

акустического поля позволяет устранить определенные недостатки, присущие гидрофонному методу. В частности, введение гидрофона в кавитирующую область искажает в ней акустическое поле; кроме того, кавитация может возникнуть не в среде, а на самом гидрофоне, что может привести к заниженным значениям порогов кавитации для данной среды.

В заключение отметим, что фокусированные приемники благодаря их высокой чувствительности и «бесконтактности» могут быть использованы при определенных условиях для измерений на живых биологических объектах. Кроме того, они могут найти применение при исследовании распространения звука в агрессивных средах, газах (в частности, при высоких температурах).

Авторы выражают признательность Б. С. Сурикову за полезное обсуждение работы и полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаврилов Л. Р., Цирульников Е. М. Фокусированный ультразвук в физиологии и медицине. Л.: Наука, 1980. 198 с.
2. Lewin P. A. Focussed ultrasonic field distribution in tissue in vitro.— Ultrasonics International 81st Conf. Proc. Brighton, 1981, p. 434–439.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967. 460 с.
4. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 348 с.
5. Розенберг Л. Д. Звуковые фокусирующие системы. М.: Наука, 1949. 112 с.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М.: Наука, 1966. 295 с.
7. Тартаковский Б. Д. О «фазовом скачке» в фокусе сферических звуковых пучков.— Акуст. журн., 1961, т. 7, № 2, с. 229–235.
8. Каневский И. Н. Исследование структуры поля фокусирующего концентратора ультразвука.— Акуст. журн., 1961, т. 7, № 1, с. 40–46.
9. Перник О. Д. Проблемы кавитации. 2-е изд. испр. и доп. Л.: Судостроение, 1966. 439 с.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
28.X.1985

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКА НА ШИРОКОМ ЭКРАНЕ С УПРУГОЙ ПЛАСТИНОЙ

Голдовский В. З., Коровкин А. Н.

Рассмотрена дифракция цилиндрической звуковой волны на широком экране (барьере), к краю которого примыкает бесконечная упругая пластина. Расчетом и экспериментом проанализировано ограничение эффектов экранирования, вызванное явлением акустического «короткого замыкания», обусловленным продольными колебаниями пластины.

