — элемент площади вспомогательной поверхности; $d\sigma_2$ и σ_2 — элемент площади и площадь активной поверхности приемника 2; $k=2\pi/\lambda$ — волновое число.

Используя принцип взаимности [4] и учитывая, что $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \rho$, имеем

$$\frac{k}{2\pi i} \int \frac{e^{ikhX}}{X} d\sigma_2 = \frac{P_2(\mathbf{r} - \rho)}{P_0'}, \quad (2)$$

где $P_2(\mathbf{r} - \rho)$ — звуковое давление, создаваемое фокусированным приемником в фокальной плоскости на расстоянии $(\mathbf{r} - \rho)$ от его фокуса при работе приемника в режиме излучения; P_0' — давление на его поверхности. Подставляя (2) в (1), получим

$$P_n(\rho) = \frac{1}{P_0' \sigma_2} \int_{\sigma_3} P_1(\mathbf{r}) P_2(\mathbf{r} - \rho) d\sigma_3. \quad (3)$$

Таким образом, сигнал, регистрируемый фокусированным приемником 2 при фиксированном значении вектора ρ , представляет собой свертку функций распределения звукового давления излучателя и приемника, работающего в режиме излучения, на некоторой выбранной плоскости интегрирования. Следует отметить, что данный вывод справедлив не только для фокусирующих излучателей, выполненных в виде части сферической оболочки, но и в общем случае. В частности, если измеряемое акустическое поле мало меняется на расстояниях порядка характерных размеров изменения функции $P_2(\mathbf{r} - \rho)$, то функцию $P_1(\mathbf{r}) \approx P_1(\rho)$ можно вынести за знак интеграла (3). При этом сигнал на выходе приемника определяется значением звукового давления измеряемого поля в центре кривизны приемника:

$$P_n(\rho) = \frac{1}{P_0' \sigma_2} P_1(\rho) \int_{\sigma_3} P_2(\mathbf{r} - \rho) d\sigma_3. \quad (4)$$

Вернемся к случаю, когда излучатель и приемник являются элементами в виде части сферы, поляризованными по толщине. Пусть геометрические параметры этих преобразователей одинаковы, т. е. $\alpha_m' = \alpha_m'' = \alpha_m$, $R_1 = R_2 = R$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, где α_m и R — угол раскрытия и радиус кривизны преобразователей, а центр приемника лежит в фокальной плоскости излучателя. Тогда функции распределения давления приемника и излучателя будут одинаковыми, причем распределение в фокальной плоскости можно представить в виде [5]

$$P_1(\mathbf{r}) = P_2(\mathbf{r}) = -iP_0 \frac{R}{r} \alpha_m e^{ihR} J_1(kr\alpha_m), \quad (5)$$

где R — радиус кривизны излучателя и $J_1(kr\alpha_m)$ — функция Бесселя первого порядка. Подставляя (5) в (3), получим интеграл вида

$$I = \int \frac{J_1(|\mathbf{r}|)}{|\mathbf{r}|} \frac{J_1(|\mathbf{r}-\boldsymbol{\rho}|)}{|\mathbf{r}-\boldsymbol{\rho}|} dx. \quad (6)$$

Используя теорему сложения для цилиндрических функций [6], представим второй сомножитель в (6) в виде

$$\frac{J_1(|\mathbf{r}-\boldsymbol{\rho}|)}{|\mathbf{r}-\boldsymbol{\rho}|} = 2 \sum_{m=0}^{\infty} (m+1) \frac{J_{m+1}(\rho) J_{m+1}(r)}{\rho r} C_m'(\cos \varphi), \quad (7)$$

где $C_m'(\cos \varphi)$ — многочлен Гегенбауэра, причем

$$\int_0^{2\pi} C_m'(\cos \varphi) d\varphi = \begin{cases} 0 & \text{при нечетных } m, \\ 2\pi & \text{при четных } m. \end{cases}$$

