АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIV 1988 Вып. 1

УДК 534.26

ИЗОЛЯЦИЯ ПОЛЕЙ ИСТОЧНИКОВ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ В ПЛАСТИНЕ ПРИ ПОМОЩИ РЕЗОНАТОРОВ

Лапин А. Д.

Рассчитаны поля источников различных типов в тонкой пластине с волноводным изолятором.

В работах [1—3] была рассчитана изоляция плоских продольной и изгибной волн в тонкой пластине, создаваемая сеткой одинаковых близко расположенных друг от друга резонаторов. Представляет интерес рассмотреть задачу об изоляции полей источников различных типов в пластине с резонаторами. Ниже эта задача решена для следующих источников: радиально пульсирующего круга (монополь), вращательно осциллирующего «вмороженного» жесткого круга (крутоль) и источника тангенциальной силы. Эти источники создают волны со смещениями, лежащими в плоскости пластины. Задача об изоляции поля источника нормальной силы была решена в работе [4].

Волноводный изолятор осуществим в виде сетки одинаковых близко расположенных друг от друга резонаторов, реагирующих на продольные и сдвиговые волны. Например, можно присоединить к пластине сетку одинаковых стержней, работающих на изгиб как пружины, на концах которых укреплены грузы [1]. Напишем уравнение движения пластины с резонаторами, считая, что они «размазаны» по пластине. Поверхностные коэффициент упругости и массу резонаторов обозначим соответственно через $\varkappa$ и m', смещения пластины и резонаторов обозначим соответственно через $\mathbf{u}$ и $\mathbf{u}'$. Уравнение движения грузов резонаторов имеет вид

$$m'\frac{\partial^2\mathbf{u}'}{\partial t^2}=-\mathbf{f}, \tag{1}$$

где сила $\mathbf{f}$ — реакция, действующая со стороны стержня на пластину, равна

$$\mathbf{f}=\varkappa(\mathbf{u}'-\mathbf{u}). \tag{2}$$

Согласно работе [5], уравнение движения пластины с резонаторами можно написать в виде

$$\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u}-(c_t/c)^2\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{u}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2}=-\frac{\mathbf{f}}{\rho hc^2}, \tag{3}$$

где ρ и h — соответственно плотность материала и толщина пластины, c и c_t — соответственно скорости продольной и сдвиговой волн в пластине.

Представим вектор смещения в виде суммы потенциального и соленоидального векторов $\mathbf{u}=\mathbf{u}_l+\mathbf{u}_t$, где $\operatorname{rot}\mathbf{u}_l=0$, $\operatorname{div}\mathbf{u}_t=0$. Из уравнений (1)—(3) можно получить отдельно уравнения для потенциальной и соленоидальной частей смещения. При гармонической зависимости от времени они имеют вид

$$\Delta\mathbf{u}_l+\frac{\omega^2}{c^2}\left[1-\frac{m'/m}{(\omega^2/\omega_0^2-1)}\right]\mathbf{u}_l=0,$$

$$\Delta\mathbf{u}_t+\frac{\omega^2}{c_t^2}\left[1-\frac{m'/m}{(\omega^2/\omega_0^2-1)}\right]\mathbf{u}_t=0,$$

где ω — частота звука, $\omega_0=\sqrt{\varkappa/m'}$ — собственная частота резонаторов, $m=\rho h$ — поверхностная плотность пластины. Из этих уравнений следует, что

в диапазоне частот от ω_0 до $\omega_0\sqrt{m'/m+1}$ пластина заперта по отношению к продольным и сдвиговым волнам.

Пусть на пластину действует монопольный источник в виде малого круга, пульсирующего по гармоническому закону. Обозначим через r_0 и u_l^0 соответственно радиус этого круга и амплитуду смещения его границы. В пластине без резонаторов пульсирующий круг создает продольную цилиндрическую волну со смещением

$$u_l(r)=u_l^0\frac{H_1^{(1)}(kr)}{H_1^{(1)}(kr_0)},$$

где $k=\omega/c$, $H_1^{(1)}(kr)$ — функция Ханкеля первого рода, r — цилиндрическая координата, отсчитываемая от центра круга. Для «точечного» источника ($kr_0\ll 1$) эту волну можно привести к виду

$$u_l(r)=-\frac{kV}{4\omega}H_1^{(1)}(kr),\quad \text{где } V=2\pi r_0(-i\omega u_l^0).$$

Изолируем поле точечного монополя. С этой целью в круге $r<R$ присоединим сетку резонаторов. В пластине с резонаторами поле ищем в виде

$$\text{при } r<R\qquad u_l(r)=-\frac{i\beta V}{4\omega}[H_1^{(1)}(i\beta r)+BJ_1(i\beta r)],$$

$$\text{при } r>R\qquad u_l(r)=-\frac{kV}{4\omega}WH_1^{(1)}(kr),$$

где

$$\beta=\frac{\omega}{c}\left[\frac{m'/m}{(\omega^2/\omega_0^2-1)}-1\right]^{1/2},\qquad \omega_0<\omega<\omega_0\sqrt{m'/m+1},$$

J_1 — функция Бесселя. Коэффициенты W и B определяются из граничных условий, выражающих непрерывность смещений и напряжений при $r=R$.

