ми, импеданс (3) можно использовать для ограниченной оболочки, если концы оболочки по отношению к источнику, расположенному в ее центре, находятся в зоне Фраунгофера.

При $\varkappa_p R \gg 1$

$$|\Delta_1| \sim \frac{(\varkappa_p R)(k_{\text{cp}}R^2/L)^m}{mm!\,|\cos(\varkappa_p R - m\pi/2 - \pi/4)|}; \qquad |\Delta_2| \sim \frac{(k_{\text{cp}}R^2/L)^m}{m!\,|\cos(\varkappa_p R - m\pi/2 - \pi/4)|}. \quad (16)$$

Отметим, что и в случае больших $\varkappa_p R$ можно использовать импеданс (3) для ограниченной оболочки, но лишь для таких $L/R \gg 1$, когда $|\Delta_1| \ll 1$ и $|\Delta_2| \ll 1$.

В случае $m=0$ и $k_{\text{cp}} = \pm k_p$ следует пользоваться точным выражением (12) для импеданса излучения конечного цилиндра.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Музыченко В. В., Рыбак С. А.* Амплитуда резонансного рассеяния звука ограниченной цилиндрической оболочкой в жидкости.— Акуст. журн., 1986, т. 32, № 1, с. 129–131.
2. *Козырев В. А., Шендеров Е. Л.* О сопротивлении излучения цилиндра конечной высоты.— Акуст. журн., 1980, т. 26, № 3, с. 422–432.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
20.XI.1985

УДК 534.26

УГЛОВАЯ ЗАВИСИМОСТЬ АМПЛИТУДЫ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СФЕРИЧЕСКОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА ОТ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ – ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Петухов Ю. В.

Несколько необычное явление – обратное отражение ультразвукового пучка конечной ширины от плоской границы жидкость – твердое тело, имеющее место при совпадении угла падения пучка θ_0 с релеевским углом $\theta_R = \arcsin(c/c_R)$, наблюдалось впервые в [1]; c – скорость звука в жидкости, c_R – скорость релеевской волны. Количественные характеристики этого явления и их зависимости от основных физических параметров были установлены в [2], где также было высказано предположение о связи этого явления с эффективной генерацией поверхностной волны при $\theta_0 = \theta_R$. Теоретическое объяснение замеченных в [2] закономерностей дано в [3, 4], где показано, что за существование обратно отраженного поля ответственна вытекающая волна релеевского типа. В [3, 4] использовались представления о цилиндрических пучках, поэтому вытекающие волны возбуждались лишь в двух взаимно противоположных азимутальных направлениях: $\varphi=0$ «прямая» волна, $\varphi=\pi$ «обратная» волна. Однако, ранее (см. [5]), отраженное поле наблюдалось под различными азимутальными углами φ, хотя никаких количественных зависимостей от φ установлено не было.

Цель данного сообщения – получение теоретических зависимостей для амплитуды поля вытекающей волны от угла φ при отражении сферического пучка.

Аналогично [4] примем, что пучок формируется при прохождении плоской волны единичной амплитуды через отверстие в киргофовском экране, которое, в отличие от [4], имеет форму круга диаметром $2d$. Тогда для поля отраженной волны p из [4] получаем интегральное выражение следующего вида:

$$p = \frac{\bar{d}}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{J_1[\bar{d}\sqrt{\eta^2+\eta_0^2-2\eta\eta_0\cos\psi}]}{\sqrt{\eta^2+\eta_0^2-2\eta\eta_0\cos\psi}} \frac{H_1(\eta)}{H_2(\eta)} \times$$
$$\times \exp\{-i\bar{r}\eta\cos(\psi-\varphi) - \gamma_1(\bar{z}+\bar{h}) + i\omega t\}\eta\, d\eta\, d\psi, \quad (1)$$

где:

$H_1(\eta) = \gamma_1[(2\eta^2-1)^2 - 4\eta^2\gamma_2\gamma_3] - R\gamma_2$, $H_2(\eta) = H_1(\eta) + 2R\gamma_2$, $\gamma_1 = \sqrt{\eta^2-b^2}$, $\gamma_2 = \sqrt{\eta^2-a^2}$, $\gamma_3 = \sqrt{\eta^2-1}$, $a = c_t/c_l$, $b = c_t/c$, $R = \rho_0/\rho$, $\eta = k/k_t$, $\bar{d} = k_t d$, $\bar{z} = k_t z$, $\bar{h} = k_t h$, $\bar{r} = k_t r$, $\eta_0 = b\sin\theta_0$, $k_t = \omega/c_t$. Здесь c_t и c_L – скорости сдвиговых и продольных волн в упругом полупространстве, ρ_0 – плотность жидкости, ρ – плотность твердого тела, ω – циклическая частота, k – модуль волнового вектора в цилиндрической системе «координат», h – высота экрана, z и r пространственные переменные в цилиндрической системе координат. Используя метод стационарной фазы ($\bar{r}\eta\gg1$), из (1) получаем

$$p\approx\frac{\bar{d}}{\sqrt{2\pi i\bar{r}}}\int\limits_0^\infty\frac{\sqrt{\eta}\,H_1(\eta)}{H_2(\eta)}\frac{J_1\left[\bar{d}\sqrt{\eta^2+\eta_0^2-2\eta\eta_0\cos\varphi}\right]}{\sqrt{\eta^2+\eta_0^2-2\eta\eta_0\cos\varphi}}e^{-i\eta\bar{r}-\gamma_1(\bar{z}+\bar{h})+i\omega t}d\eta \qquad (2)$$

