АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIII 1987 Вып. 6

УДК 534.2

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ПЛАВНО НЕОДНОРОДНОМ КАНАЛЕ С ПОТОКОМ ПРИ НАЛИЧИИ ДВУХ ТОЧЕК ПОВОРОТА

Гладенко А. Ф., Леонтьев Е. А.

В работе сформулирована процедура построения асимптотического разложения решения задачи распространения звука в плавно неоднородном канале с потоком и найдены его первые члены в случае, когда для заданной моды в канале имеются две точки поворота. Определены коэффициенты отражения и прохождения для рассматриваемой моды. Исследован случай, когда участок канала, где частота близка к критической, становится акустическим резонатором. Определены собственные частоты такого резонатора с учетом скорости потока.

Целью работы является исследование волноводного распространения звука в цилиндрическом канале с потоком переменного сечения с жесткими стенками в предположении о медленности изменения сечения. Для исследования этого вопроса в работе [1] была предложена модификация метода пограничного слоя, удобная при решении задач акустики плавно неоднородных каналов с потоком. Этим методом в работе [1] рассмотрен случай одной точки поворота (ТП), когда для заданной моды в канале имеется точка, где частота совпадает с критической частотой. Случай отсутствия ТП рассмотрен в работе [2]. Решение [2] справедливо вдали от ТП и в методе пограничного слоя является внешним решением, с которым сращивается внутреннее решение. В данной работе, которая является непосредственным продолжением [1], будет получено внутреннее решение для случая двух близких ТП и рассмотрена процедура его сращивания с внешним решением.

В стационарном безвихревом изоэнтропийном потоке, который предполагается известным (см. [2]), акустические возмущения характеризуются возмущениями полной энтальпии B, подчиняются уравнению Блохинцева [3].

$$\{D/Dt(1/c^2 D/Dt)+{}^1/_2 c^2(\nabla V^2\nabla)-\nabla^2\}B=0, \tag{1}$$

где c — скорость звука, $D/Dt=\partial/\partial t+(\mathbf{V}\nabla)$, $\mathbf{V}$ — скорость основного потока, который предполагается дозвуковым. Нас интересуют волноводные решения уравнения (1) с зависимостью от времени $\exp(-i\omega t)$, удовлетворяющие граничному условию $(\mathbf{n}\nabla B)=0$ на жесткой стенке канала, уравнение которой имеет вид $r=r_0(\varepsilon z)$, где z — координата вдоль оси канала, ε — малый параметр, $r_0(\varepsilon z)$ — функция, все производные которой ограничены. Внешнее решение этой задачи получено в работе [1] и для жестких стенок канала в переменных r и $\xi=\varepsilon z$ определяется выражениями (2), (7) — (9) работы [1]. К сожалению, по нашей вине в формулах (9) и (13) работы [1] приведено ошибочное выражение для R и $\theta^{(i)}$, которое следует исправить. Правильные выражения для $R(\xi)$ и $\theta^{(i)}(\xi)$ имеют вид

$$R=\pm\frac{iC_0^\pm}{q^{1/2}}\left\{\left(\frac{r_0'}{r_0}-M_0M_0'\right)G'+\frac{1-M_0^2}{2}G''+\right.$$

$$\left.+\frac{m^2}{2(\zeta^2-m^2)}\left[\frac{r_0'^2}{r_0^2}+\frac{4r_0}{\zeta}\rho_{13}+(1+M_0^2)\frac{r_0''}{r_0}\right]G\right\},$$

$$\theta^{(i)}=-\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\xi_0}^{\xi}\alpha^{(i)}\,d\tau-\varepsilon\left\{\alpha^{(i)}\frac{r_0'}{r_0}\frac{r^2}{2}+\right.$$

$$+\int\limits_{\xi_0}^{\xi}\frac{\alpha^{(i)}}{1-M_0^2}\left[(1+\gamma M_0^2)u+\frac{(\gamma+1)M_0^2(\zeta^2+2m^2)}{6\zeta^2}r_0''r_0\right]d\tau\Big\},$$

