

новой области. Показано, что при отсутствии такого слоя полученное соотношение переходит в уравнение Рэлея. Для случая $t(0) = \tilde{\lambda}\mu'(0)/\mu(0)l \ll 1$ найдена формула дисперсии фазовой скорости рэлеевской волны. Результаты можно применить для определения характера изменения приграничных неоднородностей на основании экспериментальных данных о дисперсии скорости волн Рэлея в металлах.

В заключение разрешите выразить большую признательность В. И. Окулову за полезные консультации, а также И. Г. Кулееву и А. В. Кобелеву за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
2. Виктров И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 288 с.
3. Дьелесан Э., Руйе Д. Упругие волны в твердых телах. М.: Наука, 1982. 434 с.
4. Зволинский Н. В. Волны Рэлея в неоднородном упругом полупространстве частного типа.— Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1945, т. 9, № 3, с. 261—278.
5. Аленицын А. Г. Волны Рэлея в неоднородном слое, лежащем на полупространстве.— ПММ, 1973, т. 37, № 5, с. 895—899.
6. Viscaro J. A., Flax L. Application of acoustic surface waves to the study of surface properties of ion-exchanged glass.— J. Appl. Phys., 1974, v. 45, № 2, p. 765—774.
7. Minton C. Inspection of metals with ultrasonic surface waves.— Nondest. test, 1954, v. 12, № 4, p. 13—16.
8. Алехин В. П. Физика прочности и пластичности поверхностных слоев материалов. М.: Наука, 1983. 280 с.
9. Ewing W. M., Jardetsky W. S., Press F. Elastic waves in layered media. N. Y.: McGraw—Hill, 1957. 380 p.
10. Farnell G. W., Adler E. L. Elastic wave propagation in thin layers.— in: Physical Acoustics/Eds Mason W. P., Thurston R. N., v. 9. N.Y.: Acad. Press, 1972, p. 35—127.
11. Богданов С. В., Левин М. Д., Яковкин И. Б. О существовании поверхностной волны в системе слоев — полупространство.— Акуст. журн., 1969, т. 15, № 1, с. 12—16.
12. Ломакин В. А. Теория упругости неоднородных тел. М.: МГУ, 1976. 368 с.
13. Hook J. F. Contribution to a theory of separability of the vector wave equation of elasticity for inhomogeneous media.— J. Acoust. Soc. Amer., 1962, v. 34, № 7, p. 946—953.
14. Alverson R. C., Gair F. C., Hook J. F. Uncoupled equations of motion in nonhomogeneous elastic media.— Bull. Seis mol. Soc. Amer., 1963, v. 53, № 5, p. 1023—1030.

Институт физики металлов УНЦ
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
9.IX.1985

УДК 534.26

РАССЕЯНИЕ ЗВУКА УПРУГОЙ И ЖИДКОЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ ОБОЛОЧКАМИ ВРАЩЕНИЯ

Клещев А. А., Ростовцев Д. М.

Пусть упругая вытянутая сфероидальная оболочка облучается плоской гармонической звуковой волной единичной амплитуды с потенциалом Φ_0 (фиг. 1). Плотность ρ_1 материала оболочки примем равной плотности окружающей жидкой среды ρ , коэффициенты Ламе оболочки Λ_1 и μ_1 . Газ, заполняющий оболочку, характеризуется плотностью ρ_2 , скоростью звука c_3 и коэффициентом объемного сжатия Λ_2 .

Введем в рассмотрение систему вытянутых сфероидальных координат ξ, η, φ с межфокусным расстоянием $2h_0$ и систему сферических координат R, θ_1, φ .

Вектор смещения u (u_ξ, u_η, u_φ) в оболочке представим в виде комбинации функций от скалярного Φ_2 и векторного A потенциалов:

$$u = -\text{grad } \Phi_2 + \text{rot } A; \quad (1)$$

при этом $\text{div } A = 0$. Векторную функцию A выразим через потенциалы Дебая U и V [1—4]:

$$A = \text{rot rot } (RU) + ik_t \text{rot } (RV), \quad (2)$$

где R означает радиус-вектор точки наблюдения.

