

6. Лебедева И. В. Экспериментальное исследование акустического течения в окрестности отверстия // Акуст. журн., 1980, Т. 26, № 4, С. 599–602.

7. Накоряков В. Е., Бурдаков А. П., Болдарев А. М., Терлеев П. Н. Тепло- и массообмен в звуковом поле. — Новосибирск: Наука, 1970, 253 с.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет

Поступило в редакцию 20.III.1986

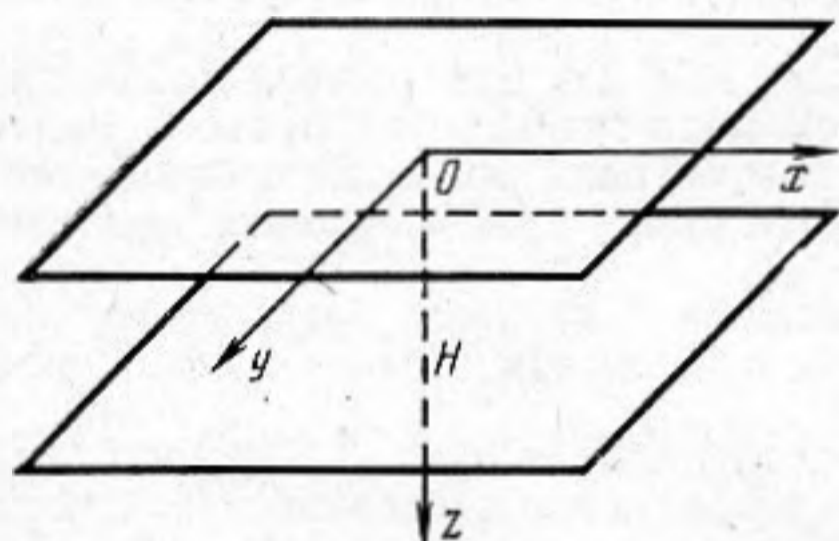
УДК 534.26

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВОЛНОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ ТВЕРДЫМИ СРЕДАМИ

Вишневский А. В., Романов В. Н.

В последнее время значительное внимание уделяется воздействию распределенных сил, в том числе турбулентных пульсаций давления, на твердые среды [1–7]. К этим средам можно отнести как слоистые среды (пластины), так и полубесконечные твердые среды, на границу которых с жидкостью действуют указанные выше силы.

Рассмотрим трансформацию этих сил полубесконечной средой и бесконечной изгибно-колеблющейся пластиной. Результаты воздействия однородных турбулентных



Фиг. 1. Система координат

пульсаций давления на границу $z=0$, разделяющую две упругие среды (жидкость и пластину, жидкость и твердое тело), можно определить, зная пространственно-временной спектр пульсаций давления и передаточную функцию, характеризующую изменение компонент спектра при переходе через указанную границу [3]:

$$|P(H, \omega)|^2 = k^2 \int_{-\infty}^{+\infty} E(\lambda_1, \lambda_2, \omega) \times \\ \times |\Phi(\lambda_1, \lambda_2, \omega, H)|^2 d\lambda_1 d\lambda_2. \quad (1)$$

Здесь $E(\lambda_1, \lambda_2, \omega)$ — пространственно-временной спектр турбулентных пульсаций давления, зависящий от безразмерных волновых чисел λ_1 и λ_2 , ω — круговая частота, $\Phi(\lambda_1, \lambda_2, \omega, H)$ — передаточная функция, являющаяся решением задачи о воздействии акустической нагрузки вида $\exp(ik\lambda_1 x + ik\lambda_2 y)$ на границу упругих сред, H — расстояние от границы до параллельной ей плоскости, на которой рассматриваются измененные средой компоненты пространственно-временного спектра (фиг. 1). Если $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 < 1$, то имеем дело со звуковыми компонентами спектра, в противном случае — с псевдозвуковыми компонентами, в которых сосредоточена почти вся энергия турбулентных пульсаций давления. Именно пространственно-волновой фильтрации этих компонент и посвящена данная работа.