где

$$\overset{i)}{\alpha}=-{}^1/_2(\alpha_++\alpha_-)=k\sigma M_0(1-M_0^2).$$

Напомним, что процедура построения внешних функций $\theta^{(e)}$, $\rho^{(e)}$, $g^{(e)}$ и $h^{(e)}$ сводится к решению уравнений, эквивалентных уравнениям геометрической акустики неоднородной движущейся среды, в которых члены, содержащие малый параметр ε при старшей производной, учитываются как поправки в высших членах разложения по ε. В окрестности ТП эти члены нельзя рассматривать как поправки, так как они становятся соизмеримыми с главными членами. ТП определяются как нули функции $q(\xi)=(k\sigma)^2-(1-M_0^2)\zeta^2/r_0^2$, где $\sigma(\xi)=[1+(\gamma-1)M_0^2/2]^{1/2}$, M_0 — число Маха основного потока в одномерном приближении, $k=\omega/c_0$ — волновое число, γ — отношение теплоемкостей, для двухатомного газа $\gamma=1{,}4$, ζ — нуль производной функции Бесселя.

Рассмотрим случай двух близко расположенных ТП.
Между точками $\xi_\pm$ найдется точка ξ_0, где обращается в нуль производная $q'(\xi)$, $\xi_-<\xi_0<\xi_+$. Будем предполагать, что $q''(\xi_0)\neq0$. Для производной имеем

$$q'(\xi)=2\frac{r_0'}{r_0}(k^2\sigma^2E-qF),\qquad E=1-(\gamma+1)M_0^2/(1-M_0^2)^2,$$
$$F=1-2M_0^2\sigma^2/(1-M_0^2)^2.$$

При обращении в нуль производной $q'(\xi_0)$ нужно различать два случая: в точке ξ_0 *а)* $r_0'=0$, $(k\sigma)^2E-qF\neq0$ *б)* $r_0'\neq0$, $(k\sigma)^2E-qF=0$. Одновременное обращение в нуль обеих сомножителей исключается предположением $q''(\xi_0)\neq0$.

Сформулируем процедуру построения внутреннего решения. В окрестности точки ξ_0 введем внутреннюю переменную $\nu=\varepsilon^{-1/2}(\xi-\xi_0)$. Значения $\nu=O(1)$ будем называть пограничным слоем. Будем также предполагать, что величина $q(\xi_0)$ имеет порядок $q(\xi_0)=O(\varepsilon)$. Это означает, что точки поворота $\xi_\pm$ находятся в пограничном слое, $\nu_\pm\to\pm(-2q(\xi_0)/\varepsilon q''(\xi_0))^{1/2}$. Во внутренней области, включающей в себя пограничный слой, решение будем искать в виде [1]

$$B=\{gJ_m(\rho)-ihJ_m'(\rho)\}\exp\{i(\theta-m\vartheta-\omega t)\},\tag{2}$$

где J_m и J_m' — функция Бесселя и ее производная, ϑ — азимутальный угол. Функции θ, ρ, g и h, зависящие в силу цилиндрической симметрии только от ν и r, подлежат определению. Выражение (2) будет решением уравнения (1), если будут удовлетворяться два уравнения:

$$(L_1+2iL_2+\Gamma)g+i[s(2L_3+Q)+(L_3s)]h=0,\tag{3}$$

$$(2L_3+Q)(g+ih/\rho)+i[L_1+2iL_2+\Gamma-\rho^{-2}(L_3\rho)]h=0,\tag{4}$$

где

$$L_1=p\left(\frac{1}{c^2}p\right)-\nabla^2+\frac{1}{2c^2}(\nabla V^2\nabla),$$

$$L_2=\frac{1}{c^2}[(p\theta)-\omega]p-(\nabla\theta\nabla),\quad L_3=\frac{1}{c^2}(p\rho)p-(\nabla\rho\nabla),$$

$$\Gamma=\frac{\omega}{c^2}(\rho\theta)-\frac{\omega^2}{c^2}-(L_2\theta)-s(L_3\rho)+\frac{m^2}{r^2}+i\left[(L_1\theta)-\omega\left(p\frac{1}{c^2}\right)\right]$$

$$Q=(L_1\rho)+2i(L_2\rho)-\rho^{-1}(L_3\rho),$$

$$p=(\mathbf{V}\nabla),\quad s=1-m^2/\rho^2.$$

Кроме того, чтобы было выполнено граничное условие $\partial B/\partial n=0$ на жесткой стенке канала, необходимо положить $\rho(z,r_0(\varepsilon z))=\zeta$, где ζ — корень производной функции Бесселя $J_m'(\zeta)=0$, а для амплитуд g и h наложить условие

$$\frac{\partial g}{\partial n}+is\frac{\partial \rho}{\partial n}h+i\frac{\partial \theta}{\partial n}g=0. \qquad (5)$$

На функцию ρ накладывается также естественное условие, чтобы она обращалась в нуль на оси канала $\rho(z,0)=0$. Эти уравнения необходимо записать в переменных ν и r.

