АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIII 1987 Вып. 2

УДК 534.833

ЭФФЕКТИВНОСТЬ НАСЫПНОГО ВИБРОПОГЛОЩАЮЩЕГО ПОКРЫТИЯ

Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д., Федина Н. Ю.

Исследовано насыпное вибропоглощающее покрытие из сухого песка и свинцовой дроби. Определены значения амплитуд колебаний, при которых насыпное покрытие обладает повышенной эффективностью.

Песок, металлическая дробь и ряд других материалов, насыпаемых на горизонтальную поверхность колеблющихся стержней и пластин или внутрь труб, существенно поглощают вибрацию [1—5]. Была обнаружена зависимость величины эффекта поглощения от амплитуды колебаний [1]. Представляет интерес определить значения амплитуды, при которых насыпное покрытие обладает повышенной вибропоглощающей способностью.

Рассмотрим изгибно-колеблющийся стержень с насыпным вибропоглощающим покрытием. Учитывая неравномерность пространственного затухания волны в стержне, обусловленную зависимостью от амплитуды колебаний, запишем нормальное смещение стержня в виде

$$u_z(x,t)=A_z(0)\exp\left[-\int_0^x \Gamma(x)\,dx\right]\exp[j(\omega t-kx)]=A_z(x)\exp[j(\omega t-kx)],$$

где x — расстояние вдоль стержня. Рассчитаем величину коэффициента затухания $\Gamma(x)$, характеризующую эффективность вибропоглощения. Будем предполагать, что в области значений амплитуды ускорения $[a_z(x)=-\omega^2 A_z(x)]<g$ и $a_z(x)>g$ (g — ускорение свободного падения) преобладают различные механизмы поглощения энергии вибрации; при $a_z(x)<g$ — трение между массой покрытия и стержнем и частиц покрытия друг с другом, при $a_z(x)>g$ — отрыв части массы покрытия от поверхности стержня (уносящей с собой некоторое количество энергии волны), последующий свободный полет и неупругое соударение этой массы со стержнем, вызывающее переход части энергии удара в тепло и соответствующее уменьшение суммарного количества движения. С целью упрощения расчета предполагается, что нанесение покрытия приводит к незначительному уменьшению амплитуды за период времени между последовательными отрывами покрытия в некоторой точке стержня. Изменение же энергии колебаний, обусловленное отрывом и падением покрытия, вызывает одновременное уменьшение амплитуды на участке между местами соседних отрывов покрытия от стержня. Указанные допущения позволяют представить непрерывное затухание волны во времени и в пространстве в виде последовательности малых скачков амплитуды, происходящих на каждом из участков в моменты отрывов покрытия от стержня и падений на него, и определить коэффициент затухания по величине этих скачков.

В расчете затухания, обусловленного трением, считается, что совокупность частиц покрытия передает давление сжатия равномерно во все стороны. При этом покрытие проскальзывает относительно стержня на величину касательного смещения его поверхности $u_x=-(h_1/2)\partial u_z/\partial x$. Поперечные сечения покрытия, отстоящие друг от друга по оси x на расстоянии размера частицы d, относительно перемещаются в вертикальном направлении на $\Delta u_z=-d\partial u_z/\partial x$.

Рассмотрим поведение покрытия в области значений амплитуды ускорения $a_z(x)>g$. Без учета влияния покрытия ($\Gamma=0$) изгибная волна в стержне имеет вид $u_z=A_z\sin(\omega t-kx)$. Отрыв массы покрытия $m_2dx=$

$=b\rho_2 h_2 dx$ (ρ_2 — объемная плотность материала покрытия) от стержня в месте с координатой x происходит в момент времени t_0, когда ускорение стержня $\ddot{u}_z=\partial^2 u_z/\partial t^2$ становится равным ускорению свободного падения, откуда следует $t_0=(\arcsin g/a_z+kx)/\omega$. Скорость массы покрытия в момент отрыва составляет $v_0=\partial u_z/\partial t_{|t=t_0}=\omega A_z\cos(\omega t_0-kx)=v_z(1-g^2/a_z^2)^{1/2}$. При соударении со стержнем скорость покрытия равна $v_{\text{пад}}=v_0$. Время полета покрытия над стержнем определяется по формуле $t_{\text{пол}}=2v_0/g=(2a_z/\omega g)(1-g^2/a_z^2)^{1/2}$. После неупругого соударения со стержнем масса покрытия продолжает совместное с ним движение в течение времени t_l до следующего отрыва, отделенного от предыдущего целым числом периодов колебания:

