

понизить, если уменьшить толщину и увеличить плотность материала пластины. Так, например, для стальной пластины толщиной  $kh=0,03$  уровень «вытекающей» волны не превышает  $-70$  дБ и, следовательно, практически не ограничивает эффект экранирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коровкин А. Н. Дифракция звука на широком экране. — Акуст. журн., 1976, т. 12, № 4, с. 540–545.
2. Коровкин А. Н., Плахов Д. Д. Дифракция звука на экране с упругой пластиной. — Акуст. журн., 1973, т. 19, № 3, с. 720–726.
3. Куртенов В. М. Звуковое поле точечного гармонического источника при наличии в однородной среде тонкой бесконечной пластинки. — Акуст. журн., 1970, т. 16, № 1, с. 96–101.
4. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
5. Смартышев М. Д., Добровольский Ю. Ю. Гидроакустические антенны. Справочник по расчету направленных свойств гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1984.

Поступило в редакцию  
11.XI.1985

УДК 534.232

### О РАСЧЕТЕ СИСТЕМ С АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫМ КЛАПАНОМ

*Жулин В. И., Рыжаков С. П.*

Рассматриваются механические системы с линейной внешней цепью и клапаном, установленным на выходе внешней цепи. Найдены в общем виде условия существования и возникновения автоколебаний в таких системах. Даны выражения для расчета параметров автоколебательных режимов.

Как известно, системы с автоколебательным клапаном могут весьма эффективно использоваться для создания механических или акустических колебаний [1, 2]. Поведение таких систем описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, точные решения которых в явном виде получить невозможно. Ранее при анализе систем с автоколебательным клапаном для упрощения обычно делалось допущение о малости коэффициента модуляции давления рабочей среды на клапане [2–5]. Такой подход не позволял получить простые расчетные выражения для систем, работающих в высокоэффективных предельных энергетических режимах.

В данной статье рассматривается работа систем с автоколебательным клапаном при практически любых коэффициентах модуляции давления и при любых линейных внешних цепях.

Схематический чертеж системы с автоколебательным клапаном дан на фиг. 1. При работе системы источник питания 1 подает рабочую среду под давлением  $P_0$  в линейную внешнюю цепь 2, которая может быть резонатором [1], силовым цилиндром с рабочим поршнем [2] или акустическим фильтром. После внешней цепи рабочая среда с объемной скоростью  $V_M$  поступает к модулирующему клапану 3 и через зазор между клапаном и стенкой трубопровода истекает в резервуар 4. Благодаря давлению среды на клапан, последний смещается вниз, при этом площадь зазора увеличивается. Давление на клапан уменьшается и клапан под действием пружины 5 поднимается вверх. В результате подъема клапана уменьшается площадь зазора и давление на клапан начинает расти. Клапан снова опускается вниз. При определенных условиях колебания клапана могут стать периодическими. Найдем эти условия.

Для удобства рассмотрения воспользуемся эквивалентной электрической схемой механического аналога автоколебательной системы (фиг. 2). При составлении эквивалентной схемы было учтено, что внешняя цепь является линейной и ее можно представить в виде двухполюсника с импедансом  $z_B$ . Сопротивление колебательной системы клапана также является комплексной величиной —  $z_K$ . Гидравлическое сопротивление зазора  $R_M(t)$  считается активным и описывается выражением  $R_M(t) = \sqrt{P} \rho / 2 \mu S(t)$ , где  $P$  — давление на клапане,  $\rho$  — плотность рабочей среды,  $\mu$  — коэффициент расхода,  $S(t)$  — площадь зазора.

