

УДК 534.2.532

НАБЛЮДЕНИЕ ВОЛНОВОДНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ

Зобнин А. Б., Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.

Экспериментально и теоретически исследуется переход к режиму волноводного распространения звука в турбулентном пограничном слое на пластине. Результаты теории для пограничного слоя со степенным профилем скорости сопоставляются с измерениями акустического поля поршневого излучателя в аэродинамической трубе.

Рефракция звука на среднем течении может существенно влиять на распределение интенсивности излучения акустического источника, работающего в турбулентном пограничном слое. Даже в том случае, когда отношение толщины пограничного слоя к длине волны звука невелико, возможна значительная концентрация акустической энергии в направлении вниз по потоку от источника, связанная с образованием вблизи поверхности рефракционного акустического волновода. Волноводное распространение звука в пограничном слое с экспоненциальным профилем скорости исследовалось в [1]. Низкочастотное приближение для волн рефракционного волновода при произвольном профиле скорости среднего течения строилось в [2] в связи с отысканием поля излучения распределенных гидродинамических источников звука.

В данной работе экспериментально и теоретически исследуется волноводное распространение акустических волн в турбулентном пограничном слое на пластине при малых числах Маха: $M = U_0/c \ll 1$ (U_0 — скорость свободного течения, c — скорость звука в покоящейся среде). Возрастание на поверхности давления от акустического источника в турбулентном пограничном слое по сравнению с давлением в неподвижной среде наблюдалось в [3]. Однако для идентификации режима волноводного распространения звука следует провести прямые измерения профиля акустического давления вблизи стенки. Целенаправленный эксперимент необходим для выяснения возможности перехода к волноводному распространению в условиях затухания акустического сигнала из-за рассеяния на турбулентных пульсациях скорости, а также для обоснования использования в расчетах квазиламинарной модели течения. Для турбулентного пограничного слоя характерны степенные профили скорости среднего течения [4]:

$$U(x_3/\delta) = U_0(x_3/\delta)^\alpha, \quad (1)$$

где x_3 — координата по нормали к стенке, δ — толщина пограничного слоя, $\alpha = \text{const} \leq 1/5$. Профиль (1) имеет большую наполненность у стенки по сравнению с экспоненциальным профилем скорости, для которого построена теория рефракционного волновода в [1]. Поэтому в первой части работы дается анализ процесса возбуждения рефракционного волновода, возникающего при произвольном профиле скорости.

Рассмотрим идеальное плоскопараллельное течение с профилем скорости типа (1) над плоской поверхностью $x_3 = 0$. Оси x_1 и x_2 направим соответственно вдоль и поперек течения. Будем искать акустическое поле в этом течении при заданном распределении нормальной скорости на стенке $v = v_0(x_1, x_2) \exp(-i\omega t)$, где $v_0 \neq 0$ в ограниченной области на плоскости (x_1, x_2) . Воспользуемся известным в акустике сдвиговых течений (см., например, [5]) уравнением для возмущений давления p . Полагая $p = p_0(x_1, x_2, x_3) \exp(-i\omega t)$ и переходя к спектральному представлению по x_1, x_2 ,

получим

$$(\omega - k_1 U) \left\{ \frac{d^2 \hat{p}_0}{dx_3^2} + \left[\frac{1}{c^2} (\omega - k_1 U)^2 - k_1^2 - k_2^2 \right] \hat{p}_0 \right\} + 2k_1 \frac{dU}{dx_3} \frac{d\hat{p}_0}{dx_3} = 0, \quad (2)$$

где

$$\hat{p}_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int dx_1 dx_2 p_0 \exp(-ik_1 x_1 - ik_2 x_2) - \text{Фурье-образ } p_0. \text{ Граничное условие на}$$

стенке $x_3=0$ принимает вид $d\hat{p}_0/dx_3 = i\omega \rho \hat{v}_0$ (ρ — плотность среды, \hat{v}_0 — Фурье-образ v_0). Кроме того, уравнение (2) следует дополнить условием излучения «на бесконечности».