$$t_D=nT=\{E[(t_0-kx/\omega+t_{\text{пол}})/T]+1\}T, \tag{1}$$

где $t_l=t_D-t_{\text{пол}}$, E — обозначает целую часть. При распространении волны процесс отрыва покрытия от стержня и падения на него перемещается вдоль стержня с фазовой скоростью изгибных волн c, причем расстояние между местами соседних отрывов покрытия составляет $D=t_D c=n\lambda$, а протяженность участков, на которых покрытие колеблется совместно со стержнем, равна $l=(n-t_{\text{пол}}/T)/\lambda$, где λ — длина изгибной волны.

Определим затухание изгибной волны, обусловленное передачей части энергии волны оторвавшемуся от стержня покрытию. Рассмотрим локальный баланс энергии колебаний на участке D, характеризуя энергетическое состояние участка как целого среднеквадратичной скоростью

$$\langle v\rangle=\left[(1/D)\int\limits_{\omega t/k}^{\omega t/k-D} v_z^2\sin^2(\omega t-kx)\,dx\right]^{1/2}=v_z/\sqrt{2}.$$

Энергия колебаний равна сумме полной энергии участка стержня и кинетической энергии соколеблющегося покрытия

$$W_\Sigma=v_z^2(m_1D/2+m_2l/4).$$

При прохождении расстояния Δx волна отдает оторвавшейся массе покрытия энергию

$$W_2=(m_2/2)\int\limits_0^{\Delta x} v_0^2\,dx=(m_2v_0^2/2)\Delta x,$$

вследствие чего среднеквадратичная величина скорости колебания на участке D становится равной

$$v_z'=\left[\frac{W_\Sigma-W_2}{m_1D/2+m_2l/4}\right]^{1/2}=v_z\left[1-\frac{m_2\left(\dfrac{v_0}{v_z}\right)^2\Delta x}{m_1D+m_2l/2}\right]^{1/2}. \tag{2}$$

Считая, что на малом расстоянии Δx волна затухает равномерно $\sim\exp(-\gamma_1\Delta x)$, из выражения (1) определяем коэффициент затухания

$$\gamma_1\simeq\frac{m_2(v_0(x)/v_z(x))^2}{2(m_1D+m_2l/2)}=\frac{m_2(1-g^2/a_z^2(x))}{2m_1D+m_2l}, \tag{3}$$

причем введенная в формулу (3) зависимость скорости v_z и ускорения a_z от x обусловлена наличием затухания. Величины D и l также определяются с учетом зависимости амплитуды от расстояния.

Для расчета затухания вследствие неупругого соударения массы покрытия со стержнем используем уравнение количества движения при прохождении волной малого расстояния Δx:

$$(m_1D+m_2l/2)v_z/\sqrt{2}-m_2v_0\Delta x=(m_1D+m_2l/2)v_\Sigma/\sqrt{2}. \tag{4}$$

В тепло переходит энергия

$$(m_1D+m_2l/2)v_z^2/2+m_2\Delta x v_0^2/2-(m_1D+m_2l/2)v_\Sigma^2/2.$$

Ввиду отклонения траектории полета частиц покрытия от вертикали, обусловленного их неровностью и взаимным соударением, падение на стержень частиц, одновременно оторвавшихся от него, происходит через различное время после отрыва. Это позволяет предположить равновероятное соударение массы покрытия со стержнем при различных фазах волнового движения. Учитывая также, что соударение не происходит при движении поверхности стержня вниз с ускорением $a_z(x)>g$, интегрируя уравнение (4), получаем среднее значение скорости на участке D после соударения: $\bar{v}_z=v_z[1-(m_2\pi v_0/2{,}82v_z+1)\Delta x/2(2m_1D+m_2l)]$. Коэффициент затухания, соответствующий данному уменьшению скорости, равен

$$\gamma_2=m_2\frac{(\pi v_0(x)/2{,}82v_z(x)+1)}{2(2m_1D+m_2l)}=\frac{m_2([1-g^2/a_z^2(x)]^{1/2}\pi/2{,}82+1)}{2(2m_1D+m_2l)}. \quad (5)$$