Коэффициент W получим по формуле

$$W=-\frac{2\beta}{\pi kR}\{kH_0^{(1)}(kR)J_1(i\beta R)-i\beta H_1^{(1)}(kR)J_0(i\beta R)\}^{-1}. \tag{4}$$

Величина ослабления поля в децибелах дается формулой

$$D,\ \text{дБ}=-20\lg|W|. \tag{5}$$

При $kR\gg 1$, $\beta R\gg 1$ модуль коэффициента W можно представить в виде

$$|W|\approx\frac{2(\beta/k)^{1/2}}{\sqrt{1+(\beta/k)^2}}\exp(-\beta R). \tag{6}$$

Для иллюстрации на фигуре даны графики зависимости ослабления D, дБ от kR при различных значениях параметра $\alpha=\beta/k$. По этим графикам можно определить минимальную плотность грузов резонаторов, обеспечивающих при выбранном R ослабление не менее чем на D_1, дБ, в заданной полосе частот (ω_0, ω_1). Выберем на графиках кривую с наименьшим значением $\alpha=\alpha_1$, лежащую выше уровня D_1 при $kR>\frac{\omega_1}{c}R$. Искомую величину $m'_{\min}$ определим по найденному значению α_1 согласно формуле $m'_{\min}=m(1+\alpha_1^2)(\omega_1^2/\omega_0^2-1)$.

Аналогичным способом можно изолировать поле источника сдвиговых волн в пластине. Пусть источником является вращательно осциллирующий «вмороженный» жесткий круг. Обозначим через r_0 и u_t^0 соответственно радиус этого круга и амплитуду смещения его границы. В пластине без резонаторов «точечный» крутильный источник ($k_tr_0\ll 1$, где $k_t=\omega/c_t$) создает

сдвиговую цилиндрическую волну со смещением

$$u_t(r) = -\frac{k_t V_t}{4\omega} H_1^{(1)}(k_t r), \text{ где } V_t = 2\pi r_0(-i\omega u_t^0).$$

Присоединим сетку резонаторов к пластине в круге $r<R$ и будем искать поле в виде

при $r<R$ $$u_t(r) = -\frac{i\beta_t V_t}{4\omega}[H_1^{(1)}(i\beta_t r) + B_t J_1(i\beta_t r)],$$

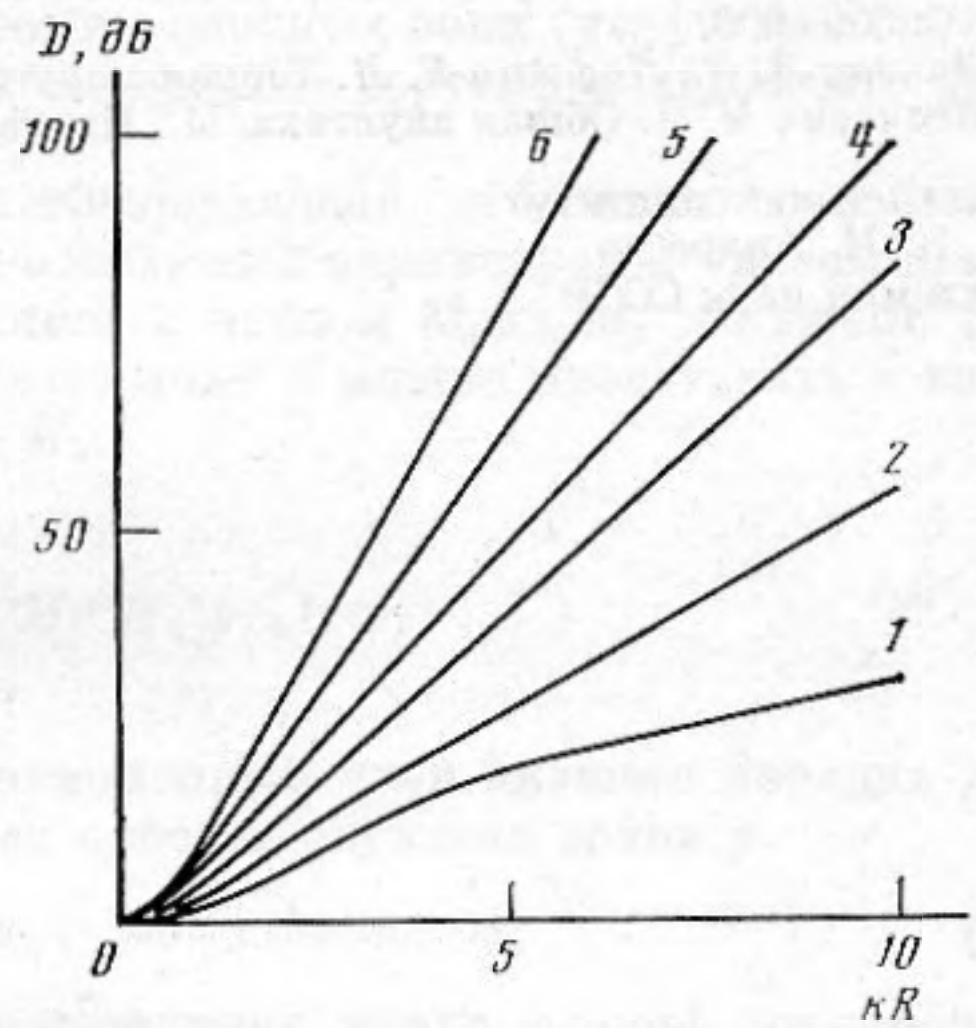
при $r>R$ $$u_t(r) = -\frac{k_t V_t}{4\omega} W_t H_1^{(1)}(k_t r),$$