Учитывая, что

$$\int_0^{\infty} \frac{J_1(r) J_{m+1}(r)}{r} dr = [2 \sin(\pi m/2)] / \pi(m^2 + 2m),$$

находим $I = \pi 2 J_1(\rho) / \rho$, так как все члены ряда, кроме члена с $m=0$, обращаются в нуль. Подставляя (6) в (3) и учитывая приближенное равенство $\sigma \approx \pi R^2 \alpha_m^2$, в итоге получим

$$P_n(\rho) = - \frac{2i}{kR\alpha_m^2} P_1(\rho) e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}}, \quad (8)$$

где $P_1(\rho)$ — давление измеряемого поля (5) в центре кривизны приемника.

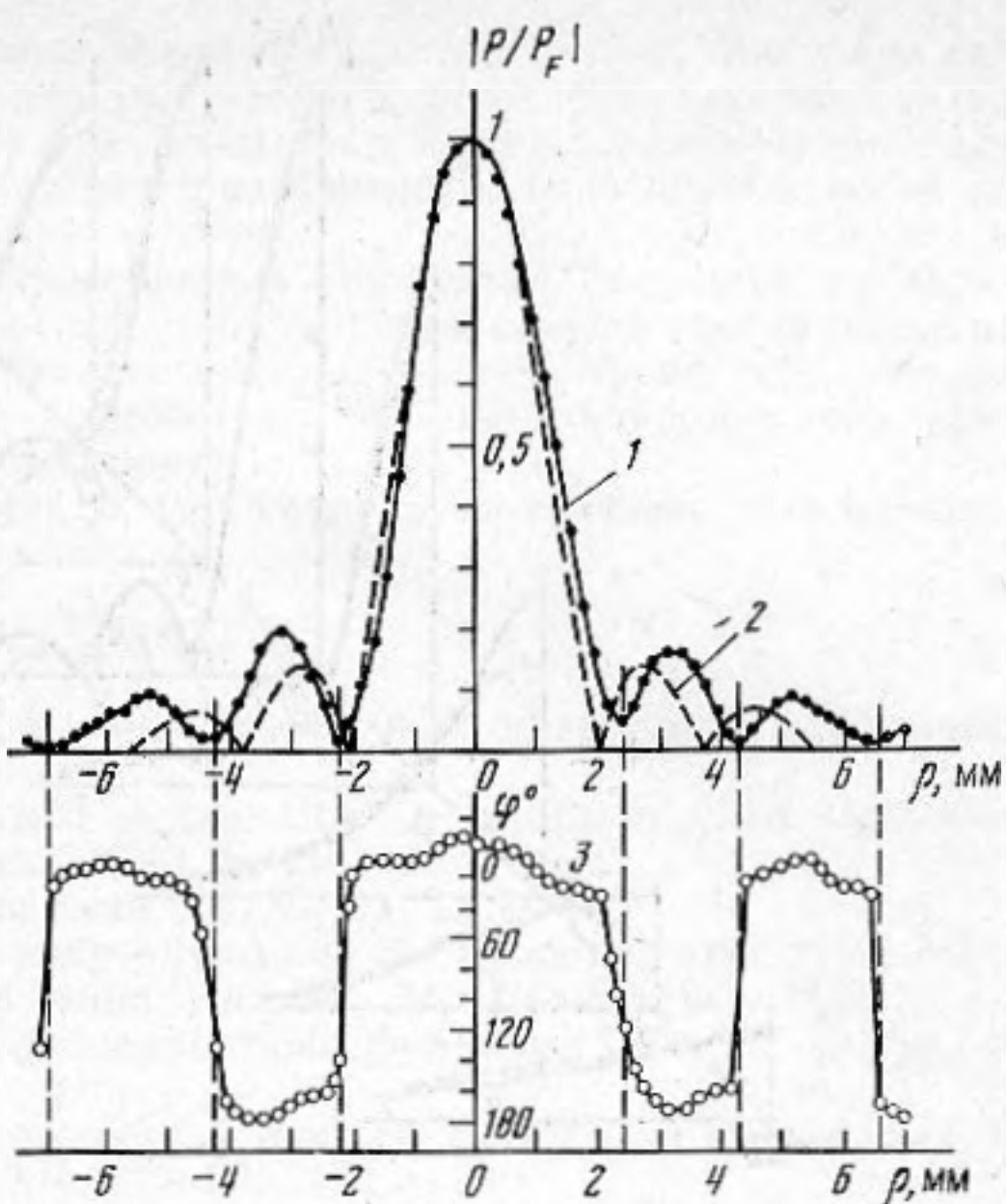
Из формул (4) и (5) следует, что выражение (8) будет справедливым и в случае произвольного несферического источника, характерный размер L изменения акустического поля которого достаточно велик, т. е. $kL\alpha_m \gg 1$. Таким образом, с точностью до постоянного коэффициента сигнал на выходе фокусируемого приемника представляет собой звуковое давление, создаваемое фокусирующим излучателем в рассматриваемой точке его фокальной плоскости, совмещенной с центром кривизны приемника. Меняя вектор $\boldsymbol{\rho}$ (т. е. перемещая приемник), можно измерить распределение звукового давления в фокальной плоскости.