Сферические компоненты векторной функции A ($A_R, A_{\theta_1}, A_\varphi$) выражаются через потенциалы Дебая U и V следующим образом [2]:

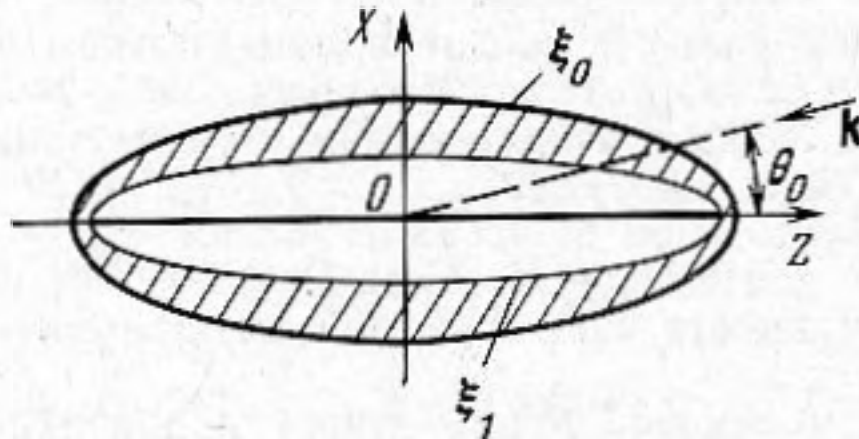
$$A_{\theta_1} = \frac{1}{h_0(\xi^2 - 1 + \eta^2)^{1/2}} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta_1} \frac{\partial \xi}{\partial R} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \xi}{\partial \theta_1} \frac{\partial \eta}{\partial R} \frac{\partial^2 B}{\partial \eta \partial \xi} + \frac{\partial \xi}{\partial R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta_1} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi \partial \eta} + \right.$$

$$+ \frac{\partial \eta}{\partial R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta_1} \frac{\partial^2 B}{\partial \eta^2} + \frac{\partial B}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial R \partial \theta_1} + \frac{\partial B}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial R \partial \theta_1} \Big) + ik_t (\sin \theta_1)^{-1} \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \quad (3)$$

$$A_R = \left(\frac{\partial \xi}{\partial R} \right)^2 \frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial \xi}{\partial R} \frac{\partial \eta}{\partial R} \frac{\partial^2 B}{\partial \eta \partial \xi} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial R} \right)^2 \frac{\partial^2 B}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial R^2} \frac{\partial B}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial R^2} \frac{\partial B}{\partial \eta} + k_t^2 B, \quad (4)$$

$$A_\varphi = \frac{1}{(\xi^2 - 1 + \eta^2)^{1/2} \sin \theta_1 h_0} \left(\frac{\partial \xi}{\partial R} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi \partial \varphi} + \frac{\partial \eta}{\partial R} \frac{\partial^2 B}{\partial \eta \partial \varphi} \right) - ik_t \left(\frac{\partial \xi}{\partial \theta_1} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial \theta_1} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right), \quad (5)$$

где $B = h_0 (\xi^2 - 1 + \eta^2)^{1/2}$, $k_t = \omega/c_2$ — волновое число для поперечной волны в оболочке, ω — круговая частота, c_2 — скорость поперечной волны в материале оболочки.



Фиг. 1. Эллипсоидальная оболочка вращения

Сфероидальные компоненты функции A (A_ξ , A_η , A_φ) будут равны [3]:

$$A_\xi = A_R \frac{h_0}{h_\xi} \frac{\xi}{(\xi^2 - 1 + \eta^2)^{1/2}} + A_{\theta_1} \frac{h_0}{h_\xi} (\xi^2 - 1 + \eta^2)^{1/2} \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi}, \quad (6)$$

$$A_\eta = A_R \frac{h_0}{h_\eta} \frac{\eta}{(\xi^2 - 1 + \eta^2)^{1/2}} + A_{\theta_1} \frac{h_0}{h_\eta} (\xi^2 - 1 + \eta^2)^{1/2} \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}, \quad (7)$$

$$A_\varphi \equiv A_\varphi. \quad (8)$$

Здесь h_η , h_ξ — масштабные множители для сфероидальных координат η и ξ .

