

В заключение рассмотрим зависимость  $A(\varphi)$  в пространственной области  $r_0 - \bar{d}\sqrt{2(1-\cos\varphi)} < \bar{r} < r_0 + \bar{d}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}$ , расположенной ближе к озвученной поверхности. В этом случае из (2) для  $A(\varphi)$  при  $\bar{d}\eta_0\sqrt{2(1-\cos\varphi)} \gg 1$  имеем

$$A(\varphi) \approx \frac{\exp\left\{-i\left[\bar{d}\eta_0\sqrt{2(1-\cos\varphi)} - \frac{3}{4}\pi\right]\right\}}{[2\eta_0^2(1-\cos\varphi)]^{3/4}} e^{-\frac{\alpha\bar{d}}{2}\sqrt{2(1-\cos\varphi)}} \quad (6)$$

Из (6) следует, что вблизи озвученной области зависимость амплитуды вытекающей волны от угла  $\varphi$  характеризуется монотонно спадающей функцией при увеличении  $\varphi$  для любых значений  $\alpha\bar{d}$ .

Результаты выполненной работы, а также [3, 4], позволяют иначе взглянуть на эффекты незеркального отражения звука от ограниченных упругих цилиндров [6] и пластин [7]. Незеркальное отражение может объясняться не только возбуждением под определенными углами падения нормальных [6] или продольных и изгибных [7] волн в направлении  $\varphi=0$ , а затем отражением их от торцов в обратном направлении  $\varphi=\pi$ ; но и непосредственным возбуждением переизлучающих в жидкость нормальных [6] или продольных и изгибных [7] волн в направлении  $\varphi=\pi$ . Естественно, что вклад обоих механизмов зависит от длины  $l$  рассеивающего тела, причем с увеличением  $l$  вклад последнего будет превалировать.

Следует также отметить, что рассмотренные здесь явления (в частности, обратное отражение) имеют общее физическое значение, так как будут наблюдаться при отражении пучка волны различной природы от границы раздела сред, вдоль которой возможно распространение вытекающих волн, например, в оптике [8, 9] и при отражении электромагнитных волн от плазменного слоя [10].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Sasaki S. Back reflection of ultrasonic waves obliquely incident to a solid surface in water.— Jpn. J. Appl. Phys., 1963, v. 2, № 1, p. 198.
2. Adler L., de Billy M., Quentin G. Parameters affecting backscattering ultrasonic leaky — Rayleigh waves from liquid — solid interfaces.— J. Acoust. Soc. Amer., 1982, v. 72, № 3, p. 1018—1020.
3. Norris A. Back reflection of ultrasonic waves from a liquid — solid interface.— J. Acoust. Soc. Amer., 1983, v. 73, № 2, p. 427—434.
4. Петухов Ю. В. К теории обратного отражения ультразвукового пучка от границы раздела жидкость — твердое тело.— Акуст. журн., 1985, т. 31, № 2, с. 230—233.
5. Diachok O. I., Mayer W. G. Conical reflection of ultrasound from a liquid — solid interface.— J. Acoust. Soc. Amer., 1970, v. 47, № 1, pt2, p. 155—157.
6. Лямшев Л. М. Рассеяние звука упругими цилиндрами.— Акуст. журн., 1959, т. 5, № 1, с. 58—63.
7. Лямшев Л. М. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1955, 73 с.
8. Агранович В. М. Дебавочные поверхностные поляритоны в области резонанса с колебаниями в переходном слое.— ЖЭТФ, 1979, т. 77, вып. 3, с. 1124—1133.
9. Tanier T., Bertoni H. L. Lateral displacement of optical beams at multilayered and periodic structures.— J. Opt. Soc. Amer., 1971, v. 61, № 10, p. 1317—1413.
10. Tanier T., Oliner A. A. Spectrum of electromagnetic waves guided by a plasma layer.— Proc. IEEE, 1963, v. 51, № 2, p. 317—325.

Институт прикладной физики  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
10.II.1986

УДК 534.23

#### БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В СЛОИСТОМ ОКЕАНЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

Илоткин А. М.