Следует отметить, что данный метод измерения позволяет регистрировать как амплитуду, так и фазу звукового давления. Возможность измерения фазы позволяет очень простым способом определить размеры фокальной области реального фокусирующего излучателя, а также ширину боковых лепестков функции пространственного распределения. Поскольку в нулях распределения звуковое давление меняет знак, то для указанной цели достаточно зарегистрировать координаты лишь тех точек (без измерения амплитудного распределения), в которых имеет место скачок фазы на π [7, 8].

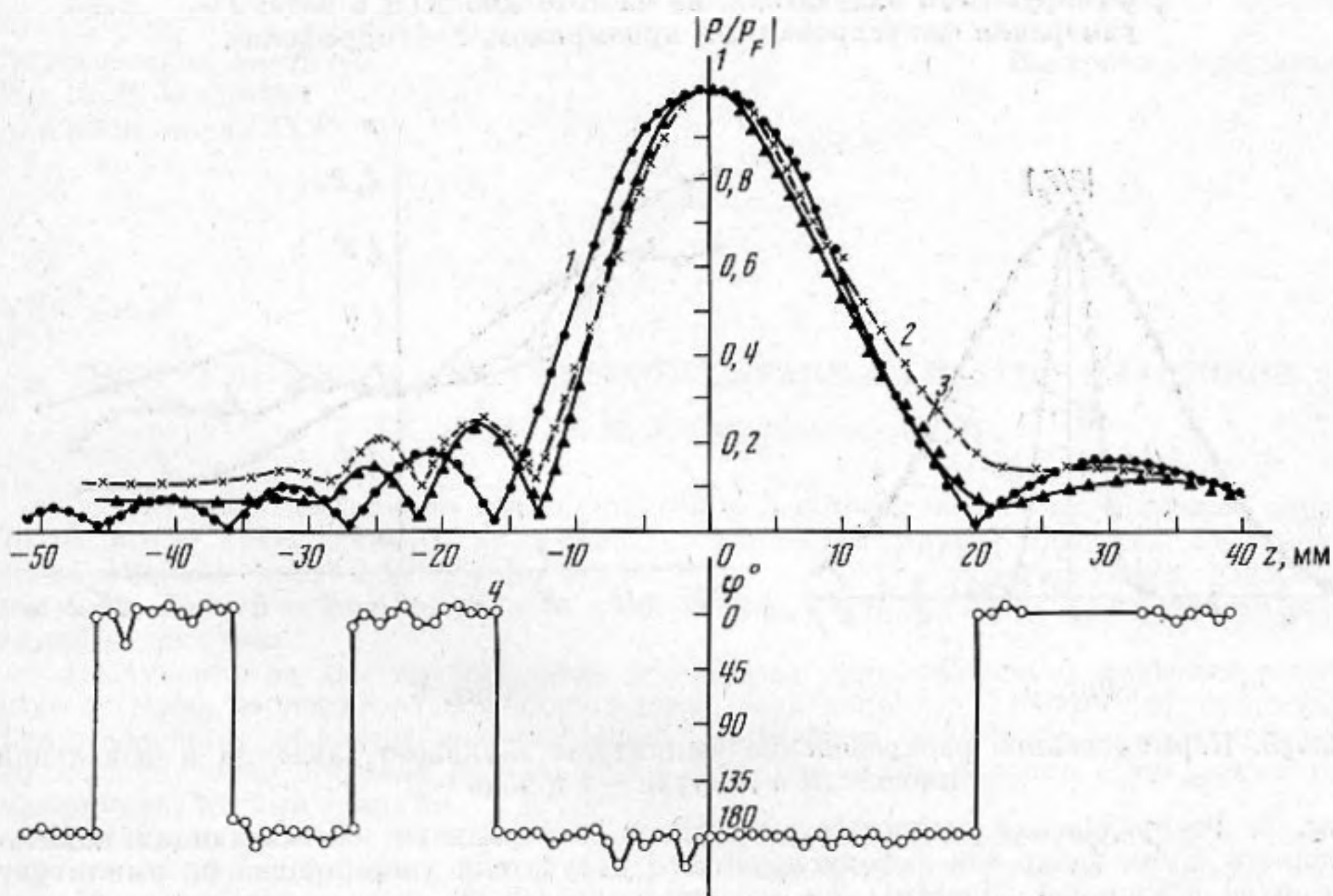
С целью проверки данного метода была разработана экспериментальная установка, предназначенная для исследования распределений звукового давления на разных частотах (от 0,2 до 3 МГц) в различных средах (воздух, жидкости, биологические ткани). В состав установки, помимо фокусирующего излучателя и фокусируемого приемника, входили координатная система, обеспечивающая перемещение приемника в трех перпендикулярных направлениях с точностью $\pm 0,1$ мм и взаимную юстировку излучателя и приемника, генераторы для возбуждения излучателей, контрольно-измерительная аппаратура, кювета с образцом, устанавливаемая в резервуаре с водой. С целью устранения влияния переотражений звуковой волны от поверхности приемного элемента и излучателя использовался импульсный режим возбуждения излучателя, причем длительность импульса и частота следования во всех экспериментах подбирались таким