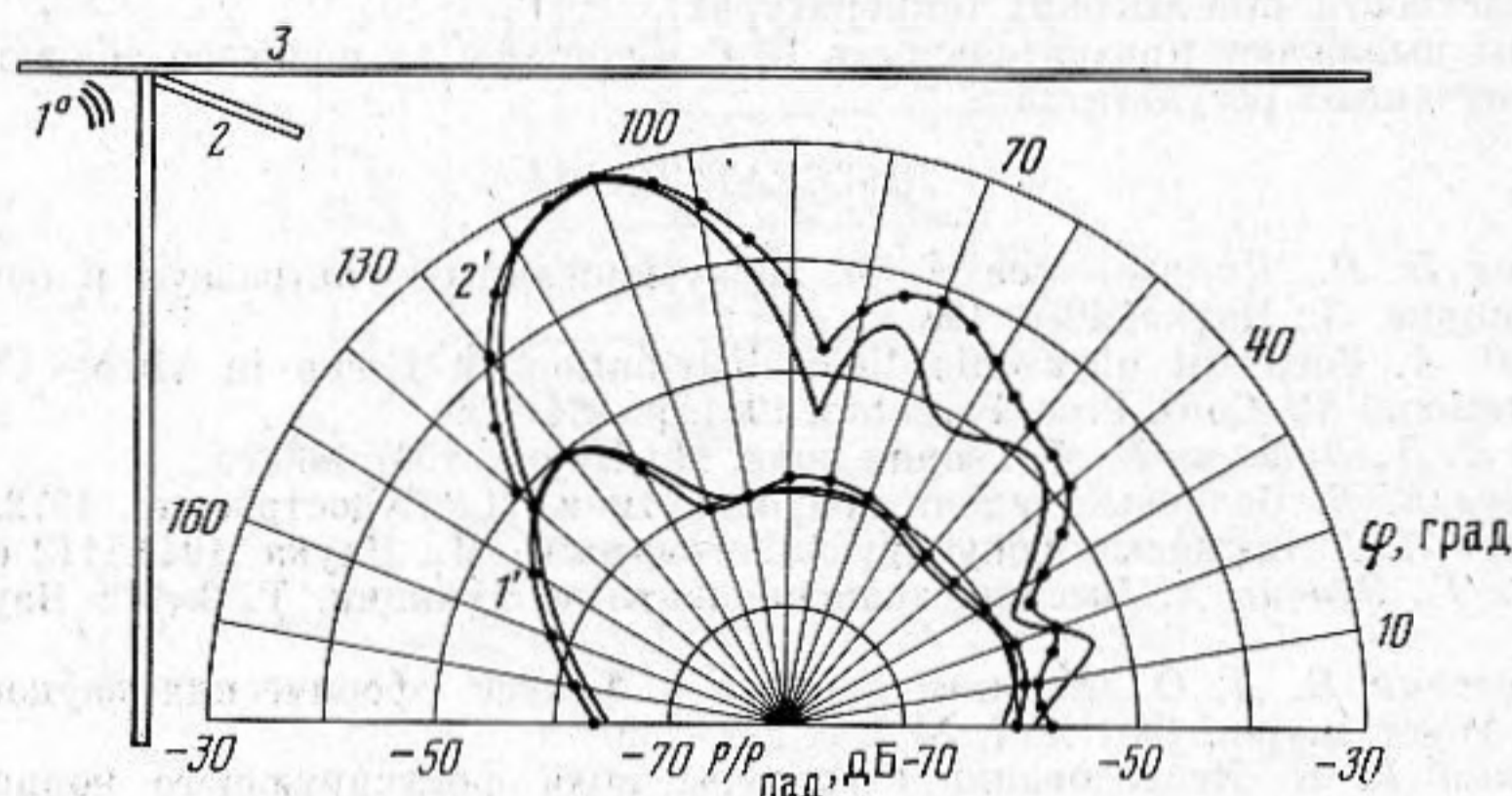
Незвуконепрозрачные экраны давно и успешно применяются на практике в качестве средства изоляции от источников шума. Как показано в работе [1], существенное увеличение эффектов экранирования может быть достигнуто за счет использования достаточно широких по сравнению с длиной волны экранов (барьеров) с идеально податливыми гранями.

В свою очередь в статье [2] установлено, что наличие примыкающей к средней (торцевой) грани экрана упругой пластины или оболочки приводит к увеличению звукового давления в зоне акустической тени за экраном, т. е. отрицательно сказывается на эффекте экранирования. Однако в этой работе рассмотрен весьма идеализированный случай плоской падающей волны и достаточно тонкой пластины, что позволило принимать во внимание только изгибные колебания пластины на докритических частотах.

Вместе с тем на практике часто встречаются случаи, когда вблизи пластины расположен источник сферической или цилиндрической волны. К тому же пластина выполнена из достаточно толстого композитного материала, например стеклопластика, обладающего относительно малой плотностью. В этой ситуации уже нельзя не учитывать кривизну фронта падающей волны, которая приводит не только к количественному изменению эффекта экранирования, но и вызывает новые качественные явления, например возникновение «вытекающей» звуковой волны [3], порожденной продольными колебаниями пластины. Физический механизм этого явления можно объяснить следующим образом. В состав углового спектра цилиндрической волны входят плоские волны, скорость следа которых совпадает со скоростью продольных колебаний в пластине. Это явление, при котором импеданс продольных колебаний минимален, носит название резонанса совпадений для продольных волн. В этом случае амплитуда колебательной скорости этих волн в пластине максимальна, а поскольку скорость их распространения превышает скорость звука в жидкости, бегущая в пластине продольная волна инициирует возникновение в жидкости «вытекающей»

из пластины плоской звуковой волны. Эта волна «засвечивает» зону акустической тени за экраном, ограничивая тем самым эффект экранирования, что можно трактовать как явление акустического «короткого замыкания» между разделенными экраном областью источника и защищаемой областью пространства.