Функции $\theta^{(i)}$ и $\rho^{(i)}$ определяются через функции $\theta^{(e)}$ и $\rho^{(e)}$ внешнего решения. Обозначим через $\theta_{\pm}{}^{(e)}(\xi, r)$ и $\rho_{\pm}{}^{(e)}(\xi, r)$ известные функции внешней области (см. формулы (7) и (8) работы [1]), где знак (+) соответствует моде, распространяющейся по потоку, а знак (−) — против потока. С помощью этих функций определим

$$\theta^{(i)}=\frac{1}{2}\left[\theta_+^{(e)}+\theta_-^{(e)}\right], \qquad \rho^{(i)}=\frac{1}{2}\left[\rho_+^{(e)}+\rho_-^{(e)}\right]. \qquad (6)$$

Как следует из работы [1], функции $\theta^{(i)}$ и $\rho^{(i)}$ являются аналитическими функциями в окрестности точки ξ_0. Функция $\rho^{(i)}$ удовлетворяет сформулированным для нее граничным условиям в силу аналитического продолжения, поскольку $\rho_{\pm}{}^{(e)}$ удовлетворяет им.

Определения (6) дают возможность представить функции $\theta^{(i)}$ и $\rho^{(i)}$ в виде разложений по степеням $\varepsilon^{1/2}$:

$$\theta^{(i)}=\varepsilon^{-1/2}\sum_{n=0}^{N}\varepsilon^{n/2}\theta_n(\nu, r), \qquad \rho^{(i)}=\sum_{n=0}^{N}\varepsilon^{n/2}\rho_n(\nu, r), \qquad (7)$$

которые получаются подстановкой в уравнения (6) $\xi=\xi_0+\varepsilon^{1/2}\nu$ и разложением правых частей (6) в ряд Тейлора по степеням $\varepsilon^{1/2}\nu$ в точке ξ_0. Рассмотрим сначала случай а). Воспользовавшись формулами (13) и (14) работы [1], для первых членов θ_n и ρ_n будем иметь

$$\theta_0=-\frac{k\sigma M_0}{1-M_0{}^2}\nu, \quad \theta_1\equiv 0, \quad \theta_2=\frac{k\sigma M_0}{3(1-M_0{}^2)^3}(1+\gamma M_0{}^2)\frac{r_0{}''}{r_0}\nu^3, \qquad (8)$$

$$\rho_0=\frac{\zeta r}{r_0}, \quad \rho_1\equiv 0, \quad \rho_2=-\frac{\zeta r_0{}''}{2r_0{}^2}\nu^2 r. \qquad (9)$$

В формулах (8) и (9) все величины, зависящие от ξ, берутся в точке ξ_0.

При известных функциях $\theta^{(i)}$ и $\rho^{(i)}$ амплитуды $g^{(i)}$ и $h^{(i)}$ во внутренней области определяются из уравнений (3) и (4), записанных в переменных ν и r, с учетом разложений (7) и граничного условия (5). Эти функции определяются в виде разложений по степеням $\varepsilon^{1/2}$:

$$g^{(i)}=\sum_{n=0}^{N}\varepsilon^{n/2}g_n(\nu, r), \qquad h^{(i)}=\varepsilon^2\sum_{n=0}^{N}\varepsilon^{n/2}h_n(\nu, r), \qquad (10)$$

где g_n и h_n — полиномы по r с коэффициентами, зависящими от ν. Подставляя разложение (10) в уравнения (3), (4) и граничное условие (5) и приравнивая нулю коэффициенты при одинаковых степенях ε, с учетом явных выражений для θ_n и ρ_n получим систему рекуррентных уравнений для g_n и h_n. Выпишем несколько уравнений из главных порядков по $\varepsilon^{1/2}$, которые следуют из (3) и (4) в случае а):

$$\frac{\partial g_n}{\partial r}=0, \qquad n=0, 1, 2, 3, \qquad (11)$$

$$\frac{q}{\varepsilon(1-M_0{}^2)}g_0+\Delta_r g_2+(1-M_0{}^2)\frac{\partial^2 g_0}{\partial \nu^2}+\frac{q''\nu^2}{2(1-M_0{}^2)}g_0=0, \qquad (12)$$

$$\frac{q}{\varepsilon(1-M_0{}^2)}g_1+\Delta_r g_3+(1-M_0{}^2)\frac{\partial^2 g_1}{\partial \nu^2}+\frac{q''\nu^2 g_1}{2(1-M_0{}^2)}+\frac{q'''\nu^3}{6(1-M_0{}^2)}g_0=0, \qquad (13)$$