Для решения поставленной задачи удобно ввести цилиндрические координаты на плоскости волновых чисел $k_1 = k \cos \varphi$, $k_2 = k \sin \varphi$ и волновое число звуковых волн в однородном потоке $k_*^{(0)} = k_0 / (1 + M \cos \varphi)$ ($k_0 = \omega/c$ — волновое число плоской волны в отсутствие течения). Как показано в [2], при малых значениях параметра $\varepsilon = 2M(k_0 \delta_*)^2$ (δ_* — толщина вытеснения для профиля $U(x_3/\delta)$) поле излучения почти однородно поперек пограничного слоя. Учитывая, что поле излучения определяется спектром источника в малой окрестности линии $k = k_*^{(0)}(\varphi)$, введем безразмерные переменные $z = x_3/\delta_*$, $\kappa = (k - k_*^{(0)})/M\varepsilon k_0$, $\psi = \varepsilon \hat{p}_0 / i\omega \rho \delta_* \hat{v}_{0m}$ (\hat{v}_{0m} — значение \hat{v}_0 при $k=0$). Представляя решение уравнения для ψ в виде разложения по степеням числа Маха $\psi = \psi^{(0)} + M\psi^{(1)} + \dots$, получим для главной части этого разложения краевую задачу вида

$$\frac{d^2 \psi^{(0)}}{dz^2} + [\varepsilon(1 - \bar{u}) \cos \varphi - \varepsilon^2 \kappa] \psi^{(0)} = 0, \quad (3a)$$

$$\frac{d\psi^{(0)}}{dz} = \varepsilon w \Big|_{z=0}, \quad \frac{d\psi^{(0)}}{dz} + \varepsilon \sqrt{\kappa} \psi^{(0)} = 0 \Big|_{z=\gamma}, \quad (3b)$$

где $\gamma = \delta/\delta_*$, $\bar{u}(z) = U(z/\gamma)/U_0$, $w = \hat{v}_0(k, \varphi)/\hat{v}_{0m}$. При записи граничного условия (3б) на внешней границе пограничного слоя $z=\gamma$ учтено, что решение (3, а) при $z > \gamma$ имеет вид $\psi^{(0)}(z) = \psi^{(0)}(\gamma) \exp[-\varepsilon \sqrt{\kappa}(z-\gamma)]$.

При $\varepsilon \ll 1$ возможно отыскание решений (3а, б) в рамках теории возмущений по параметру ε , что соответствует низкочастотному приближению для волн рефракционного волновода. Использование теории возмущений предполагает выбор достаточно малого ε . При конечном ε ее применимость ограничивается условием малости относительного изменения $|\psi^{(0)}|$

поперек пограничного слоя: $\varepsilon \int_0^\gamma d\xi \int_0^\xi d\eta [1 - \bar{u}(\eta)] \ll 1$, которое для степенного профиля (1) принимает вид

$$\frac{(\alpha+3)(\alpha+1)}{2\alpha(\alpha+2)} \varepsilon \ll 1. \quad (4)$$

Коэффициент при ε в (4) может заметно превышать единицу (например, при $\alpha=1/5$ он равен 4,4).

Поскольку условие (4) в описанных далее экспериментах не всегда выполнялось, обратимся к анализу поля излучения при $\varepsilon = O(1)$. Общее решение уравнения (3а) представим в виде $\psi^{(0)} = C_1 \psi_1(z) + C_2 \psi_2(z)$, где $C_{1,2} = \text{const}$, ψ_1 и ψ_2 — линейно независимые собственные решения (3, а), удовлетворяющие при $z=0$ условиям $d\psi_1/dz = \psi_2 = 1$, $d\psi_2/dz = \psi_1 = 0$. Решая краевую задачу (3), получим для амплитуды давления p_0 при $0 \leq z \leq \gamma$ в дальнейшем поле выражение вида

$$p_0 = M k_0^2 \delta_* \hat{v}_{0m} \frac{i\omega \rho}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa w \psi^{(0)} \exp[ikx \cos(\varphi - \theta)], \quad (5)$$

$$\psi^{(0)} = \varepsilon \psi_1(z; \kappa, \varphi) - \varepsilon \left[\frac{\partial \psi_1 / \partial z + \varepsilon \sqrt{\kappa} \psi_1}{\partial \psi_2 / \partial z + \varepsilon \sqrt{\kappa} \psi_2} \right]_{z=\gamma} \psi_2(z; \kappa, \varphi),$$