Вклад вытекающей волны p_R в отраженное поле нетрудно выделить, если воспользоваться преобразованиями интегрального выражения (2), аналогичными приведенным в [4]; так из (2) при $\bar{r}>r_0+\bar{d}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}$ имеем

$$p_R\approx-\bar{d}\sqrt{\frac{2\pi}{\bar{r}}}\frac{\sqrt{\eta_R}\,H_1(\eta_R)}{F(\eta_R)}\frac{J_1[\bar{d}\sqrt{2\eta_0\eta_R(1-\cos\varphi)-\alpha^2}]}{\sqrt{2\eta_0\eta_R(1-\cos\varphi)-\alpha^2}}\times$$
$$\times\exp\left\{-i[\bar{r}\eta_0+(\bar{z}+\bar{h})\sqrt{b^2-\eta_0^2}]-\alpha(\bar{r}-r_0)+i\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)\right\}, \qquad (3)$$

где

$$r_0=(\bar{r}+\bar{h})\eta_0/\sqrt{b^2-\eta_0^2},\quad \eta_R=\eta_1-i\alpha,\ \eta_1=\eta_0,$$

$$\alpha\approx\frac{R\gamma_2(\eta_1)}{2\eta_1\sqrt{b^2-\eta_0^2}}\left\{4(2\eta_1^2-1)+2\eta_1^2\left[\frac{\gamma_2(\eta_1)}{\gamma_3(\eta_1)}+\frac{\gamma_3(\eta_1)}{\gamma_2(\eta_1)}\right]+4\gamma_2(\eta_1)\gamma_3(\eta_1)\right\}^{-1},$$

$$F(\eta)=\eta\left\{\frac{R}{\gamma_2}+\frac{H_R(\eta)}{\gamma_1}+8\gamma_1(2\eta^2-1)-4\gamma_1\left[2\gamma_2\gamma_3+\eta^2\left(\frac{\gamma_3}{\gamma_2}+\frac{\gamma_2}{\gamma_3}\right)\right]\right\},$$

$$H_R(\eta)=(2\eta^2-1)^2-4\eta^2\gamma_2\gamma_3,\qquad H_R(\eta_1)=0.$$

Зависимость амплитуды вытекающей волны в жидкости от угла φ определяется функцией $A(\varphi)$:

$$A(\varphi)=\frac{J_1[\bar{d}\sqrt{2\eta_0\eta_R(1-\cos\varphi)-\alpha^2}]}{\sqrt{2\eta_0\eta_R(1-\cos\varphi)-\alpha^2}}. \qquad (4)$$

Проанализируем соотношение (4) для различных значений величины $\xi=[2\eta_0\eta_R(1-\cos\varphi)-\alpha^2)\bar{d}$. Так при $\xi\gg1$, что для углов φ близких к $\varphi=0$ приводит также к выполнению неравенства $\alpha\bar{d}\gg1$, следует:

$$\frac{A(\varphi=0)}{A(\varphi=\pi)}\approx\left(\frac{4\eta_0^2}{\alpha^2}\right)^{3/4},\qquad \frac{A(\varphi=\pi/2)}{A(\varphi=\pi)}\approx2^{3/4}\exp\left(-\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\alpha\bar{d}\right),$$

$$A(\varphi=0)/A(\varphi=\pi/2)\approx\left(\frac{2\eta_0^2}{\alpha^2}\right)^{3/4}\exp\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\alpha\bar{d}\right),$$

т. е., во-первых, минимум амплитуды вытекающей волны наблюдается в перпендикулярном направлении к плоскости падения пучка; во-вторых, с уменьшением $\alpha\bar{d}$ глубина этого минимума уменьшается. Однако не следует считать, что зависимость $A(\varphi)$ всегда будет плавной. Действительно, если исключить из рассмотрения область углов φ, близких к $\varphi=0$, т. е. считать $2\eta_0|\eta_R|(1-\cos\varphi)\gg\alpha^2$, то из (4) можно получить выражение

$$A(\varphi)\approx\frac{\exp\left\{i[\bar{d}\eta_0\sqrt{2(1-\cos\varphi)}]+\frac{\alpha\bar{d}}{2}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}-i\frac{3}{4}\pi\right\}}{\sqrt{2\pi\bar{d}}[2\eta_0^2(1-\cos\varphi)]^{3/4}}\times$$
$$\times\left\{1+\exp[-\alpha\bar{d}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}]\exp\left[-2i\left(\eta_0\bar{d}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}-\frac{3}{4}\pi\right)\right]\right\}, \qquad (5)$$