где

$$\Delta_r=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right).$$

Из граничного условия (5) получаем

$$\frac{\partial g_n}{\partial r}=0, \quad n=0,1,2,3, \quad r=r_0(\xi). \tag{14}$$

Выполнение условий (14) является очевидным следствием уравнений (11). С учетом (11), вводя новую переменную $x=\nu/\lambda$, перепишем уравнение (12) в виде

$$\frac{d^2g_0}{dx^2}+(x^2-\mu)g_0=0, \tag{15}$$

где

$$\lambda=[2(1-M_0{}^2)^2/q'']^{1/4}_{\xi=\xi_0}, \quad \mu=-\left[\frac{2^{1/2}q}{\varepsilon(1-M_0{}^2)(q'')^{1/2}}\right]_{\xi=\xi_0}. \tag{16}$$

В уравнениях (12)–(16) все величины, зависящие от ξ, берутся в точке ξ_0. В тех же обозначениях уравнение (13) записывается следующим образом:

$$\frac{d^2g_1}{dx^2}+(x^2-\mu)g_1=-\frac{\lambda q'''}{3q''}x^3g_0. \tag{17}$$

Интересующее нас решение уравнения (15) можно записать в виде

$$g_0=C^{(i)}D_{-1/2(i\mu+1)}(\sqrt{2}e^{-i\pi/4}x), \tag{18}$$

где $D_{-1/2(i\mu+1)}(\sqrt{2}e^{-i\pi/4}x)$ функция параболического цилиндра, $C^{(i)}$ — произвольная постоянная. Непосредственной проверкой легко убедиться, что решение неоднородного уравнения (17) можно представить

$$g_1=\frac{\lambda q'''}{9q''}\left[\left(\mu+\frac{x^2}{2}\right)\frac{\partial g_0}{\partial x}-\frac{x}{2}g_0\right], \tag{19}$$

где g_0 определяется выражением (18). С учетом (18) и (19) выражение $g_0+\varepsilon^{1/2}g_1$ с точностью до членов $O(\varepsilon)$ можно записать следующим образом:

$$g=g_0+\varepsilon^{1/2}g_1=C^{(i)}\left(1-\varepsilon^{1/2}\frac{q'''}{18q''}\nu\right)D_{-1/2(i\mu+1)}(\sqrt{2}\,e^{-i\pi/4}y(\nu)), \tag{20}$$

где

$$y(\nu)=\frac{\nu}{\lambda}+\varepsilon^{1/2}\frac{\lambda q'''}{18q''}\left(\frac{\nu^2}{\lambda^2}+2\mu\right),$$

μ и λ определяются выражениями (16), а производные q берутся в точке ξ_0. Таким образом, с точностью $O(\varepsilon)$ главные члены внутреннего решения в случае а) можно представить в виде

$$B^{(i)}=gJ_m(\rho)\exp\{i(\theta-m\vartheta-\omega t)\}+O(\varepsilon), \tag{21}$$

где $\theta=\theta_0$, $\rho=\rho_0$ (см формулы (8) и (9), а функция g определяется выражением (20)).