Для количественной оценки этого явления рассмотрим следующую задачу, геометрия которой показана на фигуре. Пусть звуковая волна, создаваемая цилиндрическим источником 1 вида $H_0(kr)$, падает на конструкцию, состоящую из широкого экрана 2 и упругой пластины 3. Для определенности будем полагать, что широкий экран содержит две кромки, соединенные акустически идеально податливой встав-



кой шириной w . Первая кромка, ближайшая к источнику, клиновидная, вторая аналогична ребру полуплоскости. Определим звуковое поле за экраном.

Первоначально напишем поле цилиндрического источника вблизи пластины без экрана, используя разложение цилиндрической волны по плоским волнам:

$$P = H_0(kr) + P_{отр} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} e^{ikr \cos(\lambda-\theta)} d\lambda + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} A(\lambda) e^{ikr' \cos(\lambda-\theta')} d\lambda, \quad (1)$$

где r, θ и r', θ' — полярные координаты точки наблюдения, связанные с источником и его зеркальным мнимым изображением относительно плоскости пластины, θ и θ' отсчитываются соответственно по и против часовой стрелки от линии, соединяющей источник и его изображение, $A(\lambda)$ — коэффициент отражения от упругой пластины.

На основе результатов работы [4] с учетом изгибных и продольных колебаний пластины можно получить следующее выражение для коэффициента отражения от пластины:

$$A(\lambda) = - \frac{\cos^2 \lambda (\sin^4 \lambda - \beta^2) \left(\sin^2 \lambda - \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right) + [i \cos \lambda (\sin^4 \lambda - \beta^2) + 2b\beta^3] \left[i \cos \lambda \left(\sin^2 \lambda - \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right) + b\beta^3 \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \frac{k\rho h}{\rho_0} \left(\sin^2 \lambda - (1-\sigma_1^2) \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right) + \frac{k_1^2 \rho h}{2k\rho_0} \left(\sin^2 \lambda - (1-\sigma_1^2) \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right) \right]}{[i \cos \lambda (\sin^4 \lambda - \beta^2) + 2b\beta^3] \left[i \cos \lambda \left(\sin^2 \lambda - \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right) + b\beta^3 \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \frac{k\rho h}{\rho_0} \left(\sin^2 \lambda - (1-\sigma_1^2) \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right) + \frac{k_1^2 \rho h}{2k\rho_0} \left(\sin^2 \lambda - (1-\sigma_1^2) \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right) \right]}$$

где $\beta = f_{гр}/f$, $b = \rho c_0 / 2\rho_0 c \sqrt{3}$, ρ — плотность среды, c — скорость звука в среде, ρ_0 — плотность материала пластины, c_0 — скорость продольных волн в пластине, $f_{гр}$ — граничная частота, т. е. частота, при которой наблюдается совпадение длин изгибных волн в пластине с длиной волн звука в среде, k — волновое число звуковых колебаний в среде, k_1 — волновое число продольных колебаний пластины, σ — коэффициент Пуассона материала пластины, $\sigma_1 = \sigma / (1-\sigma)$, h — толщина пластины.

Вычислим интегралы методом стационарной фазы для случая $kr \gg 1$ и $kr' \gg 1$. При непрерывной деформации контура интегрирования в перевальный путь пересекаются особые точки подынтегральной функции, обусловленные полюсами $A(\lambda)$.

Эти полюса определяются из уравнений $\cos \lambda [\sin^2 \lambda - (k_1/k)^2] = i \frac{k_1^2 \rho h}{2k\rho_0} \left[\sin^2 \lambda - (1-\sigma_1^2) \left(\frac{k_1}{k} \right)^2 \right]$ и $\cos \lambda (\sin^4 \lambda - \beta^2) = i 2b\beta^3$.