В слоистом океане постоянной глубины  $H$  поле звукового давления точечного монохроматического источника описывается решением краевой задачи для уравнения Гельмгольца [1]:

$$p(r, z, z_0) = \int_0^{\infty} I_0(\xi r) G(z, z_0, \xi) \xi d\xi, \quad (1)$$

где  $\xi$  — горизонтальное волновое число,  $I_0$  — функция Бесселя,  $G$  — функция Грина

поперечного уравнения

$$\left( \frac{d^2}{dz^2} + k^2(z) - \xi^2 \right) G(z, z_0, \xi) = -2\delta(z - z_0) \quad (2)$$

с граничными условиями, заданными на двух плоскостях

$$G(0, z_0, \xi) = \left( \frac{d}{dz} + D(\xi) \right) G(H-0, z_0, \xi) = 0. \quad (3)$$

Функция  $D(\xi)$  определяется свойствами дна океана.

Самым распространенным подходом к решению уравнения (1) является разложение поля по нормальным волнам. Суть метода заключается в замыкании на бесконечности контура интегрирования в (1) и вычислении полученного интеграла с помощью вычетов. Вопрос подробно разработан с аналитической точки зрения; есть ряд численных реализаций метода [2-5]. В настоящей работе описан эффективный алгоритм вычисления звукового поля методом нормальных волн.

Аппроксимация среды — слоистый океан, слоистое жидкое дно. В каждом водном слое полагается линейный закон для квадрата показателя преломления. В этом случае решение уравнения (2) в слое находим из

$$g(t) = \begin{cases} aA_i(t) + bBi(t), & t < t_+, \text{ область 1,} \\ aA_i(t), & t \geq t_+, \text{ область 2.} \end{cases}$$

Здесь  $t$  аргумент линейно независимых функций Эйри  $A_i$  и  $Bi$ , причем  $A_i(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$  определяется точностью вычисления функций Эйри [6]. В области 1 на границе слоя решение непрерывно дифференцируемо, в области 2 — непрерывно.

Решение определяется в верхнем (нижнем) слое из граничных условий (3) и продолжается с помощью рекуррентных соотношений пересчета решений из слоя в слой. При канальном распространении для ряда  $\xi$  в приповерхностных и придонных слоях решение будет определяться только затухающей функцией  $A_i$ . В этом случае начальные значения функции  $g$  вычисляются в том слое, где значение  $t$  на границе слоя будет меньше  $t_+$ . Решение нормируем так, что на этом горизонте  $\frac{dg}{dz} = 1$ .

Время вычисления функции Грина  $T_0$  пропорционально произведению числа слоев на время вычисления функций Эйри. Поэтому  $T_0$  не зависит от глубины океана и частоты звука  $f$ . В альтернативных методах [2, 3] при решении уравнения (2) применяется численное интегрирование и тогда  $T_0 \sim Hf \div Hf^{1/2}$ . Это показывает эффективность применения предлагаемого метода в глубоком океане.

Поиск нормальных волн начинается с  $\xi_0$  с шагом  $\Delta\xi = 1/2H$ .  $\xi_0$  выбираем с учетом: источник и приемник не разделены мощным антиканалом и решение в источнике и приемнике определяется не только затухающей функцией Эйри. При распространении звука в глубоком океане обычно источник и приемник расположены так, что нормальные волны низших номеров возбуждаются слабо. Этот алгоритм позволяет исключить их из рассмотрения.