где $k = k^{(0)} + M \varepsilon \kappa k_0$ и использованы цилиндрические координаты точки наблюдения: $x_1 = x \cos \theta$, $x_2 = x \sin \theta$. Для вычисления интеграла по κ в (5) будем смещать контур интегрирования в область $\text{Im } \kappa > 0$. Тогда при больших значениях $k_0 x$ выражение для давления можно записать в виде [1] $p_0 = p_B + p_B$ (интеграл по φ берется методом стационарной фазы). Здесь компонента p_B представляет собой локализованное у стенки «волноводное» поле и равна сумме интегралов вокруг полюсов подынтегральной функции, лежащих на действительной оси. Значения κ в каждом из этих полюсов определяют волновое число собственной волны (моды) рефракционного волновода и находятся из характеристического уравнения

$$[\partial \psi_2 / \partial z + \varepsilon \sqrt{\kappa} \psi_2]_{z=\gamma} = 0. \quad (6)$$

В случае возбуждения одной главной моды, которой соответствует полюс $\kappa = \kappa_*$, получим

$$p_B = \frac{\rho \omega k^{(1)}}{\sqrt{\pi k^{(1)} x}} \hat{v}_0(k_*, \varphi) G \psi_2(z; \kappa_*, \theta) e^{i k_* x - i \pi / 4}, \quad (7)$$

$$G = \varepsilon \left[\frac{\partial \psi_1 / \partial z + \varepsilon \sqrt{\kappa} \psi_1}{\varepsilon + 2 \sqrt{\kappa} (\partial^2 \psi_2 / \partial z \partial \kappa + \varepsilon \sqrt{\kappa} \partial \psi_2 / \partial \kappa)} \right]_{\kappa = \kappa_*, \varphi = \theta, z = \gamma}$$

где $k_* = k^{(0)} + M \varepsilon \kappa_* k_0|_{\varphi = \theta}$, $k^{(1)}(\varphi) = M \varepsilon k_0 \kappa_*$ — сдвиг волнового числа волноводной моды относительно $k^{(0)}$. В области $z > \gamma$ получим $p_B(z) = p_B(\gamma) \exp[-\varepsilon \sqrt{\kappa} (z - \gamma)]$. Локализация волнового поля у стенки связана с явлением закритического отражения звуковых волн от внешней части потока [5]. Аналитическое решение краевой задачи (3) в предельном

случае низких частот (4) дает $\kappa_* = \cos^2 \varphi$, $G \approx 1$, $\psi_1 = \varepsilon z$, $\psi_2 = 1 - \varepsilon \cos \varphi \int_0^z d\xi \times$

$\times \int_0^\xi d\eta [1 - \bar{u}(\eta)]$. При больших x отношение p_B к давлению около стенки в отсутствие потока $\tilde{p}_0 = -(i \omega \rho / 2 \pi x) v_0(k_0, \theta) \exp(i k_0 x)$ возрастает с ростом x как \sqrt{x} .

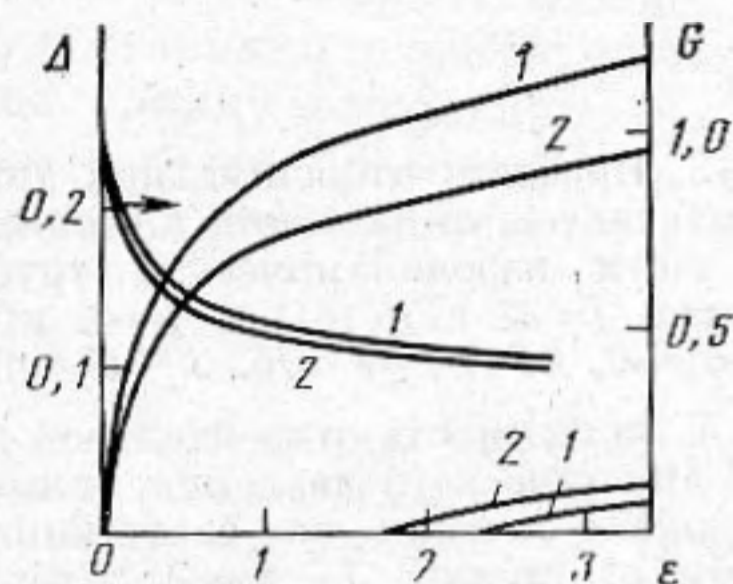
Выражение (7) обобщается на случай плавной зависимости δ от x_1 путем введения в правую часть множителя $[\delta^{(0)} / \delta^{(1)}(x_1)]^{1/2}$. При этом с его помощью можно получить результаты работы [2], относящиеся к распределенному возбуждению звука поверхностными источниками.