Для исследования автоколебательной системы применим общий метод анализа систем с гидравлическим возбуждением [6]. Согласно этому методу, объемную скорость рабочей среды  $V_M$  и давление  $P$  на клапане зададим в виде

$$V_M = V_C \left[ 1 + \sum_n \alpha_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \right];$$

$$P = P_0 - V_C \left[ R_0 + \sum_n \alpha_n |z_n| \sin(n\omega t + \varphi_n + \psi_n) \right], \quad (1)$$

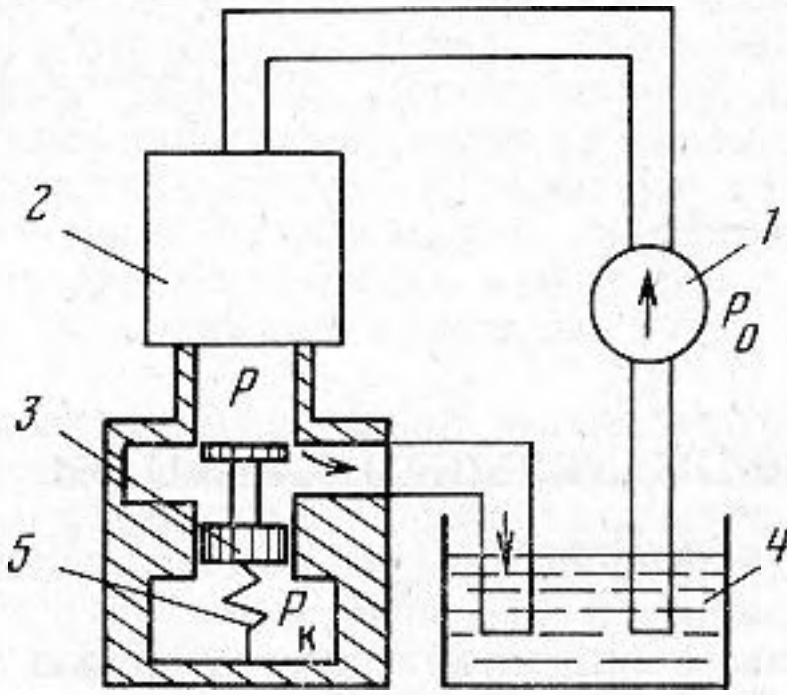


где  $V_c$  — среднее значение объемной скорости рабочей среды, проходящей через зазор,  $\alpha_n$  — коэффициент модуляции  $n$ -й гармоники скорости рабочей среды,  $z = z_k z_b / (z_k + z_b)$ ,  $R_0 = z|_{\omega=0}$ ,  $\text{tg } \psi = \text{Im } z / \text{Re } z$ ,  $z_n = z(n\omega)$ ,  $\psi_n = \psi(n\omega)$ .

Для того чтобы  $V_M$  и  $P$  изменялись заданным образом, площадь зазора следует изменять по закону

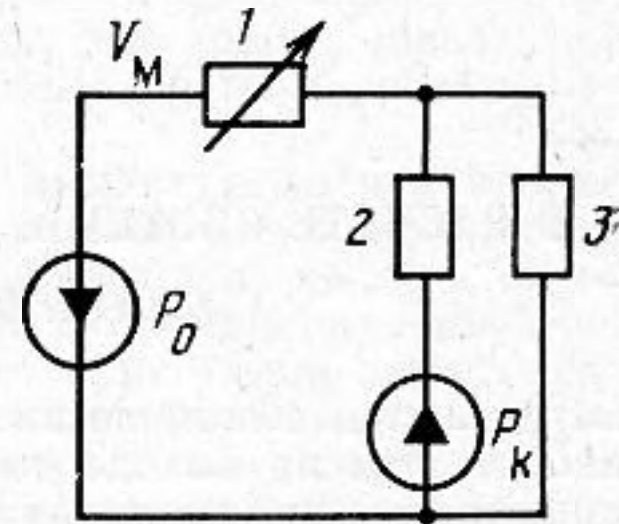
$$S(t) = \frac{V_c}{\sqrt{P_0}} \frac{1 + \sum_n \alpha_n \sin(n\omega t + \varphi_n)}{\sqrt{1 - V_c \left[ R_0 + \sum_n \alpha_n |z_n| \sin(n\omega t + \varphi_n + \psi_n) \right] / P_0}} \frac{\sqrt{\rho/2}}{\mu}$$