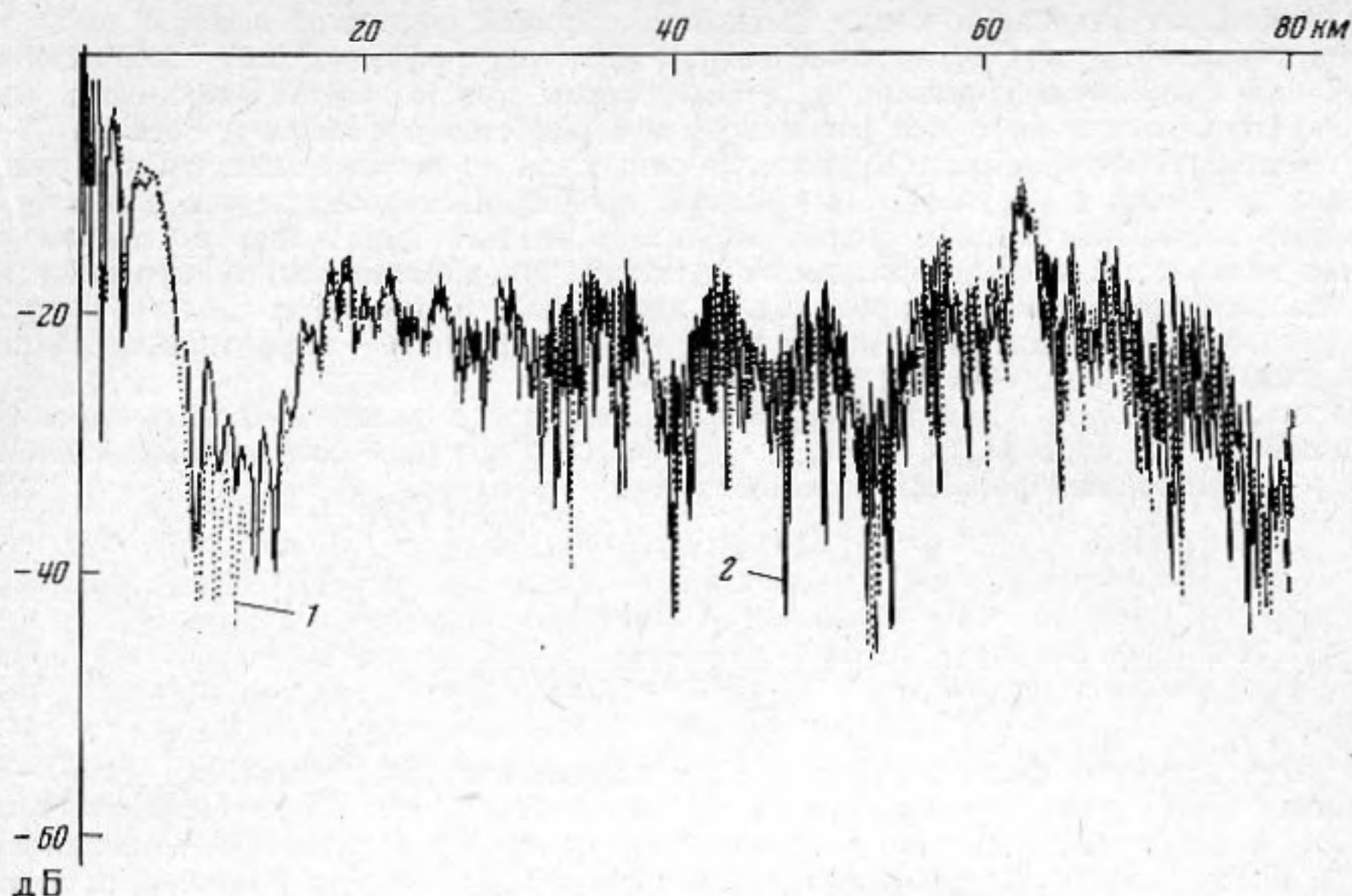
Точность локализации волновых чисел нормальных волн  $\delta_\xi$  определяем, рассматривая набег фазы волны на максимальном (в данном расчете) расстоянии  $R$ ;  $R\delta_\xi = \delta_0$ . Полагаем, что  $\delta_0 = 0,1$ , если интересно только поле в зонах конвергенции, и  $\delta_0 = 0,03$  — при вычислении поля в зоне тени. Обычно амплитуды нормальных волн слабо меняются в пределах  $\xi \pm \delta\xi$ . Был выделен круг задач, в которых это условие не выполняется. Тогда требуем  $\delta_0 = 0,006$ .

При вычислении собственных чисел поперечного уравнения (2) сначала применяем экстраполяцию по уже найденным собственным числам. Обычно это дает положение волнового числа следующей нормальной волны:  $\xi_{k+1}$  с точностью до 0,5% ( $|\xi_k - \xi_{k+1} - \Delta\xi_k| (\xi_k - \xi_{k+1}) \approx 0,005$ ,  $\Delta\xi_k$  — первый шаг экстраполяции). В ряде случаев удается повысить точность первого шага до 0,05%, а при  $f > 1$  кГц — до 0,01%. Нормальные волны низких номеров (канальные) расположены нерегулярно, поэтому для их поиска применяем метод подвижной секущей для квадрата волнового числа. Если начальная оценка недостаточно точна, то описанная процедура может не сойтись или сойдется к неверной нормальной волне. Поэтому предусмотрены программы, контролирующие изменение волнового числа от волны к волне. В случае ошибки происходит возвращение к предыдущему собственному значению и поиск новой нормальной волны с измененным шагом.