Правая часть первого уравнения, описывающего полюса, обусловленные продоль-

ными колебаниями пластины, для тонких пластин представляет собой малую величину. Поэтому вещественная часть одного из корней близка к величине $\lambda_k = \arcsin(k_1/k)$, а коэффициент при мнимой части должен быть малым числом, которое можно определить, подставляя значение $\sin \lambda_k = k_1/k + i\alpha$ (α — малая величина) в это уравнение. Пренебрегая малыми членами, получим $\alpha = (k_1 k \rho h \sigma_1^2) / (2\rho_0 \sqrt{1 - (k_1/k)^2})$.

При непрерывной деформации контура интегрирования в перевальный путь отмеченный полюс пересекается только при условии $\sin \theta > (k_1/k)$, что приводит к появлению «вытекающей» волны. Область внутри конуса $\sin \theta < (k_s/k)$ определяет «мертвую» зону, где распространение «вытекающей» волны, обусловленной продольными колебаниями пластины, не происходит. В этой области может образоваться только поверхностная волна.

Для второго уравнения, описывающего полюса, обусловленные изгибными колебаниями пластины, аналогичный анализ приведен в [4], где показано, что на частоте выше критической ($\beta < 1$) существует полюс $\sin \lambda_k = \sqrt{\beta} + ib\sqrt{\beta^3}/2\sqrt{1-\beta}$, пересекаемый контуром интегрирования при условии $\sin \theta > \sqrt{\beta}$. На частоте ниже критической пересекается другой полюс, имеющий отрицательную мнимую часть, что приводит к образованию только поверхностной волны.

Таким образом, поле цилиндрического источника вблизи пластины в результате применения метода стационарной фазы может быть написано в виде

$$\begin{aligned}
 P = & \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} e^{i\left(r - \frac{\pi}{4}\right)} + \sqrt{\frac{2}{\pi k r'}} e^{i\left(r' - \frac{\pi}{4}\right)} A(\theta) - \\
 & - b\beta^3 \left(\frac{k_1}{k}\right)^4 \frac{k h \rho}{\rho_0} \sigma_1^2 \exp \left[i \left(\frac{k_1}{k}\right) k |x| + i \sqrt{1 - (k_1/k)^2} k (2y_0 - y) - \right. \\
 & \left. - \frac{(k_1/k)^3 \rho k h \sigma_1^2 k |x|}{4\rho_0 \sqrt{1 - (k_1/k)^2}} + (k_1/k)^4 \frac{\rho k h \sigma_1^2 (2y_0 - y)}{4\rho_0 [1 - (k_1/k)^2]^{3/2}} \right] \\
 & \frac{[i \sqrt{1 - (k_1/k)^2} [(k_1/k)^4 - \beta^2] + 2b\beta^3] k_1/k [1 - (k_1/k)^2]}{b\beta^3 (k_1/k)^2 \frac{k h \rho}{2\rho_0} \left[\beta - (1 - \sigma_1^2) \left(\frac{k_1}{k}\right)^2 \right] \exp \left[i \sqrt{\beta} k |x| + i \sqrt{1 - \beta} k (2y_0 - y) - \right. \\
 & \left. - \frac{b \sqrt{\beta^3} k |x|}{2 \sqrt{1 - \beta}} + \frac{b \beta^2 k (2y_0 - y)}{2 (1 - \beta)^{3/2}} \right]} \\
 & \left. \beta^{3/2} (1 - \beta) \left[i \sqrt{1 - \beta} \left[\beta - \left(\frac{k_1}{k}\right)^2 \right] + \left(\frac{k_1}{k}\right)^2 \cdot \frac{k h \rho}{2\rho_0} \left[\beta - (1 - \sigma_1^2) \left(\frac{k_1}{k}\right)^2 \right] \right] \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

где y_0 — расстояние между источниками и пластиной, $x = -r \sin \theta$, $y = r \cos \theta$.

