удельная теплоемкость материала звукопровода, $R$ – коэффициент отражения света, $L$ – длина освещаемой области, $\Lambda$ – длина волны Рэлея. (Выражение $\alpha_T I_0/\rho c f$ определяет амплитуду объемной волны, возбуждаемой в простейшей одномерной геометрии [1].) Множитель $A$ сложным образом зависит от коэффициента Пуассона $\sigma$ материала и определяется структурой волн Рэлея (для алюминия $A\simeq0{,}2$), тогда как множитель $L/\Lambda$ учитывает резонансное накопление амплитуды ПАВ при $v=v_R$.

Из формулы (1) видно, что амплитуда генерируемой волны Рэлея не зависит от частоты ($f\Lambda=v_R$) и от фокусировки излучения по оси $x$ (такая фокусировка не меняет произведение $I_0L$).

На возбуждаемой ПАВ будут дифрагировать оба исходных луча света, падающих на поверхность. При этом углы дифракции зависят только от углов падения $\alpha$ и $\beta$ исходных лучей. Например, +1-й порядок дифракции первого луча (см. фигуру) распространяется под углом $\gamma_{+1}$, определяемым соотношением $\sin\gamma_{+1}=2\sin\alpha+\sin\beta$.

Интенсивность продифрагировавшего излучения определяется по формуле $I_{+1}\simeq \simeq Ru_y^2k_0^2I_0$ – для +1-го порядка дифракции. Приведем численные оценки для алюминия. Пусть $I_0Ld=100$ мВт, $L=1$ см, ширина освещаемой области $d=0{,}1$ см, $\lambda=0{,}63$ мкм; $\alpha_T=6{,}9\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$, $\rho=2{,}7\cdot10^3$ кг/м$^3$, $C=900$ Дж/кг·К, $R=0{,}9$. По формуле (1) получаем $u_y=2\cdot10^{-14}\ I_0(1-R)L=2\cdot10^{-13}$ м. При этом $I_{+1}Ld=3\cdot10^{-13}$ Вт, что вполне доступно регистрации. Полоса частот резонансного возбуждения ПАВ $\Delta f/f$ и угол расходимости продифрагировавшего излучения обратно пропорциональны числу полос интерференционной картины: $\Delta f/f\sim\Delta\gamma\sim\Lambda/L$.

Авторы выражают благодарность С. Н. Антонову и В. И. Григорьевскому за полезное обсуждение задачи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Ash E. A., Dieulesaint E., Rakouth H.* Generation of Surface Acoustic Waves by Means of a c. w. Laser.– Electron. Lett., 1980, v. 16, № 12, p. 470–472.
2. *Крылов В. В., Павлов В. И.* Термооптическое возбуждение поверхностных акустических волн в твердом теле.– Акуст. журн., 1982, т. 28, № 6, с. 836–837.
3. *Дыхне А. М., Рысев Б. П.* О возможности возбуждения упругих поверхностных волн большой амплитуды в твердом теле при тепловом воздействии лазерного излучения.– Поверхность. Физика, химия, механика, 1983, № 6, с. 17–21.
4. *Burov J. I., Branzalov K. P., Ivanov D. V.* High Accuracy Noncontact Laser-Optical Method for Measuring Surface Acoustic Wave Velocity and Attenuation.– Appl. Phys. Lett., 1985, v. 46, № 2, p. 141–142.
5. *Cachier G.* Optical Excitation of High-Amplitude Surface Waves.– Appl. Phys. Lett., 1970, v. 17, № 10, p. 419–421.

Институт радиотехники и электроники
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
3.III.1986

---

УДК 534.26

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН, БЕГУЩИХ ВДОЛЬ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЫ В ЖИДКОСТИ