Можно показать, что внутреннее решение справедливо в области $|\nu|\leqslant A_1\varepsilon^{-(1/2+\delta)}$, где $\delta>0$. Последнее неравенство есть определение внутренней области. С другой стороны, выделяя главные особенности функции $g_n{}^{(e)}$ и $h_n{}^{(e)}$ внешнего решения, полученного в [1], при $\xi\to\xi_0$ в предположении, что $q'(\xi_0)=0$, $q(\xi_0)=O(\varepsilon)$ можно получить, что внешнее разложение справедливо в области $|\xi-\xi_0|\geqslant A_2\varepsilon^{1/2-\delta}$, $\delta>0$, или $|\nu|\geqslant A_2\varepsilon^{-\delta}$. Его справедливость, в частности, нарушается в пограничном слое. Внутреннее и внешнее разложения должны быть сшиты на пересечении областей их применимости $A_2\varepsilon^{-\delta}\leqslant|\nu|\leqslant A_1\varepsilon^{-(1/2+\delta)}$, т. е. они должны быть представлены в виде однотипных разложений по степеням $\varepsilon^{1/2}$, совпадение которых обеспечивается выбором имеющихся в наличии произвольных постоянных. Более подробно процедура сращивания описана в работе [1], отличие связано только наличием другой специальной функции и другими степенями при ε. При $q(\xi_0)=O(\varepsilon)$ в случае а) для $q''(\xi_0)$ имеем $q''(\xi_0)=[2(k\sigma)^2\times \times Er_0''/r_0]_{\xi=\xi_0}+O(\varepsilon)$. Величина E обращается в нуль при $|M_0|=M_0^*\approx 0{,}5$. Пусть $q''(\xi_0)>0$, это означает, что $r_0''>0$, $E>0$ $(|M_0|<M_0^*)$, либо $r_0''<0$, $E<0$ $(|M_0|>M_0^*)$. При $q''(\xi_0)>0$ случай $q(\xi_0)<0$ соответствует, пользуясь терминологией квантовой механики, туннельному эффекту, случай $q(\xi_0)>>0$ – надбарьерному отражению.

Рассмотрим сначала случай $q''(\xi_0)>0$, $q(\xi_0)<0$, когда точки поворота действительны $\xi_\pm\approx\xi_0\pm\sqrt{-2q(\xi_0)/q''(\xi_0)}$. Во внешней области слева от точки поворота ξ_- решение можно представить в виде суммы падающей и отраженной волн:

$$B^{(e)}=C^{(e)}G(\xi)J_m(\rho^{(e)}(\xi))\left\{\exp\left[\frac{i}{\varepsilon}\int\limits_{\xi_-}^{\xi}\alpha_+(\xi)\,d\xi\right]+\right.$$

$$\left.+R\exp\left[\frac{i}{\varepsilon}\int\limits_{\xi_-}^{\xi}\alpha_-(\xi)\,d\xi\right]\right\}\exp[-i(m\vartheta+\omega t)]+O(\varepsilon), \qquad (22)$$

где $C^{(e)}$ – произвольная постоянная, функция $G(\xi)$ определяется формулой (9) работы [1], R – коэффициент отражения,

$$\alpha_\pm=(-k\sigma M_0\pm q^{1/2})/(1-M_0^2), \qquad \rho^{(e)}=\frac{\zeta r}{r_0}.$$

Справа от точки поворота ξ_+ имеем прошедшую волну

$$B^{(e)}=C^{(e)}TG(\xi)J_m(\rho^{(e)}(\xi))\exp\left[\frac{i}{\varepsilon}\int\limits_{\xi_+}^{\xi}\alpha_+(\xi)\,d\xi\right]\exp\{-i(m\vartheta+\omega t)\}+O(\varepsilon), \qquad (23)$$

где T – коэффициент прохождения. С точностью $O(\varepsilon)$ процедура сращивания внутреннего и внешнего решений позволяет определить коэффициенты отражения и прохождения, а также постоянную $C^{(i)}$ в формуле (20):

$$C^{(i)}=G(\xi_0)\,w(\xi_-,\xi_0)\,(2\mu e^{i\pi/2})^{1/4}(1+e^{-\pi\mu})^{-1/2}e^{-i\chi}\left(\frac{|\mu|\,e^{-3i\pi/2}}{2e}\right)^{i\mu/4}C^{(e)},$$

$$R=(1+e^{-\pi\mu})^{-1/2}e^{-i(\chi+\pi/2)}, \qquad T=\frac{w(\xi_-,\xi_0)}{w(\xi_+,\xi_0)}(1+e^{\pi\mu})^{-1/2}e^{-i\chi},$$

$$w(\xi_\mp,\xi_0)=\exp\left\{-\frac{i}{\varepsilon}\int\limits_{\xi_\mp}^{\xi_0}\frac{k\sigma M_0}{1-M_0^2}\,d\xi\right\},$$

$$\chi=\frac{\mu}{2}(\ln(|\mu|/2)-1)+\arg[\Gamma((1-i\mu)/2)],$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

При $q(\xi_0)>0$ точки поворота $\xi_\pm$ уходят в комплексную плоскость. Этот случай соответствует надбарьерному отражению. Для поля во внешней области в формулах (22) и (23) нужно заменить $\xi_\pm$ на ξ_0, при этом выражения для R и T остаются прежними.