«Боковое» поле p_B определяется интегралом по берегам разреза, примакающего к точке ветвления $\kappa = 0$, функции $\sqrt{\kappa}$ и не исчезает за пределами пограничного слоя. Переход к режиму волноводного распространения звука характеризуется «длиной рефракции» $L_R = 1 / k^{(1)}(0)$. При $x_1 / L_R \gg 1$ коэффициент при экспоненте в выражении для p_B можно упростить с учетом того, что масштаб затухания этой экспоненты как функции κ — величина порядка $(L_R / x) \kappa_* \ll \kappa_* \sim 1$. В этом случае боковое поле оказывается малым по сравнению с волноводным. Так, в низкочастотном приближении отношение бокового поля к волноводному на стенке при $\theta = 0$ имеет вид $|p_B / p_B| \approx (1 / 4 \sqrt{\pi}) (L_R^{(0)} / x)^{1/2} \ll 1$, где $L_R^{(0)} = [2 M^2 k_0 (k_0 \delta_*)^2]^{-1}$ — введенная в [2] длина рефракции на низких частотах.

В случае степенного профиля (1) исходное уравнение (2) имеет особенность $dU / dx_3 = \infty$ при $x_3 = 0$. Однако замена $x_3 = S^{1/\alpha}$ приводит его к уравнению для $\tilde{p}_0(s)$, решения которого в соответствии с результатами общей теории [6] представимы при $s \rightarrow 0$ в виде степенного ряда по s . Поэтому решения (2) не чувствительны к сглаживанию особенности, связанному с отличием реального профиля скорости от степенного вблизи стенки,

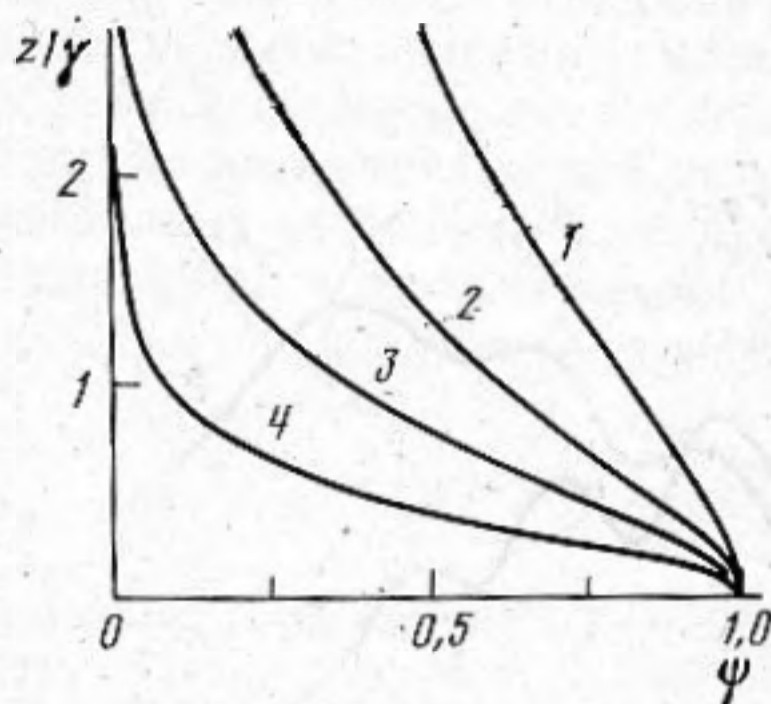
и разложение по M , использованное при выводе (3а) остается в силе для степенных профилей.