Первые два слагаемых в выражении (2) описывают пространственные волны, а вторые два слагаемых (соответственно при условиях $\sin \theta > k_1/k$ и $\sin \theta > \sqrt{\beta}$) — «вытекающие» волны. Оба типа волн дифрагируют на широком экране.

Результат дифракции пространственных волн на широком экране с идеально податливыми гранями может быть написан как результат двух последовательных актов дифракции на краях экрана [1]. В итоге получим

$$\begin{aligned}
 P = & \frac{\sqrt{2}}{16} \left(\frac{\pi}{\Phi}\right)^2 \left[\sin \frac{\pi \theta_0}{2\Phi} \frac{\sin \frac{\pi^2}{2\Phi}}{\left(\cos \frac{\pi^2}{2\Phi} - \cos \frac{\pi \theta_0}{2\Phi}\right)^2} + \right. \\
 & \left. + A(\theta_0) \sin \frac{\pi(\pi - \theta_0)}{2\Phi} \frac{\sin \frac{\pi^2}{2\Phi}}{\left(\cos \frac{\pi^2}{2\Phi} - \cos \frac{\pi(\pi - \theta_0)}{2\Phi}\right)^2} \right] \frac{\cos \varphi_1/2 \exp ik(r_0 + r_1 + w)}{\sin^2 \varphi_1/2 \pi^2 k w \sqrt{k w} \sqrt{k r_0} \sqrt{k r_1}} \quad (3)
 \end{aligned}$$

где r_0 , θ_0 — полярные координаты первой кромки экрана в системе координат, связанной с источником, r_1 , φ_1 — полярные координаты точки наблюдения в системе координат с центром на второй кромке (φ_1 — отсчитывается по часовой стрелке от продолжения торцевой грани экрана), 2Φ — внешний раствор клина, образующего первую кромку.

Дифракция на экране отраженной от пластины волны, описываемой вторым слагаемым формулы (2), в формуле (3) учитывается вторым слагаемым в квадратных скобках, в которое, как видно, входит коэффициент отражения от пластины $A(\theta_0)$.

При выводе формулы (3) сделан ряд упрощающих предположений, которые заключаются в следующем.

Точка наблюдения за экраном с координатами r_1 , φ_1 расположена в зоне глубокой тени. Экран не ограничивает движения пластины, т. е. между первой кромкой экрана и пластиной имеется зазор (пренебрежимо малый), что позволяет пренебречь

силовым взаимодействием экрана и пластины. Акустическое взаимодействие экрана и пластины также не рассматривали, допуская тем самым погрешность, не превосходящую величины коэффициента отражения от пластины.

Результат дифракции «вытекающих» волн на широком экране зависит от взаимного расположения точки излучения, торцевой грани экрана и точки наблюдения. Это связано с тем, что зоны распространения «вытекающих» волн, обусловленных продольными и изгибными колебаниями пластины, разные и определяются условиями $\theta > \arcsin k_1/k$ и $\theta > \arcsin \sqrt{\beta}$. Их размер, очевидно, зависит от частоты звуковых волн и параметров пластины.

В дальнейшем для упрощения будем предполагать, что точка излучения и торцевая грань экрана расположены таким образом, что торцевая грань полностью лежит в зоне распространения «вытекающей» волны, обусловленной продольными колебаниями, и в «мертвой» зоне по отношению к «вытекающей» волне, обусловленной изгибными колебаниями. Взаимно разместить точку излучения и экран таким образом можно в определенной области сверхкритических и на всех докритических частотах. В последнем случае «вытекающая» волна, обусловленная изгибными колебаниями пластины, вообще не образуется [4]. Дальнейший анализ будет посвящен только «вытекающей» волне, обусловленной продольными колебаниями пластины. Дополнительно, для упрощения, будем предполагать, что точка наблюдения расположена за экраном в области «света» по отношению к рассматриваемой падающей на торцевую грань экрана «вытекающей» волне. В этом случае, очевидно, возникающей дифракционной волной на кромках экрана можно пренебречь. Основной вклад в зону тени «вытекающей» волны, обусловленной продольными колебаниями пластины, будет описываться третьим слагаемым выражения (2).