Все потенциалы задачи: потенциал падающей волны Φ_0 , потенциал рассеянной волны Φ_1 , скалярный потенциал оболочки Φ_2 , потенциалы Дебая U и V , а также потенциал Φ_3 газа, заполняющего оболочку, раскладываются в ряды по сфероидальным функциям, а неизвестные коэффициенты разложений отыскиваются из физических граничных условий на обеих поверхностях (ξ_0 и ξ_1 Фиг. 1): непрерывность нормальной компоненты смещения: равенство нормального напряжения в упругой оболочке звуковому давлению в жидкости ξ_0 или газе ξ_1 ; отсутствие касательных напряжений на границах оболочки.

В соответствии с этим граничные условия примут вид

$$-(h_\xi)^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi} (\Phi_0 + \Phi_1) = -(h_\xi)^{-1} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} + (h_\eta h_\varphi)^{-1} \times \\ \times \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (h_\varphi A_\varphi) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (h_\eta A_\eta) \right]_{|\xi=\xi_0}, \quad (9)$$

$$-(h_\xi)^{-1} \frac{\partial \Phi_3}{\partial \xi} = -(h_\xi)^{-1} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} + (h_\eta h_\varphi)^{-1} \times \\ \times \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (h_\varphi A_\varphi) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (h_\eta A_\eta) \right]_{|\xi=\xi_1}, \quad (10)$$

$$\Lambda_0 k^2 (\Phi_0 + \Phi_1) = \Lambda_1 k_l^2 \Phi_2 + 2\mu_1 \left[(h_\xi h_\eta)^{-1} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} u_\eta + (h_\xi)^{-1} \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} \right]_{|\xi=\xi_0}, \quad (11)$$

$$\Lambda_2 k_2^2 \Phi_3 = \Lambda_1 k_l^2 \Phi_2 + 2\mu_1 \left[(h_\xi h_\eta)^{-1} \frac{\partial h_\xi}{\partial \eta} u_\eta + (h_\xi)^{-1} \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} \right]_{|\xi=\xi_1}, \quad (12)$$

$$\frac{h_\eta}{h_\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{u_\eta}{h_\eta} \right) + \frac{h_\xi}{h_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u_\xi}{h_\xi} \right)_{|\xi=\xi_0; \xi=\xi_1} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{h_\varphi}{h_\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{u_\varphi}{h_\varphi} \right) + \frac{h_\xi}{h_\varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u_\xi}{h_\xi} \right)_{|\xi=\xi_0; \xi=\xi_1} = 0. \quad (14)$$

Здесь h_φ — масштабный множитель для координаты φ , $k_l = \omega/c_1$ — волновое число для продольной волны в оболочке, имеющей скорость c_1 ; $k = \omega/c$ — волновое число в жидкости со скоростью звука в ней c ; $k_2 = \omega/c_3$ — волновое число звуковой волны в