Таким образом, затухание изгибной волны, обусловленное отрывом покрытия от стержня и падением на него, описывается коэффициентом $\gamma_I=\gamma_1+\gamma_2$. Наибольшая величина коэффициента затухания достигается в случае, когда отрыв и падение покрытия происходят на каждом периоде волнового движения, при $D=\lambda$. С учетом этого выражение (1) дает соотношение $\arcsin g/a_z(x)+(2a_z(x)/g)\times[1-g^2/a_z^2(x)]^{1/2}=2\pi$, определяющее величину оптимальной амплитуды ускорения стержня $a_z(x)\simeq\pi g$. Коэффициент затухания при оптимальной амплитуде составляет $\gamma_1\simeq m_2/m_1\lambda$.

Найдем далее затухание, обусловленное трением. Средняя на участке D работа силы трения составляет

$$\bar{A}_{\text{тр}}=\int_\tau[k_{\text{т}}'F'v_x+k_{\text{т}}''\bar{F}''(h_2/d)\Delta v_z]dt, \quad (6)$$

где τ — интервал времени, на котором происходит трение, $F'=m_2[-g+a_z\sin(\omega t-kx)]$ — сила нормального прижатия массы покрытия к стержню, $k_{\text{т}}'$ — коэффициент трения материала покрытия о стержень,

$$\bar{F}''=(\rho_2/h_2)\int_{h_1/2}^{h_1/2+h_2}(h_2+h_1/2-z)\,dz[-g+a_z\sin(\omega t-kx)=$$

$$=(m_2/2)[-g+a_z\sin(\omega t-kx)$$

— средняя сила прижатия частиц в поперечных сечениях покрытия, $k_{\text{т}}''$ — коэффициент взаимного трения частиц, $v_x=\partial u_x/\partial t=-(h_1/2)kv_z\sin(\omega t-kx)$ — скорость касательного проскальзывания стержня относительно покрытия, $\Delta v_z=-kdv_z\sin(\omega t-kx)$ — скорость взаимного проскальзывания частиц покрытия в поперечном направлении, h_2/d — отношение площади соприкосновения частиц в поперечных сечениях покрытия к площади соприкосновения частиц покрытия со стержнем. С учетом отклонения траектории полета частиц покрытия от вертикали вследствие их неровности и соударения продолжительность фазы трения τ может считаться равномерно распределенной на интервале времени t_l. При этом интегрирование выражения (6) дает