образом, чтобы путем временного стробирования можно было выделить сигнал, соответствующий первому пришедшему на приемный элемент акустическому импульсу. Высокая чувствительность приемника позволяла отказаться от использования усилительных схем и подавать исследуемый выходной сигнал непосредственно на регистрирующее устройство. Результаты измерений сравнивались с данными теоретического расчета, а также с экспериментальными данными, полученными посредством сканирования поля миниатюрным пьезокерамическим гидрофоном и эхолокации сферического стального шарика.

В качестве примера на фиг. 2 показано распределение звукового давления (амплитуды и фазы) в фокальной плоскости фокусирующего излучателя ($R=70$ мм) на частоте 0,96 МГц в воде, а на фиг. 3 — результаты измерения амплитудно-фазового распределения этого излучателя вдоль акустической оси. Для сравнения здесь же представлены результаты расчета и данные измерений с помощью гидрофона. Как можно видеть, в пределах каждого интервала между соседними нулями функции распределения (как в фокальной плоскости, так и вдоль оси излучателя) фаза давления приблизительно постоянна (некоторые ее колебания обусловлены погреш-

Фиг. 2. Амплитудно-фазовое распределение звукового давления в фокальной плоскости: 1 — относительное звуковое давление, измеренное с помощью фокусированного приемника, 2 — соответствующая расчетная кривая, 3 — фазовая характеристика, $|P_F|$ — амплитуда давления в центре фокальной области