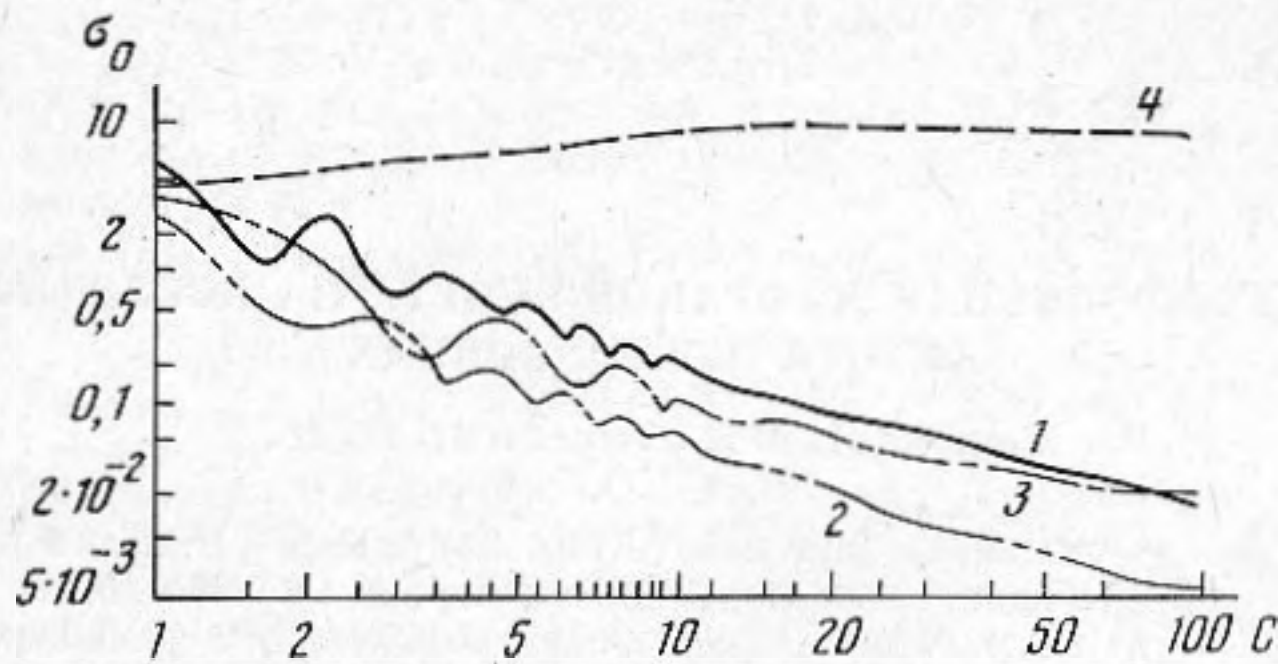
газе;

$$u_{\xi} = -(h_{\xi})^{-1} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} + (h_{\eta} h_{\varphi})^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (h_{\varphi} A_{\varphi}) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (h_{\eta} A_{\eta}) \right],$$

$$u_{\eta} = -(h_{\eta})^{-1} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta} + (h_{\xi} h_{\varphi})^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} (h_{\xi} A_{\xi}) - \frac{\partial}{\partial \xi} (h_{\varphi} A_{\varphi}) \right],$$

$$u_{\varphi} = -(h_{\varphi})^{-1} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} + (h_{\xi} h_{\eta})^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h_{\eta} A_{\eta}) - \frac{\partial}{\partial \eta} (h_{\xi} A_{\xi}) \right].$$

Для перехода от упругой оболочки к жидкой с потерями положим $\Lambda_1 = \Lambda_0(1 + i\eta_2^*)$, где Λ_0 — вещественный коэффициент объемного сжатия окружающей жидкости, η_2^* — коэффициент потерь, обусловленный второй вязкостью, $\mu_1 = 0$. Газ внутри оболочки для упрощения вычислений заменим вакуумом. В результате этого исчезают потен-



Фиг. 2. Сечения обратного рассеяния σ_0 мягкого сфероидра и жидкой оболочки с потерями при четырех углах облучения θ_0 , град: 1 — 0, 2 — 30, 3 — 60, 4 — 90

циалы Дебая U, V и скалярный потенциал в газе Φ_3 . Замена газа вакуумом позволила существенно уменьшить число уравнений при усечении бесконечной системы. Принципиальные трудности, связанные с необходимостью табулирования волновых сферoidalных функций с комплексным волновым размером, удалось преодолеть с помощью привлечения результатов работы [5].

На основе полученного решения были вычислены угловые характеристики $\psi(\theta, \varphi)$ и относительные сечения обратного рассеяния $\sigma_0(C)$ (фиг. 2) полый жидкой оболочки с потерями в диапазоне волновых размеров $C = kh_0 = 1,0 \div 10,0$ с шагом $h_{\Delta C} = 0,5$ при четырех углах падения $\theta_0 = 0, 30, 60$ и 90° ($\theta_0 = \arccos \eta$), коэффициентам потерь η_2^* придавалось два значения: 0,01 и 0,1. Для вычисления $\psi(\theta, \varphi)$ и $\sigma_0(C)$ были использованы выражения, полученные в [6]. Координата внешней границы оболочки принималась равной 1,01; координата внутренней границы — $\xi_1 = 1,005$; соотношение полуосей внутренней полости — 1 : 10; $h_0 = 0,3$ м.