Пусть теперь $q''(\xi_0)<0$. Это означает, что $r_0''<0$, $E>0$ $(|M_0|<M_0^*)$, либо $r_0''>0$, $E<0$ $(|M_0|>M_0^*)$. В этом случае при $q(\xi_0)>0$, когда точки поворота $\xi_\pm$ действительны, имеем дело с открытым резонатором, звуковое поле в котором сосредоточено в области $\xi_-<\xi<\xi_+$. Вне этой области поле экспоненциально затухает. Собственные частоты резонансных колебаний находятся из условия целочисленности индекса функции параболического цилиндра $-{}^1/_2(i\mu+1)=n$, откуда для собственных частот резонатора получаем следующее выражение:

$$\frac{\omega_{lmn}}{c_0}\sigma r_0=(1-M_0^2)^{1/2}\zeta_{lm}+\varepsilon(1-M_0^2)(-Er_0''r_0)^{1/2}\left(n+\frac{1}{2}\right). \qquad (24)$$

В формуле (24) все величины, зависящие от ξ, берутся при $\xi=\xi_0$. Формула (24) при $M_0=0$ переходит в известное выражение (см., например, [4]). Отметим также, что возникновение резонансных колебаний в самой узкой части канала при $|M_0|>M_0^*$ является главным качественным отличием канала с потоком от канала, в котором среда покоится.

Отметим также, что случай $q''(\xi_0)<0$ при $q(\xi_0)<0$ не представляет особого интереса, так как канал остается запертым по всей длине.

Не приводя подробностей вычислений, выпишем результаты, относящиеся к случаю б). Этот случай реализуется, когда в точке ξ_0 $|M_0|$ близко M_0^*. Для функций θ, ρ и g имеем

$$\theta=\frac{-k\sigma M_0\nu}{\varepsilon^{1/2}(1-M_0^2)}\left[1-\varepsilon^{1/2}\frac{r_0'(1+\gamma M_0^2)}{r_0(1-M_0^2)^2}\nu\right],\qquad \rho=\frac{\zeta}{r_0}\left(1-\frac{\varepsilon^{1/2}r_0'\nu}{r_0}\right)r, \quad (25)$$

$$g=C^{(i)}\left[1+\varepsilon^{1/2}\left(\frac{\frac{1}{3}M_0M_0'\frac{r_0'}{r_0}}{1-M_0^2}-\frac{q'''}{18q''}\right)\nu\right]D_{-1/2(i\mu+1)}\left(\sqrt{2}e^{-i\pi/4}y(\nu)\right), \quad (26)$$

$$y(\nu)=\frac{\nu}{\lambda}+\varepsilon^{1/2}\frac{\lambda}{3}\left[\left(\frac{2M_0M_0'}{1-M_0^2}+\frac{q'''}{6q''}\right)\left(\frac{\nu^2}{\lambda^2}-\mu\right)+\frac{q'''}{2q''}\mu\right]. \quad (27)$$

Выражения для μ и λ остаются прежними. В случае б) с точностью $O(\varepsilon)$ решение во внутренней области получается подстановкой выражений (25)–(27) в формулу (21). Для $q''(\xi_0)$ при $q(\xi_0)=O(\varepsilon)$ имеем

$$q''(\xi_0)=4\frac{r_0'^2}{r_0^2}(k\sigma)^2\frac{(1-M_0^2)(3-M_0^2)}{(1-M_0^2)}.$$

Легко видеть, что при $M_0^2<1$ всегда $q''(\xi_0)>0$, т. е. резонансы в этом случае невозможны. Для поля во внешней области остаются справедливыми выражения (22), (23), где формулы для R и T остаются прежними.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гладенко А. Ф., Леонтьев Е. А.* Метод пограничного слоя в задаче распространения звука в канале переменного сечения с потоком // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 2. С. 212–218.
2. *Гладенко А. Ф., Леонтьев Е. А.* Распространение акустических возмущений в плавно неоднородном цилиндрическом канале с потенциальным изоэнтропическим потоком // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 2. С. 171–177.
3. *Мунин А. Г., Кузнецов В. М., Леонтьев Е. А.* Аэродинамические источники звука. М.: Машиностроение, 1981.
4. *Бабич В. М., Булдырев В. С.* Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972.

Поступила в редакцию
18.II.1987