Нормальные волны высоких номеров (донные) расположены более регулярно и для поиска корня применяем метод Ньютона. Для применения метода Ньютона необходимо знать  $dg/d\xi = g'$ . Эту величину просто получить в случае донных волн, но при вычислении канальных волн для получения  $g'$  требуется проделать такой же объем вычислений, как для  $g$ .

В зависимости от  $\delta_0$  для поиска одной канальной нормальной волны требуется 3,5-4,5 итераций при  $R=100$  км, для одной донной — 3,5 итерации, при  $R=1000$  км — 5,5 и 4 итераций соответственно.

В процедуре вычисления потерь на распространение тригонометрические функции вынесены из суммирования по числу нормальных волн. С целью увеличения



Горизонтальный разрез уровня звукового поля, вычисленный по предлагаемой программе (1) и по программе [2] (2)

быстродействия алгоритма  $\sin x$  и  $\cos x$  вычисляются путем интерполяции по массиву значений  $\sin x_i$ ,  $x_i = \pi_i / (N-1)$ ,  $i=0, 1, \dots, N-1$ .

Погрешность этого алгоритма определяется  $N - \delta_{2000} = 0,7 \cdot 10^{-7}$ ,  $\delta \sim N^{-2}$ . При вычислении звукового поля на высоких частотах ( $f > 1$  кГц) аналогичным образом вычисляем и функции Эйри.

С помощью этой программы проводились расчеты звукового поля в глубоком океане в диапазоне частот 1 Гц ÷ 5 кГц. Время расчета звукового поля на горизонтальном разрезе ( $M$  точек по трассе)  $T$  определяем из  $T = A(M(N_k + N_d)/500 + 2N_k + N_d/2)$ . Здесь  $N_k$  — число канальных волн,  $N_d$  — донных. При 10 точках профиля скорости звука на БЭСМ-6 коэффициент  $A \approx 0,05$  с.

Проводилось сопоставление результатов расчета уровня поля по этой программе с общепринятой программой нормальных волн [2]. На фигуре приведены горизонтальные разрезы звукового поля, вычисленного в глубоком океане на частоте 50 Гц ( $N_k = 58$ ,  $N_d = 113$ ,  $M = 420$ ). Результаты сравнения можно считать вполне удовлетворительными. Отметим, что расчет по предложенной программе занял в 60 раз меньше счетного времени.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
2. Вагин А. В., Мальцев Н. Е. Расчеты низкочастотных звуковых полей в слоистом океане. — Вопр. Судостроения. Сер. Акустика, 1977, вып. 9, с. 61–81.
3. Bartberger C. J. Comparison of two normal mode solutions based on different branch cuts. — JASA, 1977, v. 67, № 6, p. 1643–1644.
4. Stickler D. C. Normal mode program with both the discrete and branch line contribution. — JASA, 1975, v. 57, № 4, p. 856–861.
5. Агеева И. С., Крупин В. Д. Структура звукового поля в мелком море. — Акуст. журн., 1979, т. 25, № 3, с. 340–345.
6. Плоткин А. М. Применение функций Грина для вычисления звукового поля в слоистом океане. — Акуст. журн., 1985, т. 31, с. 90–95.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
22.I.1986

УДК 534.6.08

#### ОЦЕНКА ЗАТУХАНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН ЗА СЧЕТ ПОГЛОЩЕНИЯ В ГРУНТЕ

*Риселис Е. А., Славянов С. Ю.*

Первая формула для затухания нормальных волн, вызванного поглощением в жидком грунте, была предложена Корнхаузером и Рейни [1], которые использовали в качестве модели мелкого моря модель Пекериса. Крупин [2] рассмотрел случай стратифицированного на глубине водного слоя и впервые указал на тот факт,