***Лапин А. Д.***

Пусть тонкая пластина лежит на жидком однородном полупространстве $z<0$ и пусть над ней находится вакуум. Предположим, что скорость изгибной волны в свободной пластине больше скорости звука в жидкости. Тогда по нагруженной однородной пластине могут бежать две поверхностные волны – незатухающая и затухающая [1]. Обозначим волновые числа этих волн соответственно через $\xi_1$ и $\xi_0+i\delta$, где $\delta\ll \ll\xi_0<\xi_1$, $\delta$ – коэффициент затухания. Представляет интерес исследовать взаимодействие незатухающей и затухающей поверхностных волн в нагруженной неоднородной пластине. Ниже выполнено соответственное исследование для пластины с переменной толщиной $H(x)$. Величину $H(x)$ зададим в виде $H=H_0+2a\cos(\beta x)$ на участке $0<x<L$ и $H=H_0$ вне этого участка, где $2a\ll H_0\ll2\pi/\xi_0$, $2\pi/\beta$ – период неоднородностей. Пусть из области $x<0$ на неоднородности падает незатухающая поверхностная волна. В ней все величины пропорциональны множителю $\exp(i\xi_1x)$. Исследуем рассеяние ее от синусоидальных неоднородностей с периодами $\Lambda_1=2\pi/(\xi_1-\xi_0)$ и $\Lambda_2=2\pi/(\xi_1+\xi_0)$. Согласно соотношению Брэгга, эти неоднородности интенсивно рассеивают падающую волну в затухающие поверхностные волны, бегущие соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси $x$. Решение задачи о рассеянии звука получим методом связанных мод [2, 3].

Обозначим поперечное смещение пластины и звуковое давление в жидкости соответственно через $w(x)$ и $p(x, z)$. Уравнение колебаний пластины при учете реакции жидкости имеет вид

$$\frac{d^2}{dx^2}\left\{D(x)\frac{d^2w}{dx^2}\right\}-\omega^2\rho_1H(x)w-p(x,0)=0, \tag{1}$$

где $D(x)=1/12E_{пл}H^3(x)$, $E_{пл}$ — модуль Юнга, $\rho_1$ — плотность материала пластины, $\rho$ — плотность жидкости, $\omega$ — частота звука. Величины $w$ и $p$ связаны также соотношением

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{z=0}=\omega^2\rho w(x), \tag{2}$$

означающим непрерывность нормальных компонент скорости на границе раздела между пластиной и жидкостью.

Волновые числа $\xi_1$ и $\xi_2\equiv\xi_0+i\delta$ являются решениями дисперсионного уравнения

$$D_0\xi^4-\omega^2\rho_1H_0-\omega^2\rho/\alpha=0, \tag{3}$$

где $D_0=1/12E_{пл}H_0^3$, $\alpha=\sqrt{\xi^2-k^2}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant0$, $\operatorname{Im}\alpha\leqslant0$, $k$ — волновое число в жидкости. Для слабо затухающей поверхностной волны ($\delta\ll\xi_0$) из уравнения (3) получим соотношение $\delta=\rho k_и^4\{4\rho_1H_0\xi_0^3(k^2-\xi_0^2)^{1/2}\}^{-1}$, где $k_и=(\omega^2\rho_1H_0/D_0)^{1/4}$ — волновое число изгибной волны в свободной пластине.

В неоднородном участке $0<x<L$ звуковое поле ищем в виде $w(x)=\exp[i(\xi_1+\mu)x]\cdot f_1(x)$, $p(x,z)=\exp[i(\xi_1+\mu)x]f_2(x,z)$, где $|\mu|\ll\xi_0$, $f_1$ и $f_2$ — периодические по $x$ функции с периодом $2\pi/\beta$. Разлагая эти функции в ряды Фурье и используя соотношение (2), получим следующие выражения для $w$ и $p$:

$$\begin{aligned}w(x)&=M_0\exp[i(\xi_1+\mu)x]+M_{-1}\exp[i(\xi_1+\mu-\beta)x]+M_{+1}\exp[i(\xi_1+\mu+\beta)x]+\ldots,\\ p(x,z)&=\rho\omega^2\{1/\alpha_0M_0\exp[i(\xi_1+\mu)x+\alpha_0z]+1/\alpha_{-1}M_{-1}\exp[i(\xi_1+\mu-\beta)x+\alpha_{-1}z]+\\&\quad+1/\alpha_{+1}M_{+1}\exp[i(\xi_1+\mu+\beta)x+\alpha_{+1}z]+\ldots\},\end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\alpha_0=\sqrt{(\xi_1+\mu)^2-k^2},\quad \operatorname{Re}\alpha_0>0,\quad \alpha_{\pm1}=\sqrt{(\xi_1+\mu\pm\beta)^2-k^2},\quad \operatorname{Re}\alpha_{+1}>0,\quad \operatorname{Im}\alpha_{-1}<0.$$

Амплитуды $M_0$, $M_{\pm1}$, ... подберем таким образом, чтобы звуковое поле удовлетворяло уравнению (1). С этой целью подставим выражения (4) в уравнение (1) и приравняем нулю коэффициенты при гармониках $\exp[i(\xi_1+\mu\pm n\beta)x]$, где $n=0, 1, 2, \ldots$. Тогда получим бесконечную систему алгебраических уравнений для амплитуд спектров. «Усечем» ее и ограничимся учетом взаимодействия двух спектров: 0, $-1$.