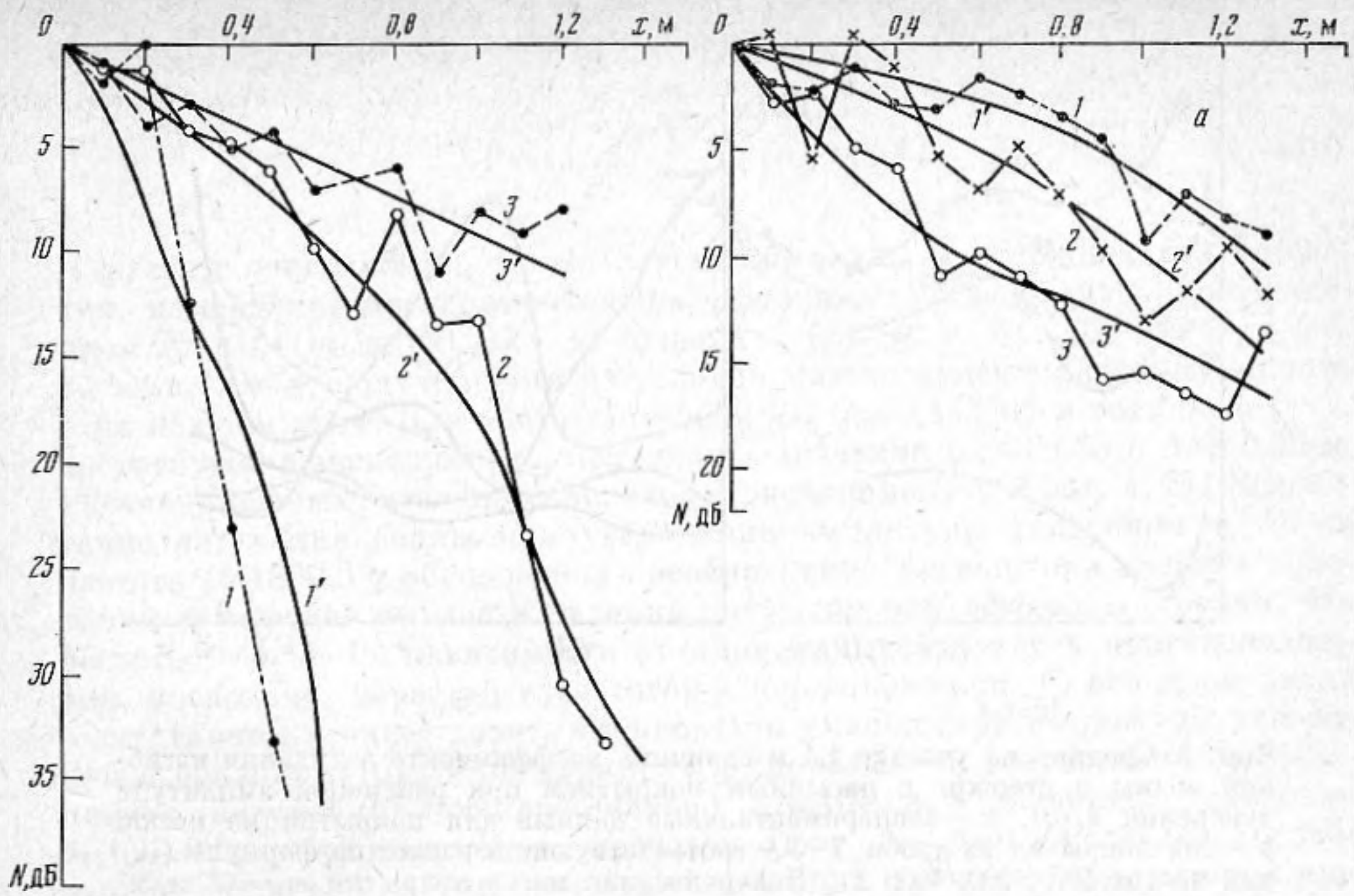
$$\bar{A}_{\text{тр}}=(m_2a_z^2/2\omega^2)k[g/a_z+\pi/4](k_{\text{т}}'h_1+k_{\text{т}}''h_2).$$

Среднеквадратичная скорость колебания на участке после прохождения волной расстояния Δx составляет

$$v_z'=\left[\frac{W_\Sigma-\bar{A}_{\text{тр}}\Delta x}{m_1D/2+m_2l/4}\right]^{1/2}=v_z\left[1-\frac{(k_{\text{т}}'h_1+k_{\text{т}}''h_2)m_2k(g/a_z+\pi/4)\Delta x}{2(m_1D+m_2l/2)}\right].$$

Соответствующий коэффициент затухания равен

$$\gamma_{\text{тр}}^{\text{I}}=\frac{(k_{\text{т}}'h_1+k_{\text{т}}''h_2)m_2k(g/a_z(x)+\pi/4)}{2(m_1D+m_2l/2)}. \quad (7)$$



Фиг. 1. Зависимость спада уровня амплитуды изгибной волны $N=20\lg A_z(x)$ вдоль стержня с покрытием из дроби от амплитуды нормального ускорения стержня $a_z(0)$ в точке $x=0$: *а* — на частоте $f=1500$ Гц. *1—3* — эксперимент при $a_z(0)=0{,}3$; 1; 3*g*. *1'—3'* — соответствующий расчет по формуле (9); *б* — на частоте $f=4000$ Гц. *1*, *2* — эксперимент при $a_z(0)=2{,}20g$, *1'*, *2'* — расчет, *3*, *3'* — эксперимент и расчет для стержня с жестким полимерным покрытием той же массы, волна затухает равномерно (Г=const)