В дальнейшем будем рассматривать только такие цепи, у которых  $R_0 \ll \alpha_1 |z|$  и модуль импеданса на частоте  $\omega$  имеет максимум  $\alpha_1 |z| \gg \alpha_n |z_n|$ , т. е. система имеет



Фиг. 1

Фиг. 1. Схема системы с автоколебательным клапаном



Фиг. 2

Фиг. 2. Эквивалентная электрическая схема системы с автоколебательным клапаном: 1 —  $R_M(t)$ , 2 —  $z_b$ , 3 —  $z_k$

«параллельный» резонанс. Тогда, принимая  $\varphi_1 = 0$ , получаем

$$P = P_0 - V_c \alpha_1 z \sin(\omega t + \psi) = P_0 \beta P_0 \sin(\omega t + \psi),$$

$$S(t) = S_0 \frac{1 + \sum_n \alpha_n \sin(n\omega t + \varphi_n)}{\sqrt{1 - \beta \sin(\omega t + \psi)}},$$

где  $S_0 = \beta \sqrt{P_0 \rho / 2} / \mu \alpha_1 |z|$ ,  $\beta = \alpha_1 |z| V_c / P_0 < 1$  — коэффициент эффективности, характеризующий степень модуляции давления на клапане. Под воздействием переменного давления  $P$  клапан будет колебаться со смещением

$$x(t) = x_c + x_1 \cos(\omega t + \psi - \gamma), \quad (2)$$

где  $x_c = (P_0 - P_k) C_k / S_k$ ,  $P_k$  — давление в подклапанной камере,  $C_k$  — гибкость подвеса клапана с учетом податливости объема жидкости в подклапанной камере,  $S_k$  — площадь клапана, на которую воздействует давление  $P$ ,  $x_1 = \beta P_0 / \omega |z_k| S_k$ ,  $\text{tg } \gamma = \text{Im } z_k / \text{Re } z_k$ .

Далее будем искать условия, при которых клапан, колеблясь со смещением  $x(t)$ , обеспечивает требуемое временное изменение площади зазора  $S(t)$ . Пусть площадь зазора  $S(t)$  зависит от смещения клапана следующим образом:

$$S(t) = S(x) = \begin{cases} S_1 & x < x_c; \\ \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 + [\pi d_k x(t)]^2}}, & x \geq x_c; \end{cases} = \\ = \{[\text{sign } \cos(\omega t + \psi - \gamma) + 1][x(t) \pi d_k]^2 / 4 + S_1^2\}^{1/2}, \quad (3)$$

где  $d_k$  — диаметр клапана,  $S_1$  — площадь зазора при нахождении клапана в трубопроводе ( $\pi d_k^2 / 4 \gg S_1$ ). Теперь, преобразуя формулу для  $S(t)$  с учетом выражений (2) и (3), находим

$$\{[\text{sign } \cos(\omega t + \psi - \gamma) + 1] \cos^2(\omega t + \psi - \gamma) / 2 + (S_1 / \pi d_k x_1)^2\}^{1/2} \sqrt{1 - \beta \sin(\omega t + \psi)} = \\ = S_0 / (\pi d_k x_1) \left[ 1 + \sum_n \alpha_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \right]. \quad (4)$$



Записывая  $\omega t + \psi = y$  и разлагая левую часть выражения (4) в ряд Фурье с коэффициентами  $A_0, A_1, \dots, A_n$  и фазами  $\varphi_1', \varphi_2', \dots, \varphi_n'$ , получаем условия существования автоколебаний:

$$\begin{aligned} \psi &= -\varphi_1'; & \omega |z_k| d_k / 4\mu \alpha_1 |z| \sqrt{2P_0/\rho} &= A_0; \\ \varphi_n &= \varphi_n' - \varphi_1'; & \alpha_n &= A_n / A_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Полученные условия говорят о том, что первая гармоника автоколебаний является строго определенной и должна соответствовать частоте, на которой сдвиг фазы  $\psi$ , создаваемый системой, равен  $-\varphi_1'$ . Кроме того, все параметры системы должны находиться в определенном соотношении; при этом, несмотря на практически синусоидальные колебания клапана, временная зависимость объемной скорости жидкости, протекающей через зазор, может существенно отличаться от синусоидальной.