Вначале рассмотрим функцию $\Phi(\lambda_1, \lambda_2, \omega, H)$ для границы жидкость — твердое тело. В последнем могут существовать как продольные, так и сдвиговые волны. В этом случае, развивая результаты работы [8] и учитывая, что для псевдозвуковых компонент $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 > 1$, можно получить соответствующее выражение для компонент тензора напряжений, в частности для компоненты, соответствующей силе, направленной перпендикулярно к границе твердого тела — σ_{zz} (в дальнейшем будем обозначать ее символом Z). Под модулем передаточной функции $\Phi(\lambda_1, \lambda_2, \omega, H)$ будем понимать отношение модуля указанной выше компоненты тензора, напряжений, рассчитанной при удалении от границы на расстояние H — $(|Z_z|_H)$, к модулю соответствующей компоненты, рассчитанной на самой границе — $(|Z_z|_{H=0})$:

$$|\Phi(\lambda_1, \lambda_2, \omega, H)| = |Z_z|_H / |Z_z|_{H=0}. \quad (2)$$

Для нахождения компоненты Z_z необходимо рассмотреть воздействие на упругое полупространство падающей из жидкости акустической волны, потенциал которой зависит в отличие от работы [8] уже не от двух, а от трех координат: $\varphi_{пад} = \exp[ik(\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3 z)]$, где $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$.

При этом в жидкости возникает отраженная волна $\varphi_{отр} = V \exp[ik(\lambda_1 x + \lambda_2 y - \lambda_3 z)]$, где V — коэффициент отражения. Полное поле в жидкости определяется как

$$\varphi = \varphi_{пад} + \varphi_{отр}. \quad (3)$$

В упругом полупространстве возникает продольная волна

$$\varphi_1 = W \exp[ik_1(\lambda_{1 пр} x + \lambda_{2 пр} y + \lambda_{3 пр} z)] \quad (4)$$

и поперечная (сдвиговая) волна

$$\psi_1 = \mathbf{p} \exp [i\kappa_1 (\lambda_1 c x + \lambda_2 c y + \lambda_3 c z)], \quad (5)$$

где φ_1 и ψ_1 — скалярный и векторный потенциалы поля скоростей для волн в упругом полупространстве соответственно, k_1 и κ_1 — волновые числа продольных и сдвиговых волн, $\lambda_{1\text{ пр}}$, $\lambda_{2\text{ пр}}$, $\lambda_{3\text{ пр}}$ и λ_{1c} , λ_{2c} , λ_{3c} — безразмерные волновые числа продольных и сдвиговых волн. Вектор \mathbf{p} по осям x , y и z имеет компоненты P_x , P_y , P_z .

Если обозначить через u_x , u_y , u_z смещения точки упругого полупространства по осям x , y , z соответственно, то компонента Z_z определяется следующим выражением [9]:

$$Z_z = \lambda_{11} \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu_1 du_z/dz, \quad (6)$$

где λ_{11} , μ_1 — коэффициенты Ламэ для материала полупространства. Касательные компоненты тензора напряжений имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{zx} = Z_x &= \mu_1 (du_x/dz + du_z/dx); \\ \sigma_{zy} = Z_y &= \mu_1 (dv_y/dz + du_z/dy). \end{aligned} \quad (7)$$

Выражая скорости частиц в каждой точке упругого полупространства через скалярный и векторный потенциалы [8, 9] $\mathbf{v} = \operatorname{grad} \varphi_1 + \operatorname{rot} \psi_1$, найдем, что компоненты скорости v по осям x , y , z имеют вид

$$\begin{aligned} v_x &= d\varphi_1/dx + d\psi_{1z}/dy - d\psi_{1y}/dz; \\ v_y &= d\varphi_1/dy + d\psi_{1x}/dz - d\psi_{1z}/dx; \\ v_z &= d\varphi_1/dz + d\psi_{1y}/dx - d\psi_{1x}/dy. \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая, что $\mathbf{u} = \mathbf{v}/-i\omega$ и подставляя соотношения (8) в выражение (6), получим

$$Z_z(-i\omega) = \lambda_{11} \Delta \varphi_1 + 2\mu_1 [d^2 \varphi_1/dz^2 + d^2 \psi_{1y}/dz dx - d^2 \psi_{1x}/dz dy], \quad (9)$$