С целью определения не только соотношения амплитуд, но и направлений распространения «вытекающей» и пространственной дифракционной волн в области тени за экраном расчет производился для случая воздействия этих волн на многоэлементный цилиндрический компенсированный приемник с применением коротковолновой асимптотики функций Фока [5] в зависимости от ориентации характеристики направленности приемника при следующих значениях параметров: $ka=10$ (a — радиус приемника), $kw=14$, $\beta=0,784$, $b=0,71$; $k_1/k=0,314$, $\sigma=0,35$, $kh=0,8$.

Результаты расчета иллюстрируются на фигуре в полярных координатах, где по радиусу отложена величина $20 \lg (P/P_{\text{пад}})$; $P_{\text{пад}}$ — приведенный к единичному расстоянию максимальный отклик на выходе приемника при его ориентации на источник, удаленный в зону Фраунгофера, при условии отсутствия экрана и пластины. Кривая 1' соответствует пронормированному отклику на выходе приемника, обусловленному воздействием дифракционной волны, причем, как это и следует из физических соображений, максимальная амплитуда наблюдается при ориентации приемника на ближайшую к нему (вторую) кромку экрана ($\varphi \approx 130^\circ$), которую можно рассматривать как источник краевой дифракционной волны. Кривая 2' характеризует пронормированный отклик на выходе приемника, обусловленный воздействием квазиплоской (по крайней мере в пределах диаметра приемника) «вытекающей» волны, и поэтому может рассматриваться как характеристика направленности приемника, максимальное значение которой соответствует направлению излучения «вытекающей» волны ($\varphi=110^\circ$). Сравнение кривых 1' и 2' свидетельствует о том, что при выбранных значениях параметров экрана и пластины вклад «вытекающей» волны практически во всем диапазоне углов наблюдения значительно превышает вклад дифракционной волны, ограничивая тем самым эффект экранирования.

С целью практического подтверждения этого вывода, а также справедливости допущений, принятых при теоретическом анализе, был поставлен лабораторный эксперимент, в котором идеально податливые свойства экрана достигались за счет облицовки его резиной с высоким процентным содержанием воздуха, а условия дифракции на одной кромке обеспечивались путем установки экрана перпендикулярно и вплотную к стенке измерительного бассейна.

Измерения проводились в два этапа. На первом этапе при отсутствии пластины регистрировался сигнал на выходе приемника, обусловленный дифракционной волной. На втором этапе при установке пластины регистрировался результирующий сигнал, обусловленный интерференционным взаимодействием дифракционной и «вытекающей» волн. Однако, как следует из результатов эксперимента, которые также нанесены точками на фигуре, при установке пластины сигнал на выходе приемника существенно возрастает, что позволяет пренебрегать эффектами интерференционного взаимодействия дифракционной и «вытекающей» волн и полагать, что при наличии пластины сигнал на выходе приемника практически полностью обусловлен воздействием «вытекающей» волны.

Следует отметить, что в процессе эксперимента, проводившегося в импульсном режиме излучения, при установке пластины было зарегистрировано не только резкое увеличение амплитуды, но и сокращение времени распространения сигнала от излучателя до приемника за счет его частичного прохождения по пластине в виде продольной волны со скоростью, примерно в 3 раза превышающей скорость звука в воде.