Проанализируем полученные условия для случая, когда протечками жидкости во время перекрытия клапаном трубопровода можно пренебречь, т. е. когда  $S_1/\pi d_k x_1 \ll 1$ . Введем также величину  $\delta = \pi/2 - \gamma$ . В этом случае коэффициенты  $A_n$  и  $\varphi_n$  будут зависеть только от коэффициента эффективности  $\beta$  и  $\delta$ :

$$0,5[\text{sign} \sin(y + \delta) + 1] \sin(y + \delta) \sqrt{1 - \beta \sin y} = S_0 / (\pi d_k x_1) \left[ 1 + \sum_n \alpha_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \right].$$

При  $\delta = 0$  или  $\delta = \pi$  независимо от  $\beta$  сдвиг фазы  $\psi$  всегда должен быть равен нулю. При  $0 < \delta < \pi/2$   $\psi < 0$ , причем чем больше величина  $\delta$ , тем больше сдвиг фазы  $\psi$  и, следовательно, тем больше сдвиг частоты автоколебаний от частоты резонанса (при высокодобротном резонаторе). Это может привести к существенному уменьшению эффективности работы системы. Отметим, что условия  $\delta = 0$  и  $\delta = \pi$  выполняются при отсутствии активных потерь в колебательной системе клапана и чисто массовой или чисто упругой реакции клапана соответственно.

Коэффициент модуляции  $\alpha_1$  при увеличении  $\beta$  от нуля до 0,9 ( $0 < \delta \leq 0,9$ ) меняется мало ( $\alpha_1 \approx 1,42 - 1,61$ ), а величина  $A_0$  уменьшается в 1,5–2,0 раза ( $A_0 \approx 0,16 - 0,29$ ).

При проведении конструктивных расчетов автоколебательных систем коэффициент эффективности  $\beta$  следует задавать как можно большим, поскольку коэффициент полезного действия прямо пропорционален  $\beta$ . Обычно достаточно  $\beta = 0,9$ , так как при дальнейшем увеличении коэффициента эффективности КПД увеличивается незначительно. Кроме того, при  $\beta > 0,9$  существенно возрастает вероятность того, что из-за погрешности расчета величина  $\beta$  в реальной системе превысит единицу и в системе может возникнуть кавитация [6]. При практических расчетах величин  $A_0, \psi$  и  $\alpha_1$  для  $\beta = 0,9$  и  $0 \leq \delta \leq 0,9$  целесообразно использовать аппроксимирующие полиномы второго порядка:  $B_0 + B_1\delta + B_2\delta^2$ . Для  $A_0 - B_0 = 0,163, B_1 = 0,003, B_2 = 0,064$ , для  $\psi - B_0 = 0, B_1 = -1,690, B_2 = 0,417$ ; для  $\alpha_1 - B_0 = 1,410, B_1 = 0,217, B_2 = 0,018$ .

Итак, полученные выражения (5) являются условиями того, что в системе с импедансом  $z$  может существовать автоколебательный процесс, параметры которого определяются формулами (1) и (2). Отклонение от синусоидального временного изменения давления на клапане  $P$  с достаточной для практических целей точностью можно определять из формулы (1). На основании этой же формулы можно оценивать и погрешность расчета. Например, при использовании резонатора Гельмгольца с добротностью, равной десяти, нелинейные искажения акустического сигнала, излучаемого резонатором, и погрешность расчета не превысят 6% даже при  $\beta = 0,9$ .

Найденные выше условия являются необходимыми, но недостаточными для существования в системе автоколебаний, поскольку они не показывают возможности возникновения автоколебаний. Найдем условия, при выполнении которых в системе будут возникать автоколебания.