где

$$\Delta \varphi_1 = (d^2 \varphi_1/dx^2) + (d^2 \varphi_1/dy^2) + (d^2 \varphi_1/dz^2).$$

Со стороны жидкости по нормали к полупространству действует усилие

$$Z_z^{\text{ж}}(-i\omega) = \lambda \Delta \varphi. \quad (10)$$

Тогда, приравнявая усилия (9), (10) имеем следующее граничное условие при $z=0$:

$$\lambda \Delta \varphi = \lambda_{11} \Delta \varphi_1 + 2\mu_1 \left(\frac{d^2 \varphi_1}{dz^2} + \frac{d^2 \psi_{1y}}{dz dx} - \frac{d^2 \psi_{1x}}{dz dy} \right) \Big|_{z=0}. \quad (11)$$

Поскольку в жидкости отсутствуют касательные напряжения, то выражения (7) при $z=0$ должны равняться нулю. Выполняя аналогичные подстановки, имеем

$$\begin{aligned} Z_x(-i\omega) &= \mu_1 \left(2 \frac{d^2 \varphi_1}{dx dy} + \frac{d^2 \psi_{1z}}{dz dy} - \frac{d^2 \psi_{1y}}{dz^2} + \frac{d^2 \psi_{1y}}{dx^2} - \frac{d^2 \psi_{1x}}{dx dy} \right) \Big|_{z=0} = 0, \\ Z_y(-i\omega) &= \mu_1 \left(2 \frac{d^2 \varphi_1}{dx dz} + \frac{d^2 \psi_{1x}}{dz^2} - \frac{d^2 \psi_{1z}}{dx dz} + \frac{d^2 \psi_{1y}}{dx dy} - \frac{d^2 \psi_{1x}}{dy^2} \right) \Big|_{z=0} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Условие непрерывности смещения по оси z приводит к выражению

$$d\varphi/dz = d\varphi_1/dz + d\psi_{1y}/dx - d\psi_{1x}/dy. \quad (13)$$

Итак, для нахождения решения имеем четыре граничных условия (11)–(13), которые можно использовать для определения неизвестных V , P_x , P_y и W в выражениях (3)–(5) (используя результаты работы [9], можно показать, что величина $P_z = 0$). Выполняя преобразования, аналогичные [8], найдем

$$\begin{aligned} Z_z/(i\rho_1\omega) &= \exp [ik(\lambda_1 x + \lambda_2 y)] \{ W(2\chi^2/q_c^2 - 1) \exp [ikH\sqrt{q_{\text{пр}}^2 - \chi^2}] + \\ &+ 2(P_y \lambda_1 - P_x \lambda_2) (\sqrt{q_c^2 - \chi^2}/q_c^2) \exp [ikH\sqrt{q_c^2 - \chi^2}] \}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $q_{\text{пр}} = k_1/k$, $q_c = \kappa_1/k$, $\chi^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2$, ρ_1 — плотность материала твердого полупространства. Выражения для W и $P_y \lambda_1 - P_x \lambda_2$, входящие в формулу (14), имеют вид

$$W = \Delta_W / \Delta; \quad P_y \lambda_1 - P_x \lambda_2 = \Delta_P / \Delta, \quad (15)$$

где

$$\Delta_W = 2\sqrt{1 - \chi^2} (q_c^2 - 2\chi^2), \quad \Delta_P = -4\chi^2 \sqrt{q_{\text{пр}}^2 - \chi^2} \sqrt{1 - \chi^2}, \quad (16)$$

$$\Delta = m \frac{\sqrt{1 - \chi^2}}{q_c^2} [(q_c^2 - 2\chi^2)^2 + 4\chi^2 \sqrt{q_c^2 - \chi^2} \sqrt{q_{\text{пр}}^2 - \chi^2}] + q_c^2 \sqrt{q_{\text{пр}}^2 - \chi^2}, \quad m = \rho_1/\rho \quad (\rho = \text{плотность жидкости}).$$