Несмотря на частные, несущественные различия между расчетными и экспериментальными зависимостями, вызванные главным образом конечными размерами пластины в эксперименте, в целом результаты эксперимента полностью подтвердили вывод теории об ограничивающем эффекте экранирования преобладающим вкладом «вытекающей» волны, обусловленной продольными колебаниями пластины. Из теоретических зависимостей следует, что амплитуду этой волны можно существенно

понизить, если уменьшить толщину и увеличить плотность материала пластины. Так, например, для стальной пластины толщиной $kh=0,03$ уровень «вытекающей» волны не превышает -70 дБ и, следовательно, практически не ограничивает эффект экранирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коровкин А. Н. Дифракция звука на широком экране. — Акуст. журн., 1976, т. 12, № 4, с. 540–545.
2. Коровкин А. Н., Плахов Д. Д. Дифракция звука на экране с упругой пластиной. — Акуст. журн., 1973, т. 19, № 3, с. 720–726.
3. Куртенов В. М. Звуковое поле точечного гармонического источника при наличии в однородной среде тонкой бесконечной пластинки. — Акуст. журн., 1970, т. 16, № 1, с. 96–101.
4. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
5. Смартышев М. Д., Добровольский Ю. Ю. Гидроакустические антенны. Справочник по расчету направленных свойств гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1984.

Поступило в редакцию
11.XI.1985

УДК 534.232

О РАСЧЕТЕ СИСТЕМ С АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫМ КЛАПАНОМ

Жулин В. И., Рыжаков С. П.

Рассматриваются механические системы с линейной внешней цепью и клапаном, установленным на выходе внешней цепи. Найдены в общем виде условия существования и возникновения автоколебаний в таких системах. Даны выражения для расчета параметров автоколебательных режимов.

Как известно, системы с автоколебательным клапаном могут весьма эффективно использоваться для создания механических или акустических колебаний [1, 2]. Поведение таких систем описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, точные решения которых в явном виде получить невозможно. Ранее при анализе систем с автоколебательным клапаном для упрощения обычно делалось допущение о малости коэффициента модуляции давления рабочей среды на клапане [2–5]. Такой подход не позволял получить простые расчетные выражения для систем, работающих в высокоэффективных предельных энергетических режимах.

В данной статье рассматривается работа систем с автоколебательным клапаном при практически любых коэффициентах модуляции давления и при любых линейных внешних цепях.

Схематический чертеж системы с автоколебательным клапаном дан на фиг. 1. При работе системы источник питания 1 подает рабочую среду под давлением P_0 в линейную внешнюю цепь 2, которая может быть резонатором [1], силовым цилиндром с рабочим поршнем [2] или акустическим фильтром. После внешней цепи рабочая среда с объемной скоростью V_M поступает к модулирующему клапану 3 и через зазор между клапаном и стенкой трубопровода истекает в резервуар 4. Благодаря давлению среды на клапан, последний смещается вниз, при этом площадь зазора увеличивается. Давление на клапан уменьшается и клапан под действием пружины 5 поднимается вверх. В результате подъема клапана уменьшается площадь зазора и давление на клапан начинает расти. Клапан снова опускается вниз. При определенных условиях колебания клапана могут стать периодическими. Найдем эти условия.

Для удобства рассмотрения воспользуемся эквивалентной электрической схемой механического аналога автоколебательной системы (фиг. 2). При составлении эквивалентной схемы было учтено, что внешняя цепь является линейной и ее можно представить в виде двухполюсника с импедансом z_B . Сопротивление колебательной системы клапана также является комплексной величиной — z_K . Гидравлическое сопротивление зазора $R_M(t)$ считается активным и описывается выражением $R_M(t) = \sqrt{P} \rho / 2 \mu S(t)$, где P — давление на клапане, ρ — плотность рабочей среды, μ — коэффициент расхода, $S(t)$ — площадь зазора.

Для исследования автоколебательной системы применим общий метод анализа систем с гидравлическим возбуждением [6]. Согласно этому методу, объемную скорость рабочей среды V_M и давление P на клапане зададим в виде

$$V_M = V_C \left[1 + \sum_n \alpha_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \right];$$
$$P = P_0 - V_C \left[R_0 + \sum_n \alpha_n |z_n| \sin(n\omega t + \varphi_n + \psi_n) \right], \quad (1)$$