Фиг. 3. Амплитудно-фазовое распределение звукового давления вдоль оси: 1 — измерения фокусированным приемником, 2 — гидрофоном с размером 2λ (λ — длина волны), 3 — гидрофон с размером $\sim\lambda$, 4 — фазовая характеристика. Отрицательные значения координаты соответствуют приближению к излучателю, положительные — удалению от него

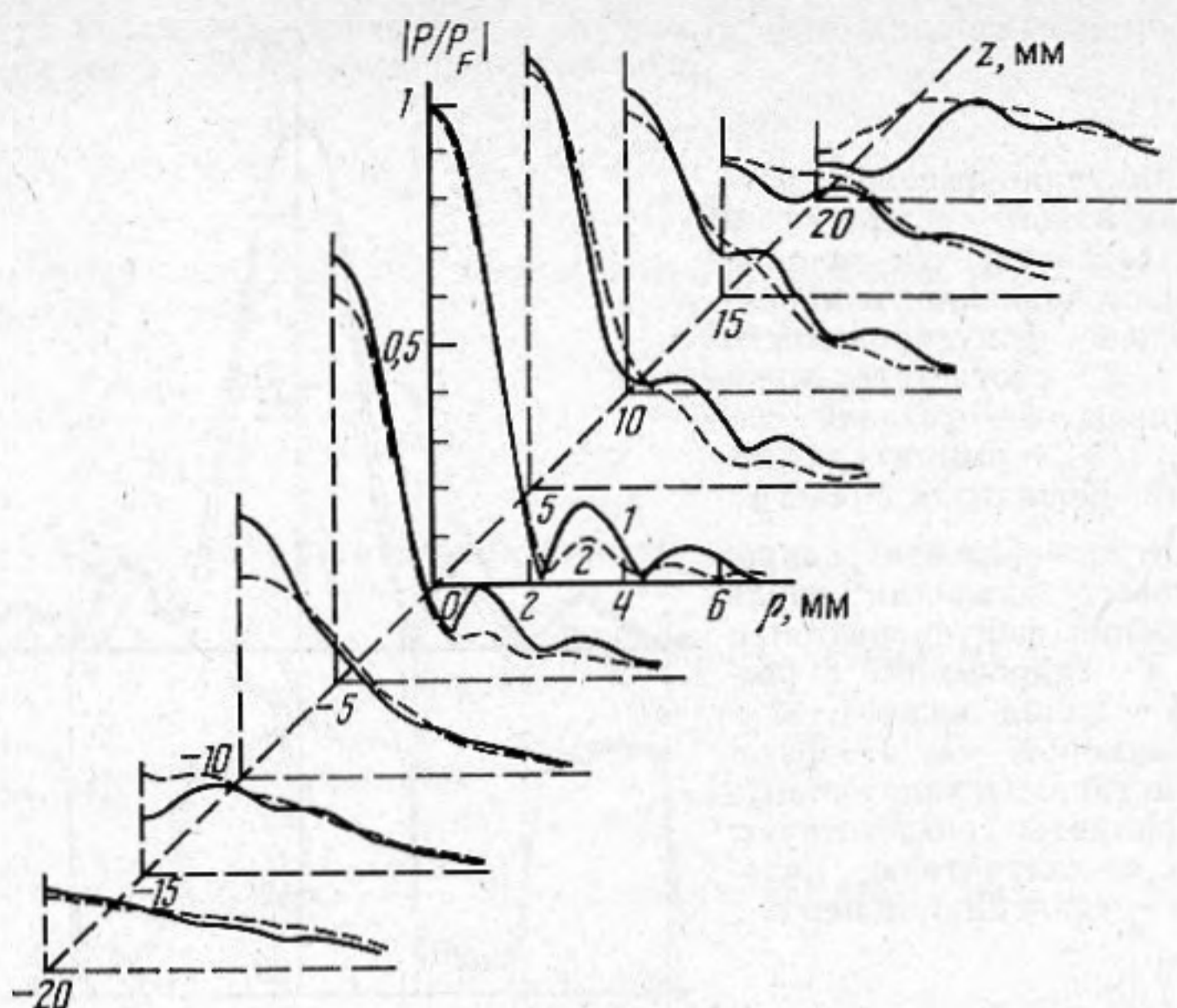


Фиг. 3

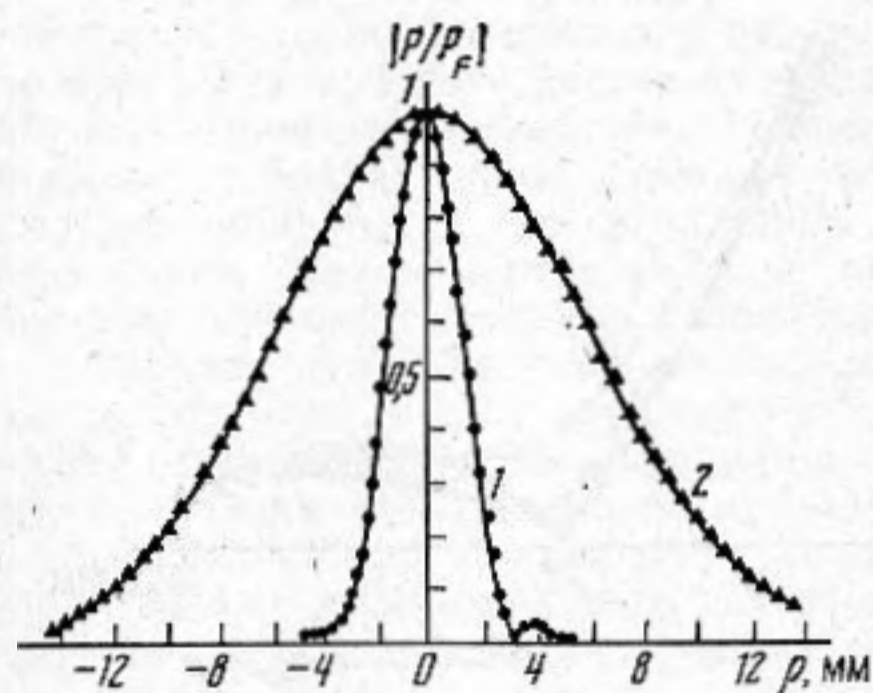
ностью измерений), а при переходе через нули наблюдается скачок фазы на π . «Настраивая» фокусированный приемник на различные плоскости, перпендикулярные оси излучателя, и перемещая его в этих плоскостях, можно получить картину поля, создаваемого излучателем (фиг. 4). При этом такой приемник позволял зарегистрировать более тонкую структуру поля по сравнению с гидрофоном, линейный размер которого составлял приблизительно одну длину волны.

На фиг. 5 представлено распределение амплитуды звукового давления в фокальной плоскости фокусирующего излучателя ($R=60$ мм) на частоте 0,228 МГц в воде и в воздухе, измеренное с помощью фокусированного приемника. Как и следовало ожидать, в воздухе наблюдается существенное сужение основного лепестка функции распределения.