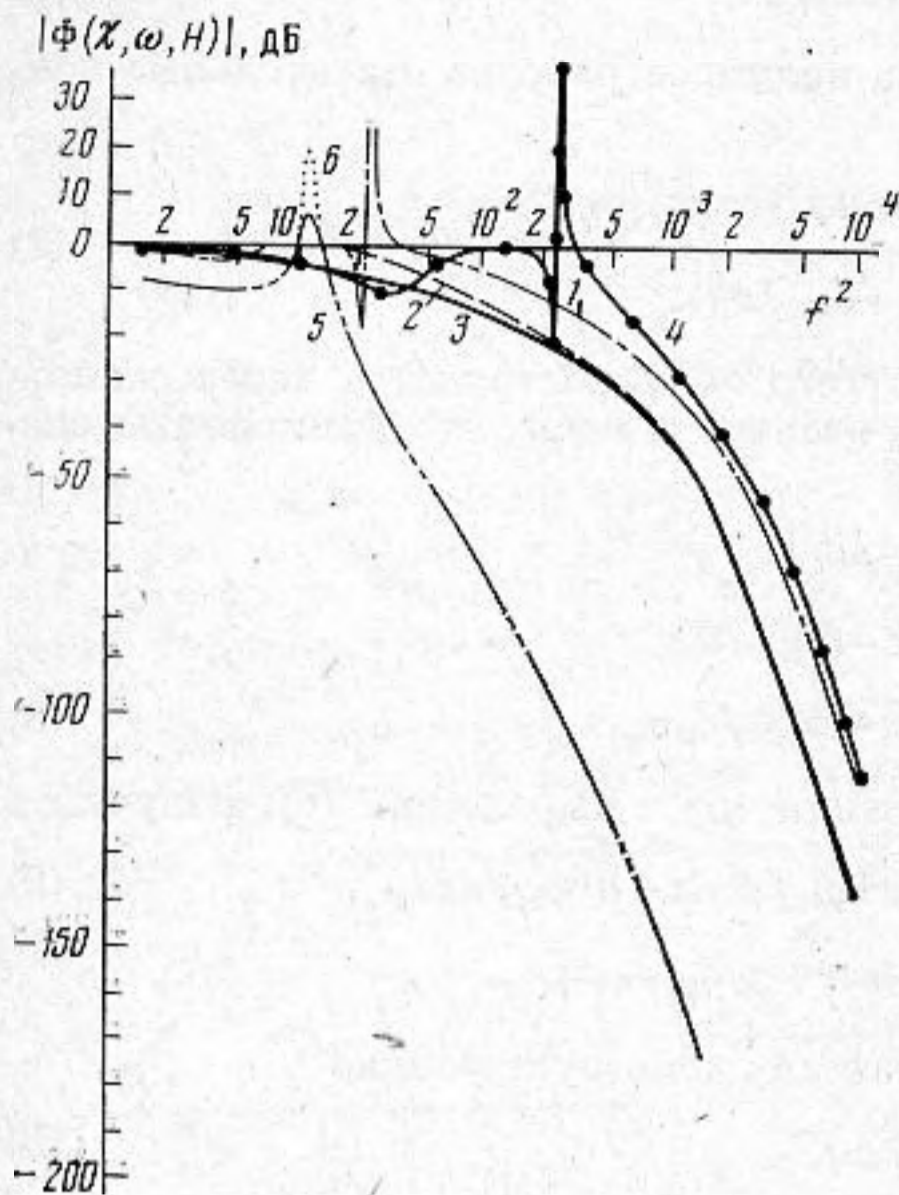
Подставляя (15) с учетом (16) в соотношение (14), получим иско-

$$|\Phi(\chi, \omega, H)| =$$

(17)

$$= \left| \frac{(q_c^2 - 2\chi^2)^2 \exp[ikH\sqrt{q_{пр}^2 - \chi^2}] + 4\chi^2\sqrt{q_{пр}^2 - \chi^2}\sqrt{q_c^2 - \chi^2} \exp[ikH\sqrt{q_c^2 - \chi^2}]}{(q_c^2 - 2\chi^2)^2 + 4\chi^2\sqrt{q_{пр}^2 - \chi^2}\sqrt{q_c^2 - \chi^2}} \right|.$$