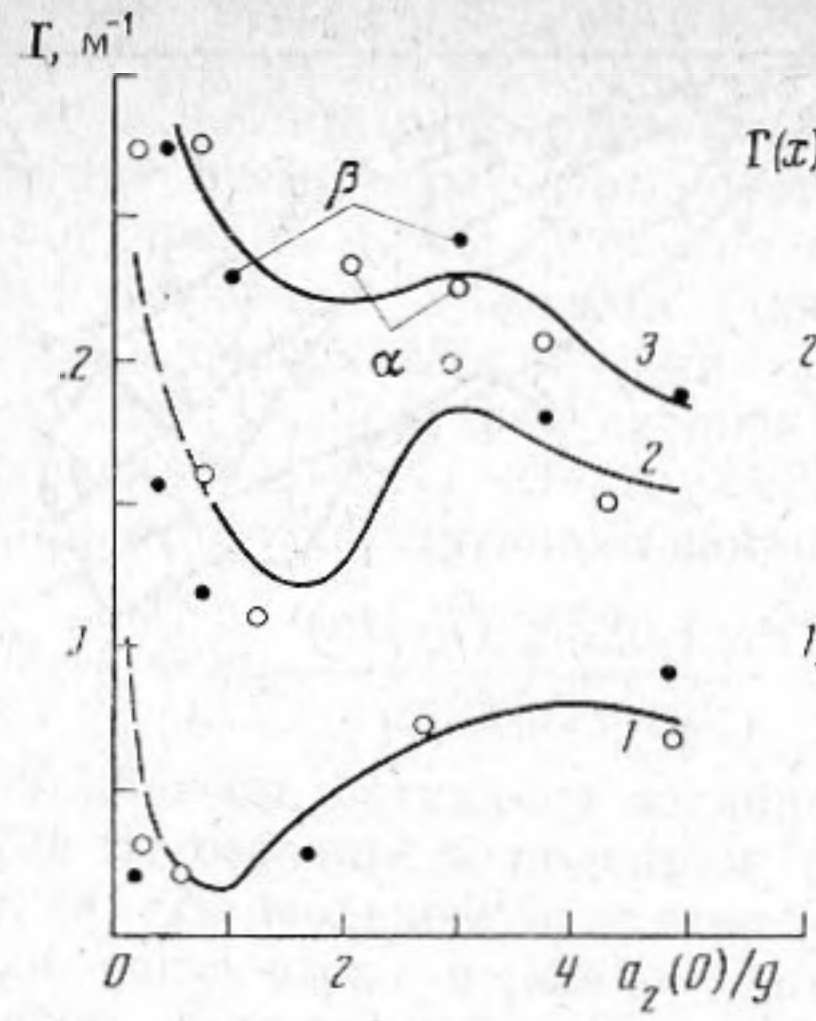
При $a_z(x)=\pi g$, когда коэффициент $\gamma_{\rm I}$ максимален, затухание вследствие трения дает $\gamma_{\rm тр}^{\rm I}\simeq 3{,}5\,(m_2/m_1\lambda^2)\,(k_{\rm T}'h_1+k_{\rm T}''h_2)$.

В области значений амплитуды ускорения $a_z(x)<g$ трение происходит при всех фазах волнового процесса. В этом случае ($D=\lambda$, $\tau=T$) коэффициент затухания равен