$|\psi(\theta, \varphi)|$ при $C = 10,0, h_0 = 0,3$ м

Коэффициент потерь	θ_0 , град			
	0	30	60	90
$\eta_2^* = 0$	$0,682027 \cdot 10^{-2}$	$0,183660 \cdot 10^{-2}$	$0,140157 \cdot 10^{-1}$	0,149953
$\eta_2^* = 0,01$	$0,682018 \cdot 10^{-2}$	$0,813650 \cdot 10^{-2}$	$0,140153 \cdot 10^{-1}$	0,150006
$\eta_2^* = 0,1$	$0,681939 \cdot 10^{-2}$	$0,813567 \cdot 10^{-2}$	$0,140122 \cdot 10^{-1}$	0,150477

Результаты расчетов σ_0 для четырех углов облучения представлены на фиг. 2. В выбранном диапазоне волновых размеров ($C = 1,0 \div 10,0$) вычисленные значения σ_0 для обоих коэффициентов потерь (0,01 и 0,1) совпали со значениями σ_0 мягкого сфероидра. Для подтверждения этого факта приведем в таблице значения модуля угловой характеристики рассеяния $|\psi(\theta, \varphi)|$ мягкого сфероидра и жидкой полый оболочки с коэффициентами потерь $\eta_2^* = 0,01$ и $\eta_2^* = 0,1$. В диапазоне волновых размеров $C = 10 \div 100$ значения сечений рассеяния σ_0 удалось подсчитать только для вакуумной сферoidalной полости при дискретных значениях C (10 точек) с большим шагом. Поэтому характеристики $\sigma_0(C)$ при $C > 10$ получались сглаженными.

Авторы благодарят И. Б. Андрееву за ряд ценных замечаний при обсуждении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гутман Т. Л., Клещев А. А. Дифракция волн в упругой среде на упругом сфероиде. — Тр. ЛКИ, 1974, вып. 19, с. 31—37.
2. Клещев А. А. Рассеяние звука сфероидами, находящимися у границы раздела сред. — Акуст. журн., 1977, т. 23, № 3, с. 404—410.
3. Клещев А. А. Трехмерные и двумерные (осесимметричные) характеристики упругих сфероидалных рассеивателей. — Акуст. журн., 1986, т. 32, № 2, с. 268—270.
4. Фок В. А. Теория дифракции от параболоида вращения. Сб. Дифракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения. М.: Сов. радио, 1957.
5. Oguchi T. Eigenvalues of spheroidal wave functions and their branch points for complex values of propagation constants. — Radio Science, 1970, v. 5, № 8, 9, p. 1207—1214.
6. Клещев А. А., Шейба Л. С. Рассеяние звуковой волны идеальными вытянутыми сфероидом. — Акуст. журн., 1970, т. 16, № 2, с. 264—268.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступило в редакцию
25.XI.1985