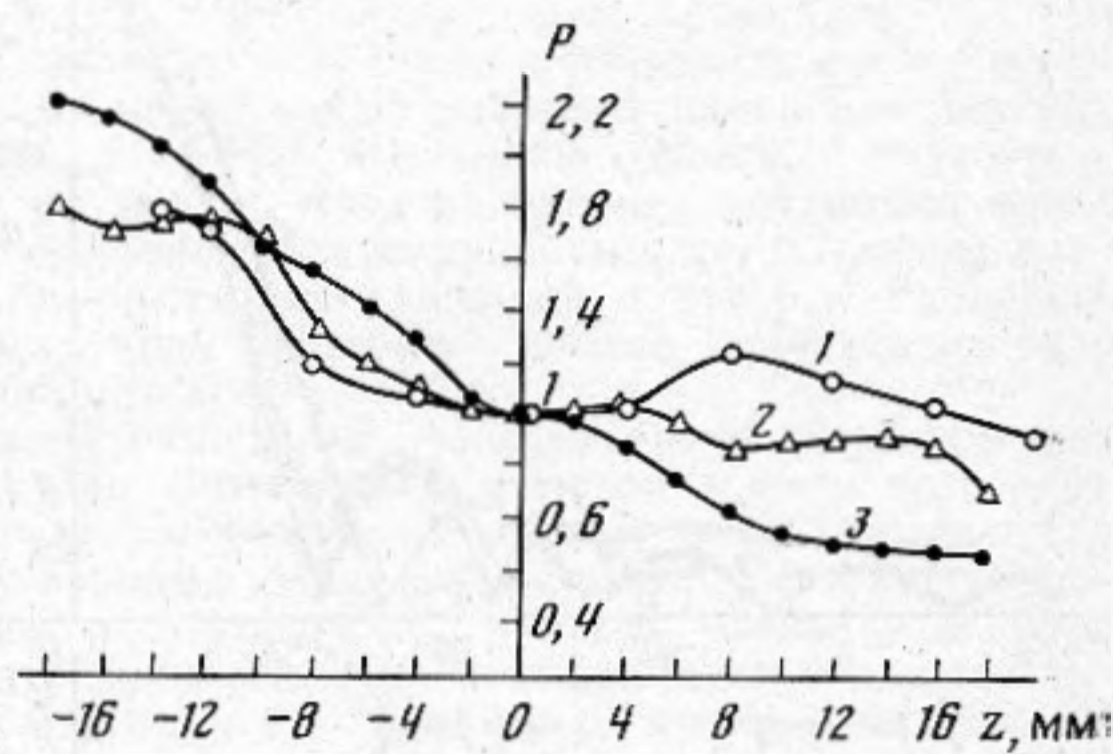
Представленные результаты иллюстрируют потенциальные возможности предложенного метода в случае, когда приемник регистрирует прямую волну, падающую на него от излучателя. Однако можно использовать направленные свойства такого приемника также и для бесконтактного исследования рассеянных звуковых полей. В частности, проводилось исследование спектра кавитационного шума, возникающе-



Фиг. 4. Нормированное распределение амплитуды звукового давления в различных сечениях, перпендикулярных оси z фокусирующего излучателя, на частоте 0,96 МГц в воде: 1 — измерения фокусированным приемником, 2 — гидрофоном



Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 5. Нормированное распределение амплитуды звукового давления в фокальной плоскости в воздухе — 1 и воде — 2

Фиг. 6. Распределение амплитуд различных спектральных составляющих кавитационного шума вдоль оси z фокусирующего излучателя (нормировка на амплитуду в центре фокальной области): 1 — субгармоника $f/2$, 2 — вторая гармоника $2f$, 3 — ультрагармоника $(5/2)f$

го за счет переизлучения звука газовыми пузырьками, образующимися в поле мощной сходящейся волны в воде. При этом ось фокусированного приемника была ориентирована под углом 90° к оси излучателя. С помощью набора различных фокусированных приемников и спектроанализатора исследовалось пространственное поведение различных частотных составляющих кавитационного шума с частотами $f/2$, $(3/2)f$, $2f$, $(5/2)f$ (частота излучения $f=0,952$ МГц), исследовалась также зависимость амплитуд этих составляющих от интенсивности ультразвука. Было найдено, что возникновение этих составляющих в воде и биологических образцах носит резко выраженный пороговый характер (в воде $I_{пор} \approx 100$ Вт/см² на частоте 0,952 МГц), причем с дальнейшим ростом интенсивности соответствующего увеличения амплитуд спектральных составляющих не наблюдалось. На фиг. 6 показано распределение амплитуд некоторых спектральных составляющих кавитационного шума вдоль оси фокусирующего излучателя в воде на частоте 0,952 МГц (экспериментальные точки получены в результате усреднения по десяти измерениям). Ход этих кривых согласуется с «каплевидной» вытянутой формой кавитационной области [9], обусловленной сильным затуханием ультразвука на газовых пузырьках. Применение бесконтактного метода регистрации спектров кавитационного шума в локальной области

акустического поля позволяет устранить определенные недостатки, присущие гидрофонному методу. В частности, введение гидрофона в кавитирующую область искажает в ней акустическое поле; кроме того, кавитация может возникнуть не в среде, а на самом гидрофоне, что может привести к заниженным значениям порогов кавитации для данной среды.