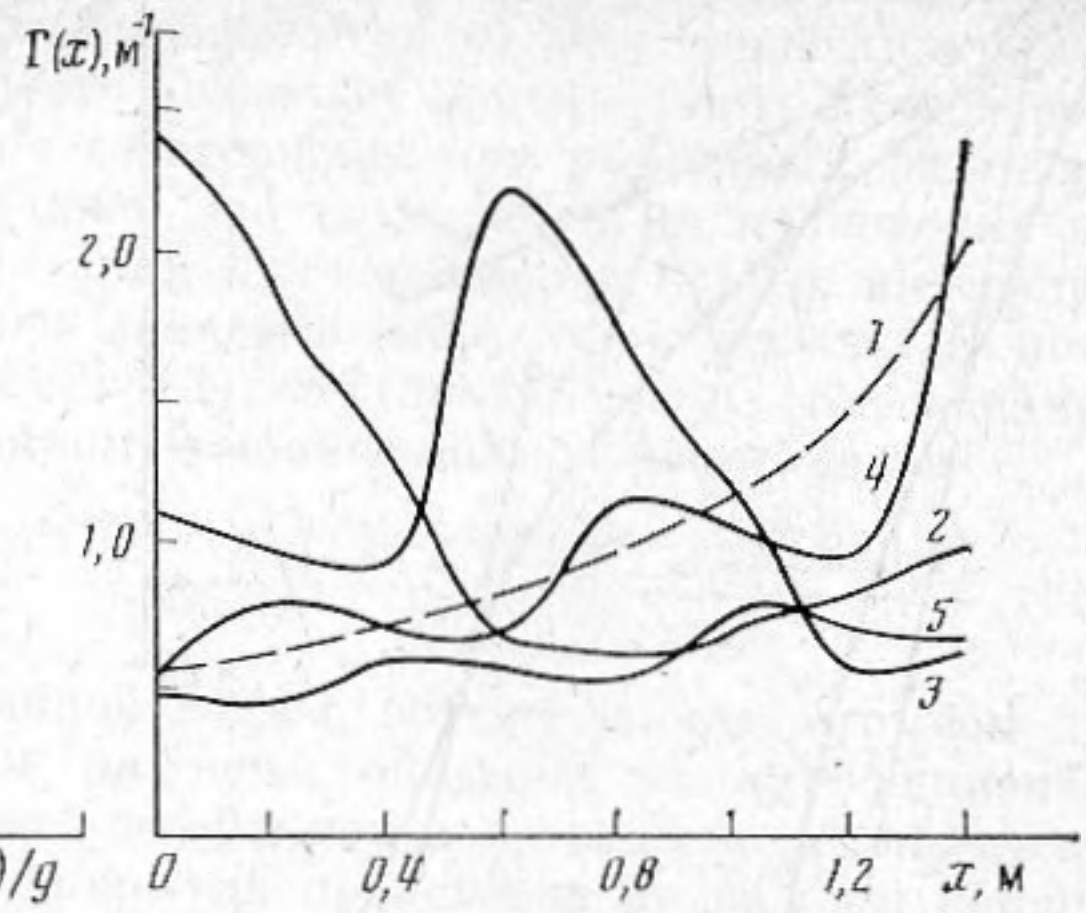
$$\gamma_{\rm тр}^{\rm II}=\frac{2\,(k_{\rm T}'h_1+k_{\rm T}''h_2)\,m_2k^2}{\pi\,(m_1+m_2/2)}\,\frac{g}{a_z(x)}. \qquad (8)$$

Таким образом, затухание изгибной волны в точке стержня, характеризуемой амплитудой нормального ускорения $a_z(x)$, определяется коэффициентом $\Gamma_{\rm I}=\gamma_{\rm I}+\gamma_{\rm тр}^{\rm I}$ при $a_z(x)>g$ и $\Gamma_{\rm II}=\gamma_{\rm тр}^{\rm II}$ при $a_z(x)<g$.

Величина $\gamma_{\rm тр}^{\rm I}$ и $\gamma_{\rm тр}^{\rm II}$ возрастает с уменьшением амплитуды $a_z(x)$ вследствие возрастания относительного вклада работы силы трения к полной энергии колебаний пропорционально $\sim 1/a_z(x)$. Затухание, однако, не увеличивается беспредельно, поскольку при малых амплитудах преобладает сила трения покоя и смещение частиц покрытия уменьшается. Вклад трения растет с увеличением частоты пропорционально $1/\lambda^2$, тогда как затухание, обусловленное отрывом и падением покрытия, пропорционально $1/\lambda$. Сравнение величин $\gamma_{\rm тр}^{\rm I}$ и $\gamma_{\rm I}$ при $a_z(x)=\pi g$ дает частоту, ниже которой преобладает поглощение энергии вибрации вследствие отрыва и падения покрытия: $f\leqslant 0{,}523\sqrt{B_1/m_1}/(k_{\rm T}'h_1+k_{\rm T}''h_2)^2$, где $B_1=bE_1h_1^3/12$ — изгибная жесткость стержня. Сравнение $\gamma_{\rm I}$ при $a_z(x)=\pi g$ с величиной $\gamma_{\rm тр}^{\rm II}$ позволяет также определить частоту, ниже которой максимальное поглощение вследствие отрыва и падения покрытия больше эффекта трения при малых амплитудах $a_z(x)<g$: $f\leqslant 10^{-2}\sqrt{B_1/m_1}\,a_z^2(x)/(k_{\rm T}'h_1+k_{\rm T}''h_2)^2g^2$. Для стального стержня ($E_1=2{,}2\cdot 10^{11}$ Н/м^2) толщиной $h_1=10^{-2}$ м с покрытием из песка или дроби ($k_{\rm T}'=k_{\rm T}''=0{,}2$) толщиной $h_2=3\cdot 10^{-2}$ м получаются частоты $f\leqslant 125$ кГц и $f\leqslant 2{,}4\cdot 10^3 a_z^2(x)/g^2$ Гц. Таким образом, в области низких и средних частот преобладает поглощение энергии вибрации за счет отрыва и падения покрытия.