Чтобы учесть потери энергии в материале полупространства, введем комплексное волновое число $\chi_1^2 = \chi^2(1 + i\eta)$, тогда и $q_c^2 = q_c^2(1 + i\eta)$, где η — коэффициент потерь в материале. Коэффициент потерь учитывается только по сдвиговым волнам в твердой среде, ибо только эти волны при имеющем место соотношении $\chi^2 > q_{пр}^2$ могут распространяться для определенного диапазона волновых чисел $\chi^2 < q_c^2$ без недиссипативного экспоненциального затухания по мере удаления от границы $z=0$ (для продольных волн, такое затухание имеет место).

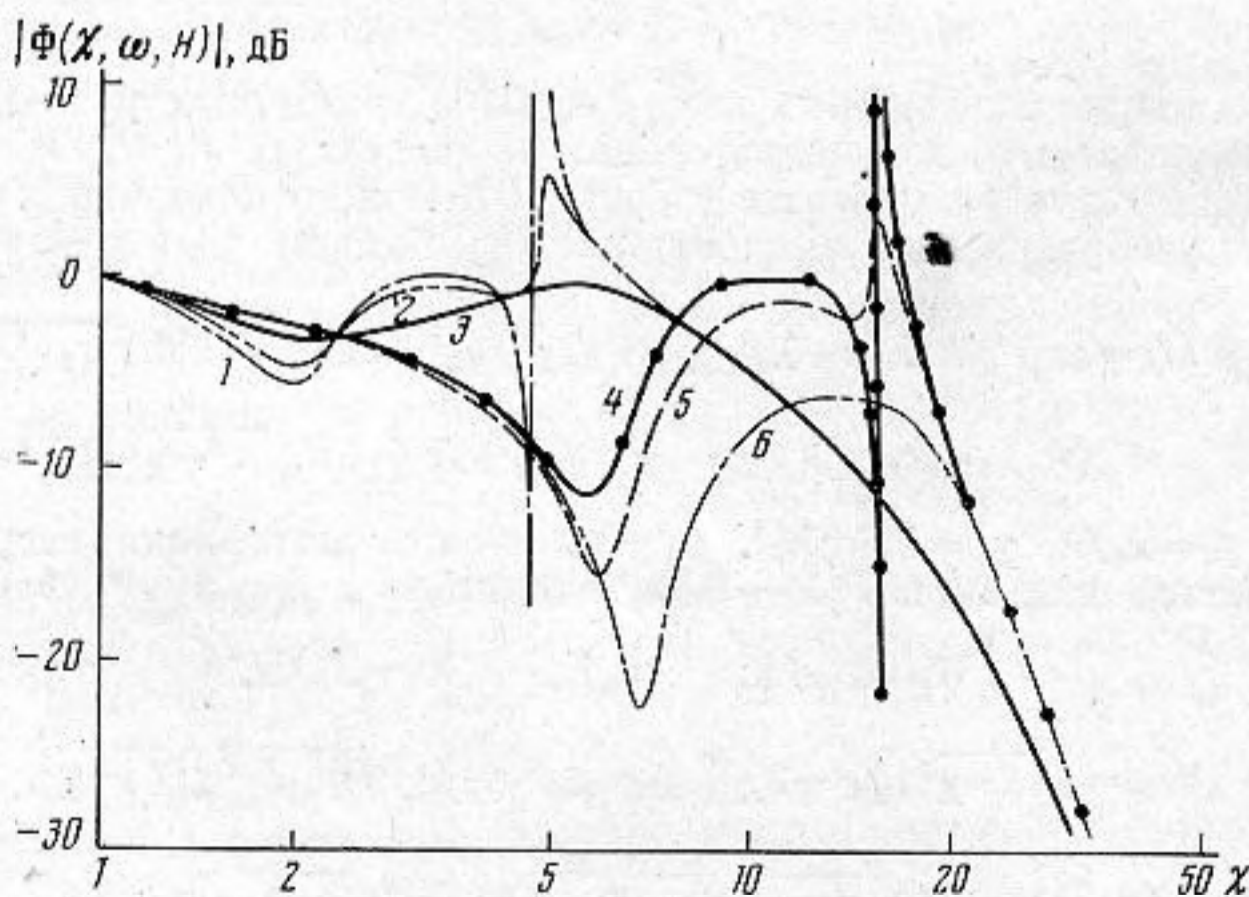


Фиг. 2. Передаточная функция для случаев жидкость — твердое тело и жидкость — пластина — жидкость. Упругая среда при $q_c^2 = 21$; 1 — учет продольных и сдвиговых волн; 2 — учет только сдвиговых волн; 3 — учет только продольных волн. Упругая среда при $q_c^2 = 225$; 4 — учет продольных и сдвиговых волн. Пластина: 5 — $\eta = 0,1$; 6 — $\eta = 0,02$

На фиг. 2 и 3 представлены результаты расчетов по выражению (17) для случаев двух твердых сред, имеющих плотности и скорости продольных волн такие же, как у жидкости, причем в 1-й среде скорость сдвиговых волн в 4,6 раза меньше скорости продольных волн в этой среде, а во 2-й среде — в 15 раз. Волновая толщина рассматриваемого слоя среды $kH = 0,16$. На фигурах максимумы функций $|\Phi(\chi, \omega, H)|$ имеют место при $\chi^2 = 23$ (для 1-й среды) и при $\chi^2 = 247$ (для 2-й среды) и определяются условиями возникновения волн Рэлея. До этих значений χ сдвиговая волна является распространяющейся в среде. При