В заключение отметим, что фокусированные приемники благодаря их высокой чувствительности и «бесконтактности» могут быть использованы при определенных условиях для измерений на живых биологических объектах. Кроме того, они могут найти применение при исследовании распространения звука в агрессивных средах, газах (в частности, при высоких температурах).

Авторы выражают признательность Б. С. Сурикову за полезное обсуждение работы и полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаврилов Л. Р., Цирульников Е. М. Фокусированный ультразвук в физиологии и медицине. Л.: Наука, 1980. 198 с.
2. Lewin P. A. Focussed ultrasonic field distribution in tissue in vitro.— Ultrasonics International 81st Conf. Proc. Brighton, 1981, p. 434–439.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.
4. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 348 с.
5. Розенберг Л. Д. Звуковые фокусирующие системы. М.: Наука, 1949. 112 с.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М.: Наука, 1966. 295 с.
7. Тартаковский Б. Д. О «фазовом скачке» в фокусе сферических звуковых пучков.— Акуст. журн., 1961, т. 7, № 2, с. 229–235.
8. Каневский И. Н. Исследование структуры поля фокусирующего концентратора ультразвука.— Акуст. журн., 1961, т. 7, № 1, с. 40–46.
9. Перник О. Д. Проблемы кавитации. 2-е изд. испр. и доп. Л.: Судостроение, 1966. 439 с.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
28.X.1985

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКА НА ШИРОКОМ ЭКРАНЕ С УПРУГОЙ ПЛАСТИНОЙ

Голдовский В. З., Коровкин А. Н.

Рассмотрена дифракция цилиндрической звуковой волны на широком экране (барьере), к краю которого примыкает бесконечная упругая пластина. Расчетом и экспериментом проанализировано ограничение эффектов экранирования, вызванное явлением акустического «короткого замыкания», обусловленным продольными колебаниями пластины.

Незвуконепрозрачные экраны давно и успешно применяются на практике в качестве средства изоляции от источников шума. Как показано в работе [1], существенное увеличение эффектов экранирования может быть достигнуто за счет использования достаточно широких по сравнению с длиной волны экранов (барьеров) с идеально податливыми гранями.

В свою очередь в статье [2] установлено, что наличие примыкающей к средней (торцевой) грани экрана упругой пластины или оболочки приводит к увеличению звукового давления в зоне акустической тени за экраном, т. е. отрицательно сказывается на эффекте экранирования. Однако в этой работе рассмотрен весьма идеализированный случай плоской падающей волны и достаточно тонкой пластины, что позволило принимать во внимание только изгибные колебания пластины на докритических частотах.

Вместе с тем на практике часто встречаются случаи, когда вблизи пластины расположен источник сферической или цилиндрической волны. К тому же пластина выполнена из достаточно толстого композитного материала, например стеклопластика, обладающего относительно малой плотностью. В этой ситуации уже нельзя не учитывать кривизну фронта падающей волны, которая приводит не только к количественному изменению эффекта экранирования, но и вызывает новые качественные явления, например возникновение «вытекающей» звуковой волны [3], порожденной продольными колебаниями пластины. Физический механизм этого явления можно объяснить следующим образом. В состав углового спектра цилиндрической волны входят плоские волны, скорость следа которых совпадает со скоростью продольных колебаний в пластине. Это явление, при котором импеданс продольных колебаний минимален, носит название резонанса совпадений для продольных волн. В этом случае амплитуда колебательной скорости этих волн в пластине максимальна, а поскольку скорость их распространения превышает скорость звука в жидкости, бегущая в пластине продольная волна инициирует возникновение в жидкости «вытекающей»