Для определения модовой структуры и коэффициента возбуждения G рефракционного волновода со степенным профилем скорости (1) производилось численное решение уравнений (3а) и (5). Результаты расчетов в случае распространения волны строго вниз по потоку ($\theta=0$) представлены на фиг. 1 и 2. Отнесенный к $Mk_0\varepsilon$ сдвиг волнового числа главной моды относительно $k_0^{(0)}$ при выполнении условия (4) близок к единице и уменьшается с ростом ε (см. фиг. 1). Последнее означает, что при увеличении частоты сигнала длина рефракции L_R возрастает по сравнению с $L_R^{(0)}$. При переходе через критическое значение, зависящее от α , появляется вторая мода рефракционного волновода. Профили главной моды,



Фиг. 1. Зависимость нормированного сдвига волнового числа $\Delta = \varepsilon\kappa$ для двух первых мод рефракционного волновода и коэффициента возбуждения G главной моды от частотного параметра ε при $\theta=0$:

1 - $\alpha=1/5$, 2 - $\alpha=1/7$

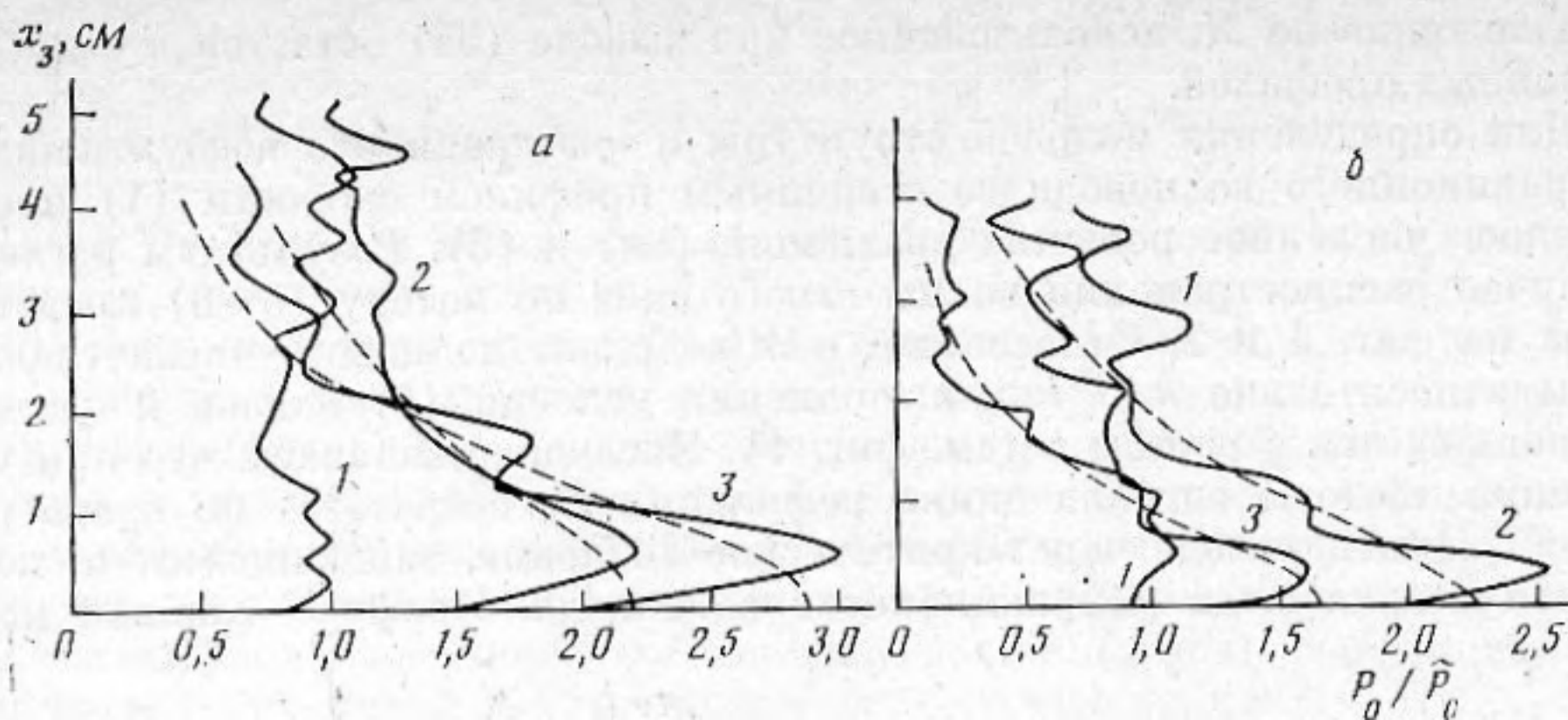


Фиг. 2. Профили главной моды рефракционного волновода $\psi = \psi_2(z; \kappa, 0)$ при $\alpha=1/7$ и различных значениях ε : 1 - $\varepsilon=0,04$, 2 - $\varepsilon=0,1$, 3 - $\varepsilon=0,25$, 4 - $\varepsilon=1,0$