дальнейшем увеличении χ сдвиговая волна уже является экспоненциально-затухающей по нормали к поверхности упругого полупространства. Если в решении задачи не учитывать сдвиговые волны, то функция $|\Phi(\chi, \omega, H)|$, начиная с $\chi^2 > 1$, будет затухать по экспоненциальному закону.

Кривые на фиг. 2 для упругих сред рассчитаны для коэффициента потерь, равного нулю, а на фиг. 3 — для отличных от нуля. Из фигуры 3 следует, что влияние коэффициента потерь проявляется сильнее для более «мягких» сред (2-я среда), но это влияние имеет место в относительно узком диапазоне изменения χ . При малых значениях χ волновые размеры слоя толщины H недостаточны для проявления в нем диссипативных свойств ($\eta kH\sqrt{q_c^2 - \chi^2}$ — малая величина). При значениях χ , превышающих значения, соответствующие возникновению волн Рэлея, диссипативные свойства также не проявляются, ибо в упру-

узком диапазоне изменения χ . При малых значениях χ волновые размеры слоя толщины H недостаточны для проявления в нем диссипативных свойств ($\eta kH\sqrt{q_c^2 - \chi^2}$ — малая величина). При значениях χ , превышающих значения, соответствующие возникновению волн Рэлея, диссипативные свойства также не проявляются, ибо в упру-



Фиг. 3. Влияние коэффициента потерь в твердых средах на передаточную функцию при $q_c^2 = 21$: 1 — $\eta = 0$; 2 — $\eta = 0,1$; 3 — $\eta = 0,5$; при $q_c^2 = 225$: 4 — $\eta = 0$; 5 — $\eta = 0,1$; 6 — $\eta = 0,5$

гой среде уже нет распространяющихся от ее границы акустических волн; в этом случае все волны затухают по экспоненциальному закону.