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Средняя на участке 1,4 м величина коэффициента затухания изгибной волны в стержне с насыпным покрытием при различной амплитуде ускорения $a_z(0)$, α – экспериментальные данные для покрытия из песка, β – для покрытия из дроби. *1–3* – соответствующий расчет по формуле (10) для частот 500, 1000, 4000 Гц. Поверхностная масса покрытия $m_2=45$ кг/м²

Фиг. 3. Изменение величины коэффициента затухания изгибной волны вдоль стержня с насыпным покрытием на частоте $f=1500$ Гц, *1–5* – расчет при амплитуде ускорения $a_z(0)=1$, 3, 5, 10 и 15 g

Поскольку при выводе расчетных соотношений (3), (5), (7), (8) был принят ряд упрощающих допущений, представляло интерес сопоставить результаты расчетов с экспериментом. Экспериментально исследовалось покрытие из свинцовой дроби диаметром $d=6\cdot10^{-3}$ м и мелкого сухого песка, насыпаемых на поверхность плоских стальных стержней толщиной $h_1=10^{-2}$ м, шириной $b=8\cdot10^{-2}$ м и длиной $L=1{,}8$ м. Покрытие удерживалось при помощи боковых тонких жестяных бортиков. Толщина слоя песка составляла $h_2=1{,}5\cdot10^{-2}$ и $3\cdot10^{-2}$ м, дроби – $6\cdot10^{-2}$ м. Поверхностная масса стержня составляла $m_1=78$ кг/м², песка – $m_2=22{,}5$ и 45 кг/м², дроби – 45 кг/м². Изгибные колебания стержней вызывались вибровозбудителем, устанавливаемым у края на продольной оси. На ряде частот в диапазоне $f=500\div5000$ Гц измерялось пространственное затухание изгибной волны с различной амплитудой $a_z(0)$ нормального ускорения стержней в начале мерного участка. Диапазон изменения величины $a_z(0)$ составлял $0{,}1\div20$ g. Пример спада уровня амплитуды вдоль стержня с покрытием из дроби приведен на фиг. 1. Скорость неравномерного спада оценивалась также по средней величине коэффициента затухания $\bar{\Gamma}=(1/x)\int\limits_0^x\Gamma(x)\,dx$, дающей при равномерном спаде $\sim\exp(-\bar{\Gamma}x)$ ту же амплитуду в конце мерного участка. Измеренная величина $\bar{\Gamma}$ показана на фиг. 2.

Соответствующий численный расчет проводился на ЭВМ. По заданной величине ускорения $a_z(x)$ при $x=0$ в предположении незначительного изменения коэффициента затухания Γ на малой дистанции Δx определялись последующие значения амплитуды:

$$a_z(n\Delta x)=a_z(0)\exp\left\{-\sum_{n=1}^{m}\Gamma[(n-1)\Delta x]\Delta x\right\}. \qquad (9)$$

При этом величина $\Gamma[(n-1)\Delta x]$ на n-м шаге рассчитывалась по величине ускорения $a_z[(n-1)\Delta x]$ на основании формул (3), (5), (7), (8). Здесь $S=m\Delta x$ – дистанция пробега волны, $n=1, 2, 3, \ldots$ Средний коэф-