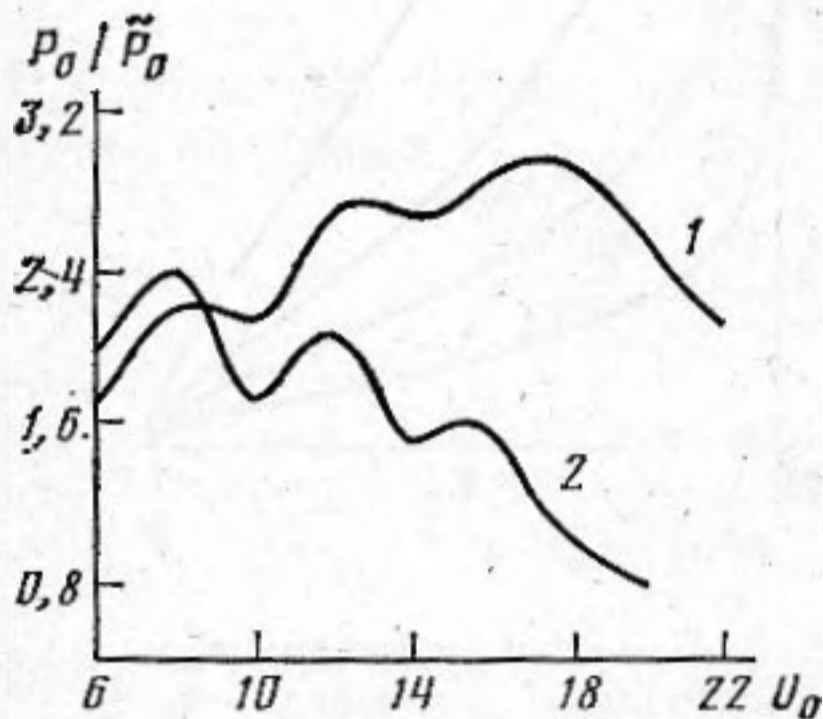
представленные на фиг. 2, иллюстрируют рост локализации ее поля у стенки при увеличении частоты сигнала.

Эксперименты проводились на малотурбулентной аэродинамической трубе с размерами рабочей части $30 \times 30 \times 120$ см. Звук возбуждался в турбулентном пограничном слое, возникающем на нижней стенке рабочей части трубы. После удаления верхней стенки и покрытия боковых стенок слоем паралона был достигнут приемлемый уровень отражения звука от стенок канала. В качестве источника звука использовалась прямоугольная пьезокерамическая пластинка с размерами рабочей поверхности 4×35 мм, на которую подавалось синусоидальное напряжение с амплитудой $25 \div 70$ В. Пластинка была вмонтирована в стенку «заподлицо» с ее поверхностью и ориентирована длинными сторонами поперек потока. Для устранения акустического контакта со стенкой пластинка изолировалась от нее тонкой паралоновой прокладкой. В качестве приемника звука использовался конденсаторный микрофон фирмы «Брюль и Кьер» с диаметром мембраны $1/8$ дюйма. Микрофон вводился в рабочую часть трубы через отверстие в стенке, находящееся на расстоянии $x=1$ м вниз по течению от излучателя. Сигнал с микрофона пропускался через $1/3$ -октавный фильтр, усилитель и диодный смеситель, на котором его частота понижалась до $2 \div 3$ кГц. Среднеквадратичное значение напряжения в полосе сигнального пика на выходе смесителя измерялось с помощью анализатора спектра типа 2034 фирмы «Брюль и Кьер». Линейность режима работы смесителя контролировалась во всем динамическом диапазоне.