справедливое при любых $\alpha\bar{d}\gtrless1$. Как следует из (5), при $\alpha\bar{d}<1$ (именно такие условия характерны для экспериментальных исследований [1, 2, 5]) зависимость $A(\varphi)$ описывается осциллирующей функцией, так как осциллирует второе слагаемое в фигурных скобках. Следовательно при увеличении φ амплитуда вытекающей волны будет характеризоваться спадающей и осциллирующей зависимостью, причем относительная амплитуда этих осцилляций уменьшается. Такое поведение $A(\varphi)$ объясняется интерференцией вытекающих волн, возбуждаемых в различных участках озвученной области на поверхности упругого полупространства. Минимальные значения поля имеют место при углах $\varphi_m=\arccos\left\{1-\frac{1}{2}\left[\frac{\pi(2n+7/4)}{2\eta_0\bar{d}}\right]^2\right\}$; естественно, что количество минимумов увеличивается с ростом ширины пучка $2\eta_0\bar{d}$.

В заключение рассмотрим зависимость $A(\varphi)$ в пространственной области $r_0-\bar{d}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}<\bar{r}<r_0+\bar{d}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}$, расположенной ближе к озвученной поверхности. В этом случае из (2) для $A(\varphi)$ при $\bar{d}\eta_0\sqrt{2(1-\cos\varphi)}\gg 1$ имеем

$$A(\varphi)\approx\frac{\exp\left\{-i\left[\bar{d}\eta_0\sqrt{2(1-\cos\varphi)}-\frac{3}{4}\pi\right]\right\}}{[2\eta_0^2(1-\cos\varphi)]^{3/4}}e^{-\frac{\alpha\bar{d}}{2}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}}. \tag{6}$$

Из (6) следует, что вблизи озвученной области зависимость амплитуды вытекающей волны от угла φ характеризуется монотонно спадающей функцией при увеличении φ для любых значений $\alpha\bar{d}$.

Результаты выполненной работы, а также [3, 4], позволяют иначе взглянуть на эффекты незеркального отражения звука от ограниченных упругих цилиндров [6] и пластин [7]. Незеркальное отражение может объясняться не только возбуждением под определенными углами падения нормальных [6] или продольных и изгибных [7] волн в направлении $\varphi=0$, а затем отражением их от торцов в обратном направлении $\varphi=\pi$; но и непосредственным возбуждением переизлучающих в жидкость нормальных [6] или продольных и изгибных [7] волн в направлении $\varphi=\pi$. Естественно, что вклад обоих механизмов зависит от длины l рассеивающего тела, причем с увеличением l вклад последнего будет превалировать.

Следует также отметить, что рассмотренные здесь явления (в частности, обратное отражение) имеют общее физическое значение, так как будут наблюдаться при отражении пучка волн различной природы от границы раздела сред, вдоль которой возможно распространение вытекающих волн, например, в оптике [8, 9] и при отражении электромагнитных волн от плазменного слоя [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sasaki S.* Back reflection of ultrasonic waves obliquely incident to a solid surface in water.– Jpn. J. Appl. Phys., 1963, v. 2, № 1, p. 198.
2. Adler L., de Billy M., Quentin G. Parameters affecting backscattering ultrasonic leaky – Rayleigh waves from liquid – solid interfaces.– J. Acoust. Soc. Amer., 1982, v. 72, № 3, p. 1018–1020.
3. Norris A. N. Back reflection of ultrasonic waves from a liquid – solid interface.– J. Acoust. Soc. Amer., 1983, v. 73, № 2, p. 427–434.
4. Петухов Ю. В. К теории обратного отражения ультразвукового пучка от границы раздела жидкость – твердое тело.– Акуст. журн., 1985, т. 31, № 2, с. 230–233.
5. Diachok O. I., Mayer W. G. Conical reflection of ultrasound from a liquid – solid interface.– J. Acoust. Soc. Amer., 1970, v. 47, № 1, pt2, p. 155–157.
6. Лямшев Л. М. Рассеяние звука упругими цилиндрами.– Акуст. журн., 1959, т. 5, № 1, с. 58–63.
7. Лямшев Л. М. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1955, 73 с.
8. Агранович В. М. Добавочные поверхностные поляритоны в области резонанса с колебаниями в переходном слое.– ЖЭТФ, 1979, т. 77, вып. 3, с. 1124–1133.
9. Tanier T., Bertoni H. L. Lateral displacement of optical beams at multilayered and periodic structures.– J. Opt. Soc. Amer., 1971, v. 61, № 10, p. 1317–1413.
10. Tanier T., Oliner A. A. Spectrum of electromagnetic waves quided by a plasma layer..– Proc. IEEE, 1963, v. 51, № 2, p. 317–325.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
10.II.1986

УДК 534.23

БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В СЛОИСТОМ ОКЕАНЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

Плоткин А. М.

В слоистом океане постоянной глубины H поле звукового давления точечного монохроматического источника описывается решением краевой задачи для уравнения Гельмгольца [1]:

$$p(r,z,z_0)=\int_0^\infty I_0(\xi r)G(z,z_0,\xi)\xi\,d\xi, \tag{1}$$

где ξ – горизонтальное волновое число, I_0 – функция Бесселя, G – функция Грина