фициент затухания определялся по формуле

$$\bar{\Gamma}=(1/m)\sum_{n=1}^{m}\Gamma[(n-1)\Delta x]. \qquad (10)$$

В расчете учитывалось также затухание волны в стержнях без покрытия, измеренное экспериментально. Величина Δx задавалась соотношением $\Delta x<0{,}1(m_1/m_2+0{,}5)\lambda$ — в области $a_z(x)>g$ и $\Delta x<0{,}1/\Gamma(x)$ — в области $a_z(x)<g$, полученными из условия малого изменения коэффициента Γ на каждом шаге. Для частоты $f=5000$ Гц ($\lambda=0{,}142$ м) и величины $\bar{\Gamma}\simeq 2$, достигнутой в эксперименте, получились значения $\Delta x<0{,}035$ и $\Delta x<0{,}05$ м. Расчет удовлетворительно совпадает с экспериментом (фиг. 1, 2). Возрастание затухания волны при увеличении амплитуды ускорения $a_z(0)$ на частоте $f=1500$ Гц обусловлено преобладанием поглощения энергии колебаний вследствие отрыва и падения покрытия над эффектом трения. На частоте $f=4000$ Гц зависимость от амплитуды становится противоположной, поскольку, нарастая с частотой пропорционально f^2, основной вклад в затухание начинает давать трение. При уменьшении амплитуды ускорения в области $a_z(0)<g$ эксперимент не показывает возрастания коэффициента затухания пропорционально $g/a_z(0)$ для значений ускорения $a_z(0)<0{,}5g$, прогнозируемого расчетом (фиг. 2). Это обусловлено ослаблением смещения частиц покрытия из-за силы трения покоя, которая при малых амплитудах противодействует инерции движения частиц.

Зависимость коэффициента затухания от амплитуды колебаний стержня иллюстрируется также расчетными графиками фиг. 3. Увеличение $\Gamma(x)$ (кривые *2—4*) обусловлено колебанием стержня с ускорением $a_z(x)\simeq\pi g$ при прохождении волной точки с координатами $x=0$; 0,5 и 1,4 м. Плавный рост $\Gamma(x)$ (кривая *1*) связан с увеличением вклада трения по мере затухания волны. Периодическое изменение величины $\Gamma(x)$ при больших ускорениях (кривая *5*) обусловлено непрерывным изменением фазы колебания стержня в момент соударения с покрытием вследствие уменьшения времени свободного полета покрытия при затухании волны.

Таким образом, эффективность насыпного вибропоглощающего покрытия существенно зависит от амплитуды и частоты колебания. В области значений амплитуды ускорения $a_z(x)>g$ на низких и средних частотах основной вклад дает поглощение энергии вибрации за счет отрыва и падения покрытия. Максимальный коэффициент затухания составляет $\Gamma_{max}=(m_2/m_1)\lambda+3{,}5(m_2/m_1\lambda^2)(k_T'h_1+k_T''h_2)$ при $a_z(x)=\pi g$. На частотах выше $f=10^{-2}\sqrt{B_1/m_1}/(k_T'h_1+k_T''h_2)^2$ наибольшее затухание достигается в области значений амплитуды $a_z(x)<g$. При этом преобладает поглощение, обусловленное трением.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kuhl W., Kaiser H.* Absorption of structure-borne sound in building materials without and with sand filled cavities. // Akustika. 1952. № 2. P. 179–188.
2. Справочник по судовой акустике. Л.: Судостроение. 1978. С. 432–433.
3. *Никифоров А. С.* Вибропоглощение на судах. Л.: Судостроение. 1979. С. 95–98.
4. *Клюкин И. И., Попков В. И., Курбатов А. И.* Экспериментальное исследование характеристик вибропоглощения некоторых сыпучих материалов // Судостроение. 1979. № 5. С. 13–14.
5. *Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д., Федина Н. Ю.* О вибропоглощающих свойствах песка в трубах // Докл. III Всесоюз. конф. по борьбе с шумом и вибрацией. Челябинск: 1980. Сек. «Борьба с вибрацией». С. 145–148.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16.I.1986