Пусть период неоднородностей равен или близок $\Lambda_1$. Тогда падающая волна интенсивно рассеивается в затухающую поверхностную волну, бегущую в том же направлении. «Усеченная» система линеаризованных уравнений принимает вид

$$\mu M_0+\frac{ar}{4\xi_1^3H_0T}M_{-1}=0,\qquad \frac{ar}{4\xi_0^3H_0}M_0+(\mu-\gamma-i\delta)M_{-1}=0,$$

где $|\mu|\ll(\xi_1-k)$, $T=\{1+\rho k_и^4[4\rho_1H_0\xi_1^2(\xi_1^2-k^2)^{3/2}]^{-1}\}$, $r=(3\xi_0^2\xi_1^2-k_и^4)$, $\gamma=\beta-(\xi_1-\xi_0)$, $|\gamma|\ll\xi_0$.

Из равенства определителя этой системы нулю найдем допустимые значения $\mu^+$ и $\mu^-$:

$$\mu^\pm=(\gamma+i\delta)/2\pm\sqrt{(\gamma+i\delta)^2/4+\frac{1}{T}(1/\xi_0\xi_1)^3(ar/4H_0)^2}.$$

Отношение амплитуд $M_{-1}/M_0$ получим по формуле

$$(M_{-1}/M_0)^\pm=-4\frac{\xi_1^3H_0T}{ar}\mu^\pm.$$

При учете обоих допустимых значений $\mu$ смещение в неоднородном участке пластины принимает вид

$$\begin{aligned}w(x)=M_0^+\{&\exp[i(\xi_1+\mu^+)x]+(M_{-1}/M_0)^+\exp[i(\xi_1+\mu^+-\beta)x]\}+\\+M_0^-\{&\exp[i(\xi_1+\mu^-)x]+(M_{-1}/M_0)^-\exp[i(\xi_1+\mu^--\beta)x]\}.\end{aligned} \tag{5}$$

В однородных участках пластины смещение получим по следующим формулам: при $x<0$

$$w(x)=A\exp(i\xi_1x), \tag{6}$$

при $x>L$

$$w(x)=A\{W_1\exp[i\xi_1(x-L)]\}+R_1\exp[i\xi_2(x-L)], \tag{7}$$

где $A$ — амплитуда падающей волны, $W_1$ и $R_1$ — соответственно коэффициенты прозрачности и преобразования.

«Сшивая» поля (5) и (6) при $x=0$ и поля (5) и (7) при $x=L$, найдем коэффициенты $M_0^+$, $M_0^-$, $W_1$ и $R_1$. Не приводим общие выражения для этих коэффициентов из-за их громоздкости. При резонансе ($\beta=\xi_1-\xi_0$) коэффициенты прозрачности и преобразования соответственно равны

$$\begin{aligned}W_1&=\{\cos(\zeta L)+(\delta/2\zeta)\sin(\zeta L)\}\exp(i\xi_1L-\delta L/2),\\ R_1&=-i(\xi_1/\xi_0)^{3/2}T^{1/2}(\delta_s/\zeta)\sin(\zeta L)\exp(i\xi_0L-\delta L/2),\end{aligned}$$

где

$$\delta_s = \frac{a(3\xi_0^2\xi_1^2 - k_н^4)}{4H_0(\xi_0\xi_1)^{3/2}T^{1/2}}, \quad \zeta = \sqrt{\delta_s^2 - (\delta/2)^2}.$$

Согласно этим формулам, при $\delta_s > \delta/2$ (сильное рассеяние) происходит перекачка энергии между незатухающей и затухающей поверхностными волнами по мере увеличения длины неоднородного участка. При длине $L$, равной $1/\zeta \operatorname{arc\,ctg}(-\delta/2\zeta)$, коэффициент прозрачности $W_1$ обращается в нуль и, следовательно, в однородной области $x>L$ бежит только затухающая поверхностная волна. При длине $L$, равной $n\pi/\zeta$, где $n$ – любое целое число, коэффициент преобразования $R_1$ обращается в нуль и при $x>L$ бежит только незатухающая поверхностная волна.

При $\delta_s < \delta/2$ (слабое рассеяние) в однородной области $x>L$ всегда бегут обе волны – незатухающая и затухающая.