Рассмотрим теперь передаточную функцию $|\Phi(\chi, \omega, H)|$ для тонкой пластины, находящейся в жидкости. В этом случае можно воспользоваться результатами работы [3]. На фиг. 2 представлены результаты расчета этой функции для параметров $b=0,37$, $\beta=7,5$, $kH=0,16$ и коэффициентов потерь 0,02 и 0,1 ($\beta=f_{гр}/f$; $f_{гр}$ — граничная частота [3]; f — линейная частота; $b\beta=\rho c/\omega t_0$, ρc — волновое сопротивление жидкости, t_0 — масса единицы поверхности пластины). Из фиг. 2 следует, что передаточная функция для пластины имеет максимальное значение при $\chi=q_1 \approx \sqrt{\beta[1+2b\sqrt{\beta}]}$, соответствующем безразмерному волновому числу изгибных волн в пластине, соприкасающейся с жидкостью двумя сторонами [3]. Для χ , превышающих q_1 , эта функция существенно уменьшается.

Из анализа результатов, представленных на фиг. 2 и 3, следует, что в твердом полупространстве происходит менее интенсивное ослабление компонент пространственно-временного спектра турбулентных пульсаций, чем в жидкости за пластиной. Причиной этого является наличие сдвиговых волн в твердом полупространстве, которые в данном примере до $\chi^2=21$ или до $\chi^2=225$ не имеют экспоненциального затухания (в отличие от продольных волн в твердом теле и в жидкости за пластиной).

Таким образом, из приведенного рассмотрения следует, что изгибно-колеблющаяся пластина наиболее эффективно отфильтровывает компоненты спектра пульсаций давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шендеров Е. Л. Излучение звука упругими пластинами при возбуждении статистически распределенными силами // Акуст. журн., 1980, Т. 26, № 6, С. 913—921.
2. Могилевский М. И. Излучение звука пластиной под действием движущихся гармонических сил // Акуст. журн., 1981, Т. 27, № 3, С. 453—454.
3. Евсеев В. Н., Иванов В. С., Романов В. Н. Об определении звукового давления, создаваемого пластиной с ребрами жесткости под воздействием случайной нагрузки // Акуст. журн., 1981, Т. 27, № 2, С. 220—227.
4. Романов В. Н. Излучение звука пластиной, возбуждаемой неоднородным полем случайных сил // Акуст. журн., 1985, Т. 31, № 2, С. 239—245.
5. MacI B. R. Sound Radiation from fluid loaded orthogonally stiffened plates // J. Sound Vibration, 1981, V. 79(3), P. 439—452.
6. Aupperle F. A., Lambert R. P. Acoustic radiation from plates excited by flow noise // J. Acoust. Soc. Amer., 1953, V. 26, № 2, P. 223—245.
7. Francis S. H., Slazak M., Berryman J. G. Response of elastic cylinders to convective flow noise. I. Homogeneous, layered cylinders // J. Acoust. Soc. Amer., 1984, V. 75, № 1, P. 166—172.
8. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Изд-во АН СССР, 1957.
9. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. — Л.: Судостроение, 1972.

Поступило в редакцию
11.III.1986

УДК 534.833

ОБ АКТИВНОЙ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Вяльшев А. И., Дубинин А. И., Тартаковский Б. Д.

Рассмотрим возможность применения метода компенсации для увеличения звукоизоляции тонкой бесконечной цилиндрической оболочки. На оси оболочки радиусом r_0 и толщиной h , заполненной средой с плотностью ρ_1 и скоростью распространения звука c_1 , в сечении $z=0$ находится точечный ненаправленный источник объемной скорости $\delta(r)$, создающий во внешней по отношению к оболочке среде с параметрами ρ_2 и c_2 звуковое поле p_0 с частотой ω (фиг. 1).

Для уменьшения мощности звука, прошедшего через оболочку, совершающую осесимметричные колебания, приложим к оболочке в сечении $z=0$ нормальную кольцевую силу $F\delta(z)$, создающую во внешней среде звуковое поле p_k .

Мощность звука вне оболочки

$$E \approx R^2 \int_0^{\pi/2-\varepsilon} |p_2(\theta)|^2 \cos \theta d\theta, \quad (1)$$

где θ — угол между нормалью к поверхности оболочки и направлением на точку наблюдения, $p_2(\theta)=p_0(\theta)+p_k(\theta)$, ε — малая величина (исключается близкий к оболочке участок поверхности сферы большого радиуса, по которой проводится интегрирование).