Профиль средней скорости течения в пограничном слое измерялся в средней точке между излучателем и приемником. На рабочих скоростях $U_0=8$ м/с и $U_0=16$ м/с были получены степенные законы (1) с приближи-



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Профили относительной амплитуды акустического давления у стенки рабочей части аэродинамической трубы на частотах $f=32$ кГц (а) и $f=46$ кГц (б). 1 — $U_0=0$, 2 — $U_0=8$ м/с, 3 — $U_0=16$ м/с

Фиг. 4. Зависимость относительной амплитуды акустического давления от скорости свободного течения на расстоянии $x_3=5$ мм от стенки: 1 — $f=32$ кГц, 2 — $f=46$ кГц

тельно одинаковыми показателями $\alpha=1/5$ и значениями толщины пограничного слоя соответственно равными $\delta=12,5$ мм и $14,1$ мм.

Результаты измерений акустического давления около стенки на частотах $f=32$ и $f=46$ кГц представлены на фиг. 3 ($\tilde{p}_0=\text{const}$ — амплитуда давления у стенки в отсутствие потока). Видно, что на профиле амплитуды давления в потоке имеется четко выраженный максимум у стенки, что говорит о формировании акустического волновода. Осцилляции амплитуды связаны, очевидно, с наличием отражений от стенок канала. На фиг. 4 показаны зависимости давления от скорости потока на фиксированном расстоянии от стенки.

Поскольку критические частоты появления второй моды, определенные с помощью графиков на фиг. 1, при $U_0=8$ м/с и $U_0=16$ м/с равны соответственно 183 и 115 кГц, в наших экспериментах было возможно возбуждение только одной (главной) моды рефракционного волновода. Результаты расчета основных параметров системы приведены в таблице

U_0 , м/с	f , кГц	ϵ	x/L_R	d
8	32	0,07	0,73	1,16
8	46	0,14	1,75	1,5
16	32	0,18	2,8	1,5
16	46	0,37	5,9	3,2

($d=|p_{BT}/p_{0\tilde{}}$, где p_{BT} — расчетное значение p_B на стенке, $p_{0\tilde{}}$ — оценка амплитуды давления на стенке из эксперимента). При вычислении p_{BT} использовалось приведенное выше аналитическое выражение для давления в отсутствие потока \tilde{p}_0 . Пунктиром на фиг. 3 показаны расчетные профили главной моды рефракционного волновода, согласованные с экспериментальными по уровню давления на поверхности. Наибольшее отклонение от модовой структуры имеет место для профиля 2 на фиг. 3, а, полученного при $x/L_R < 1$. Найденная по асимптотическим формулам компо-

пента p_B оказывается незначительной в тех случаях, когда $x/L_R > 1$. Поэтому отклонение наблюдаемых распределений амплитуды давления от профиля главной моды при удалении от стенки можно объяснить наличием отражений, а также более высоким уровнем бокового поля по сравнению с расчетным вследствие неточности асимптотических формул при относительно небольших x/L_R . Наилучшим образом согласуется с теоретическим профилем \mathcal{Z} на фиг. 3, б, полученный при $x/L_R \sim 6$. Возрастание параметра d при увеличении x/L_R и частоты звука говорит о росте затухания волноводной компоненты сигнала. Однако это затухание не столь велико, чтобы препятствовать реализации волноводного распространения звука.

Таким образом, в данной работе экспериментально подтверждена возможность перехода к режиму волноводного распространения акустических волн ультразвукового диапазона в условиях реального турбулентного пограничного слоя. Показано, что концентрация акустической энергии у стенки становится значительной на расстояниях от излучателя, превышающих «длину рефракции» L_R . Квазиламинарная модель течения дает хорошее согласие расчетных и наблюдаемых в эксперименте профилей главной моды рефракционного волновода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чупчузов И. П. О поле точечного низкочастотного источника звука в атмосфере с неоднородным по высоте ветром // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 546–552.
2. Реутов В. П., Рыбушкина Г. В. О формировании спектра акустического давления в турбулентном пограничном слое на пластине // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 358–364.
3. Маршов В. П. Рефракция звука в сдвиговом турбулентном потоке // Акустика турбулентных потоков. М.: Наука, 1983. С. 32–38.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
5. Голдстейн М. Е. Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981.
6. Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции. М.: Наука, 1978.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3.XII.1986