Аналогичным способом можно исследовать рассеяние незатухающей поверхностной волны от неоднородностей с периодом, равным или близким $\Lambda_2$. От этих неоднородностей падающая волна интенсивно рассеивается в затухающую поверхностную волну, бегущую в обратном направлении. В однородных участках пластины смещение определяется по формулам:
при $x<0$ $\quad w(x) = A\{\exp(i\xi_1 x) + R_2 \exp(-i\xi_2 x)\}$,
при $x>L$ $\quad w(x) = AW_2 \exp[i\xi_1(x-L)]$,
где $W_2$ и $R_2$ – соответственно коэффициенты прозрачности и преобразования. При резонансе $(\beta = \xi_1 + \xi_0)$ эти коэффициенты соответственно равны

$$W_2 = \{\operatorname{ch}(\varkappa L) + (\delta/2\varkappa)\operatorname{sh}(\varkappa L)\}^{-1}\exp(i\xi_1 L + \delta L/2),$$
$$R_2 = -i(\xi_1/\xi_0)^{3/2}T^{1/2}\delta_s/\varkappa\{\operatorname{cth}(\varkappa L) + \delta/2\varkappa\}^{-1},$$

где $\varkappa = \sqrt{\delta_s^2 + (\delta/2)^2}$. Коэффициент $\delta_s$ характеризует эффективность взаимодействия незатухающей и затухающей поверхностных волн на неровной границе. Для слабо неоднородной незатухающей поверхностной волны он пропорционален малой величине $a(\xi_1^2 - k^2)^{1/2}$.

Приведем результаты исследований по резонансному отражению затухающей поверхностной волны от малых синусоидальных неровностей с периодом, равным $\pi/\xi_0$. Для неровного участка длиной $L$ коэффициенты прозрачности и отражения получим по формулам $W = \{\operatorname{ch}(\nu L) + (\delta/\nu)\operatorname{sh}(\nu L)\}^{-1}\exp(i\xi_0 L)$, $R = -i(\delta_0/\nu)\{\operatorname{cth}(\nu L) + \delta/\nu\}^{-1}$, где $\nu = \sqrt{\delta_0^2 + \delta^2}$, $\delta_0 = a(3\xi_0^4 - k_н^4)/(4\xi_0^3 H_0)$. Коэффициент $\delta_0$ характеризует эффективность взаимодействия затухающих поверхностных волн, бегущих вдоль неровной границы в противоположных направлениях. Он пропорционален величине $\xi_0 a$.

Оценим отношение коэффициентов $\delta_s$ и $\delta_0$. Предположим, что выполняется неравенство $\varepsilon \equiv \rho(k\rho_1 H)^{-1} \ll 1$ («легкая жидкость»). Тогда из уравнения (3) получим следующие приближенные выражения для волновых чисел: $\xi_1 \approx k\{1 + (\varepsilon^2/2)(k^4/k_н^4 - 1)^{-2}\}$, $\xi_2 \approx k_н\{1 + i(\varepsilon/4)(1 - k_н^2/k^2)^{-1/2}\}$. Подставляя их в формулы для коэффициентов $\delta_s$ и $\delta_0$, получим соотношение $\delta_s/\delta_0 \sim \varepsilon \ll 1$.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. *Kogelnik H., Shank C. V.* Coupled – Wave Theory of Distributed Feedback Lasers.– J. Appl. Phys., 1972, v. 43, № 5, p. 2327–2335.
3. *Элаши Ш.* Волны в активных и пассивных периодических структурах. Обзор.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 12, с. 22–59.



Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР



Поступило в редакцию
11.X.1985



УДК 551.463.26


# О РОЛИ ОБЪЕМНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПОДВОДНОГО ГРУНТА В РАССЕЯНИИ ЗВУКА ДНОМ ГЛУБОКОГО ОКЕАНА


*Лысанов Ю. П.*


При теоретической интерпретации наблюдаемых закономерностей по обратному рассеянию звука дном в глубоком океане обычно привлекается модель дна в виде статистически неровной, как правило, двухмасштабной границы раздела вода – грунт. Во многих случаях такая модель оказывается эффективной. Однако ее применение для районов абиссальных равнин, имеющих выровненное дно, представляется не вполне обоснованным. Для абиссальных равнин более реалистической является модель в виде поглощающего слоя осадков, содержащего случайные объемные неоднородности (пространственные флуктуации показателя преломления и плотности).

На фигуре представлены экспериментальные данные (точки, соединенные штриховыми линиями) о частотной зависимости (при разных углах скольжения) коэффи-