Сразу отметим, что даже при малых амплитудах колебаний клапана (при  $\beta \ll 1$ ) в рассмотренной системе площадь зазора  $S(t)$  существенно нелинейно зависит от смещения клапана  $x(t)$ , т. е. систему нельзя линеаризировать и, следовательно, нельзя применять простые алгебраические и частотные критерии устойчивости. Поэтому для точного решения вопроса о самовозбуждении необходимо численными методами находить решения уравнений, описывающих динамику системы. Однако качественно оценить условия самовозбуждения системы можно и не прибегая к решению дифференциальных уравнений.

Пусть в системе, построенной так, что выполняются условия автоколебаний (5), клапан при помощи посторонней силы колеблется с малой амплитудой  $\varepsilon x_1$  ( $\varepsilon \ll 1$ ):  $x_n(t) = \varepsilon x_1 \sin \omega t$ . При малых колебаниях клапана постоянная составляющая объемной скорости  $V_C'$  и коэффициент эффективности  $\beta'$  малы. Тогда с точностью до  $\beta'$  объемная скорость  $V_M(t)$  линейно зависит от площади открытия отверстия  $S(t)$ , которая в свою очередь нелинейно зависит от  $x_n(t)$ :

$$V_M'(t) = \sqrt{2P/\rho} \mu S(t) \approx \sqrt{2P_0/\rho} \mu d_k \varepsilon x_1 \left( 1 + \frac{\pi}{2} \sin \omega t - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \dots \right).$$

Формула для  $V_M'(t)$  получена в предположении  $\pi d_k \varepsilon x_1 \gg S_1$ . Такая переменная объемная скорость жидкости приведет к появлению переменного давления  $P'$  на клапане, равного  $P' = -\sqrt{2P_0/\rho} \mu d_k \varepsilon x_1 |z| \pi/2 \sin(\omega t + \psi)$ .



Если бы на клапан действовало только давление  $P'$ , то он колебался бы со смещением  $x_y'(t) = \sqrt{2P_0/\rho} \mu_2 |z| \varepsilon x_1 / (\omega d_k |z_k|) \cos(\omega t + \psi - \gamma) = \varepsilon x_1 \frac{1}{2\alpha_1 A_0} \cos(\omega t + \psi - \gamma)$ .

Заметим, что величина  $1/(2\alpha_1 A_0)$  всегда больше единицы.

После прекращения действия посторонней силы поведение клапана будут определять два фактора. Первый фактор связан с затуханием колебаний в системе, что будет приводить к уменьшению амплитуды колебаний клапана. Другой фактор связан с тем, что давление, действующее на клапан, стремится увеличить его амплитуду. Преобладание того или иного фактора обеспечивает затухание или возрастание колебаний в системе. Оценим влияние этих факторов. За счет затухания колебаний давление  $P'$  на клапане уменьшилось бы за период в  $\exp(-\pi/Q)$  раз, где  $Q$  — добротность системы. С другой стороны, если на клапан будет действовать стационарное переменное давление  $\exp(-\pi/Q)P'$ , то установившиеся колебания клапана будут описываться выражением  $x_y(t) = \exp(-\pi/Q) \varepsilon x_1 / (2\alpha_1 A_0) \sin(\omega t + \psi - \delta)$ . Рассмотрим поведение системы при малой разности  $\psi - \delta$ , что справедливо при малых потерях в колебательной системе клапана (при малых  $\delta$ ). Для этого опишем переходный процесс в системе с начальными колебаниями  $x_n(t)$  и с установившимися колебаниями  $x_y(t)$ , учитывая, что на частотах, близких к частоте «параллельного» резонанса, большинство реальных систем ведут себя подобно системам второго порядка. Тогда нетрудно показать, что поведение системы описывается уравнением  $x'(t) = \exp(-\delta_0 t) \varepsilon x_1 [1 - \exp(-\pi/Q) / (2\alpha_1 A_0)] \sin \omega t + \varepsilon x_1 \exp(-\pi/Q) \sin \omega t$ , где  $\delta_0$  — величина, характеризующая потери в системе.