УДК 534.26

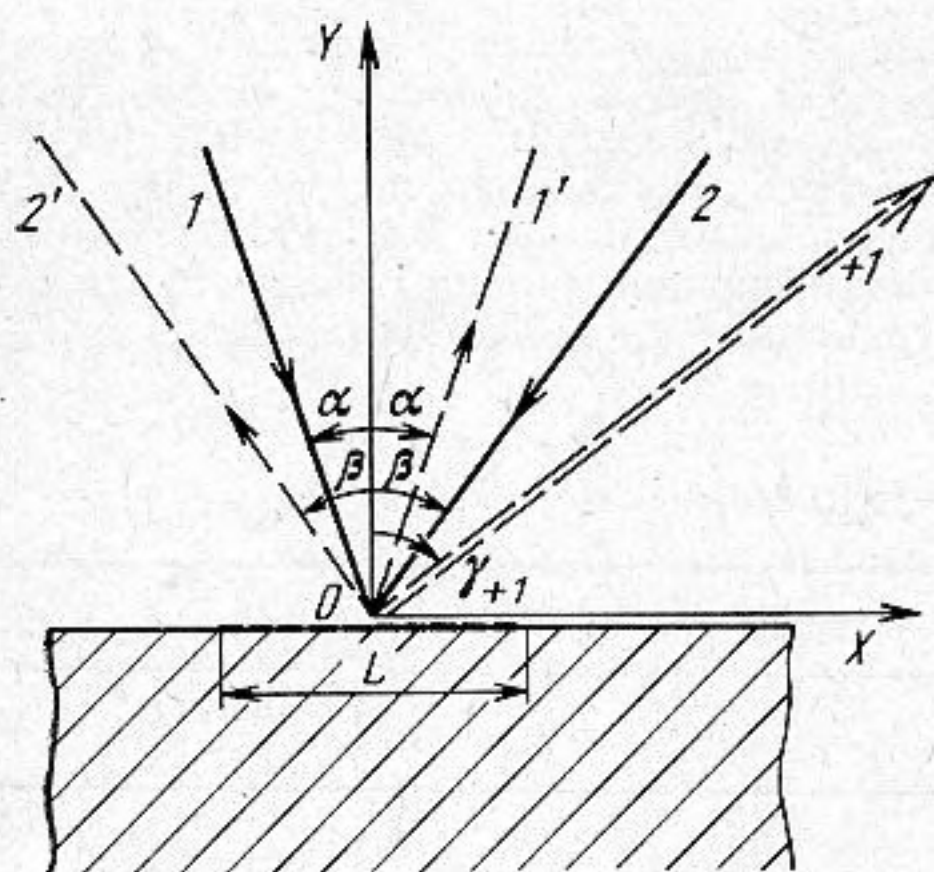
САМОИНДУЦИРОВАННАЯ ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНАХ

Козлов А. И., Плесский В. П.

В последнее время появился ряд работ (см., например, [1—4]), в которых экспериментально и теоретически исследуется лазерное возбуждение поверхностных акустических волн ПАВ Рэлея. Такой метод возбуждения рэлеевских волн обладает определенными преимуществами по сравнению с традиционными методами. Так, в работе [4] продемонстрирована возможность точного бесконтактного измерения скорости ПАВ с использованием лазерного возбуждения этих волн и лазерного зонда для их регистрации.

В работе [5] было показано, что эти две функции может выполнять луч одного лазера, т. е. можно регистрировать дифракцию на ПАВ того излучения, которое генерирует поверхностные волны. При этом использовалась импульсная или амплитудная модуляции интенсивности излучения. Покажем, что тот же эффект можно наблюдать в непрерывном режиме при сдвиге частоты одного из лучей лазера и при этом требуется лазер меньшей мощности, чем использованный в работе [5].

Пусть на поверхность звукопровода (фигура) падают два потока лазерного излучения под углами α и β по отношению к нормали к поверхности, причем частота света одного из лучей сдвинута на величину $\Omega = 2\pi f$ по отношению к частоте света другого луча. Легко показать, что в этом случае на поверхности $y=0$ звукопровода образуется интерференционная система светлых и темных полос с периодом $l = \lambda / (\sin \alpha + \sin \beta)$ (здесь λ — длина световой волны), движущаяся со скоростью $v = lf$. Поглощаясь в материале звукопровода, излучение порождает бегущую температурную волну и волну тепловых механических напряжений. При одинаковой интенсивности I_0 двух лучей переменная составляющая интенсивности засветки $I = 2I_0 \cos [k_0 \cdot (\sin \alpha + \sin \beta)x - \Omega t]$ (здесь $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число света) представляет собой волну, скорость которой $v = f\lambda / (\sin \alpha + \sin \beta)$ на определенной частоте f может равняться скорости ПАВ Рэлея v_R . В этом случае волны



1, 2 — исходные лучи лазера, 1', 2' — отраженные лучи, +1 — один из дифракционных порядков

Рэлея, возбуждаемые отдельными областями освещаемой поверхности, будут складываться в фазе, и амплитуда возбуждаемых волн Рэлея резонансно нарастает вдоль интерференционной структуры. Амплитуда вертикальной компоненты смещений u_y поверхности звукопровода определяется по формуле

$$u_y = 2A \frac{\alpha_T}{\rho c f} I_0 (1-R) \frac{L}{\Lambda}$$

Здесь α_T , ρ , c — соответственно коэффициент теплового расширения, плотность и