Через время, равное периоду колебаний, амплитуда смещения клапана станет равной  $\varepsilon x_1 \{1 + [1 - \exp(-\pi/Q) / (2\alpha_1 A_0)] [\exp(-\pi/Q) - 1]\}$  и будет больше начальной только тогда, когда  $\exp(-\pi/Q) / (2\alpha_1 A_0) > 1$  ( $Q$  — добротность системы на частотах, близких к частоте «параллельного» резонанса). Таким образом, при

$$Q > \pi / \ln [1 / (2\alpha_1 A_0)] = Q_m \quad (6)$$

колебания клапана будут расти, т. е. неравенство (6) является необходимым и достаточным условием возникновения автоколебаний в системе.

При малых колебаниях клапана ( $\beta' \ll 1$ ) амплитуда колебаний за один период будет увеличиваться в  $1 + [1 - \exp(-\pi/Q) / (2\alpha_1 A_0)] [\exp(-\pi/Q) - 1]$  раз. Однако при усилении колебаний сопротивление зазора  $R_M(t)$  уменьшается и начинает шунтировать сопротивления  $z_k$  и  $z_b$ . Добротность системы при этом уменьшается и, следовательно, уменьшается прирост амплитуды смещения клапана за один период. В итоге клапан раскачивается только до тех пор, пока добротность не упадет настолько, что амплитуда смещения клапана перестанет увеличиваться. После этого клапан колеблется в стационарном режиме, параметры которого можно рассчитать по полученным выше формулам (4), (5). При  $\beta = 0,9$  и  $\delta = 0 - 0,9$  минимально необходимая добротность системы  $Q_m$ , определяющая порог неустойчивости, изменяется в пределах  $4,1 \div 9,1$ . При уменьшении коэффициента эффективности величина  $Q_m$  возрастает.

Следует отметить, что данные рассуждения справедливы, если частота автоколебаний не слишком сильно отличается от частоты собственных колебаний системы (не более чем в  $1 + 1/(2Q)$  раз). Кроме того, начальная амплитуда колебаний должна быть такой, чтобы величина  $\mu d_k \varepsilon x_1$  была по крайней мере в 3–5 раз больше  $S_1$ , т. е. начальное смещение, при котором начинаются автоколебания, не может быть бесконечно малым. Практически для устойчивого самовозбуждения системы достаточно, чтобы добротность  $Q$  была вдвое больше величины  $Q_m$ .

В заключение следует сказать, что результаты данной работы наиболее целесообразно использовать для анализа и создания методик расчета разнообразных систем с автоколебательным клапаном, работающих в существенно нелинейных, но высокоэффективных энергетических режимах (при  $\beta > 0,6$ ). При этом система должна иметь «параллельный» резонанс, частота которого будет определять частоту автоколебаний.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Воиновос J. V.* Hydroacoustic transduction.— JASA, 1975, v. 57, № 6, p. 1341–1352.
2. *Баранов В. И., Захаров Ю. Е.* Электрогидравлические и гидравлические вибрационные механизмы. М.: Машиностроение, 1977.
3. *Константинов Б. П.* Автоколебания язычка гармонии.— В сб.: Тр. НИИМП. Вып. 2. Л.: ГИЗМЕСТПРОМ, 1939.
4. *Константинов Б. П.* Об автоколебаниях язычка гармоний.— Журн. техн. физики, 1939, т. 20, № 9, с. 1980–1984.
5. *Римский-Корсаков А. В.* О механизме образования звука кларнета.— Морское приборостроение. Сер. Акустика. Вып. 1. 1972, с. 146–152.
6. *Жулин В. И., Римский-Корсаков А. В., Рыжиков С. П.* О расчете гидравликоакустических излучателей.— В кн.: X Всесоюз. акуст. конф. М.: АКИН, 1983, сек. «Р», с. 60–63.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
27.1.1986