где

$$\beta_t = \frac{\omega}{c_t}\left[\frac{m'/m}{(\omega^2/\omega_0^2 - 1)} - 1\right]^{1/2}, \quad \omega_0 < \omega < \omega_0\sqrt{m'/m+1}.$$

Из соотношений, выражающих непрерывность смещений и напряжений при $r=R$, найдем коэффициенты W_t и B_t. Формула для W_t получается из формулы для W при замене в ней k и β соответственно на k_t и β_t. Ослабление поля равно $-20\lg|W_t|$ дБ.

Рассчитаем поле источника тангенциальной силы в пластине с волноводным изолятором. Пусть пластина колеблется под действием внешней



Зависимость ослабления поля от волнового размера изолятора. Кривые *1–6* рассчитаны по формулам (4), (5) соответственно при $\alpha=0{,}2$; 0,6; 1; 1,2; 1,6; 2. Линейные участки кривых описываются формулой (6)

гармонической силы, приложенной в точке и направленной вдоль оси, лежащей в плоскости пластины. Совместим начало полярной системы координат (r, φ) с точкой приложения силы, угол φ будем отсчитывать от оси, вдоль которой направлена сила. Введем скалярный и векторный потенциалы Φ и $\mathbf{\Psi}$, вектор $\mathbf{\Psi}$ направлен по нормали к пластине [6]. Смещение $\mathbf{u}$ в пластине получим по формуле $\mathbf{u} = \operatorname{grad}\Phi + \operatorname{rot}\mathbf{\Psi}$.

В пластине без резонаторов точечный гармонический источник тангенциальной силы создает поле

$$\Phi(r, \varphi) = AkH_1^{(1)}(kr)\cos\varphi, \quad \Psi(r, \varphi) = Ak_t H_1^{(1)}(k_t r)\sin\varphi,$$

где $A = iF^0/(4\rho h\omega^2)$, F^0 — амплитуда силы.

В пластине с резонаторами, «размазанными» в круге $r<R$, поле ищем в виде

при $r<R$

$$\Phi(r, \varphi) = iA\beta[H_1^{(1)}(i\beta r) + BJ_1(i\beta r)]\cos\varphi,$$

$$\Psi(r, \varphi) = iA\beta_t[H_1^{(1)}(i\beta_t r) + B_t J_1(i\beta_t r)]\sin\varphi;$$

при $r>R$

$$\Phi(r, \varphi) = AWkH_1^{(1)}(kr)\cos\varphi,$$

$$\Psi(r, \varphi) = AW_t k_t H_1^{(1)}(k_t r)\sin\varphi.$$

Из граничных условий при $r=R$ получим коэффициенты W, W_t, B, B_t. Ослабление продольных и сдвиговых волн равно соответственно $-20\lg\times$ $\times|W|$ дБ и $-20\lg|W_t|$ дБ. Не приводим громоздкие общие выражения для коэффициентов W и W_t. При $k_tR\gg1$, $\beta_tR\gg1$ их модули получим по формулам

$$|W|=\frac{2(\beta/k)^{5/2}}{\sqrt{1+(\beta/k)^2}}\exp(-\beta R),$$

$$|W_t|=\frac{2(\beta_t/k_t)^{5/2}}{\sqrt{1+(\beta_t/k_t)^2}}\exp(-\beta_tR).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исакович М. А., Кашина В. И., Тютекин В. В.* Применение систем резонаторов для звукоизоляции нормальной волны нулевого порядка в трубах и других длинных линиях // Научн.-техн. сб. Морское приборостроение. Сер. Акустика. 1972. Вып. 1. С. 117–125.
2. *Исакович М. А., Кашина В. И., Тютекин В. В.* Волноводная изоляция изгибных волн // Докл. VIII Всесоюз. акуст. конф. Т. 2. Сек. С. М: АКИН, 1973. С. 113.
3. *Исакович М. А., Кашина В. И., Тютекин В. В.* Способ виброизоляции продольных и изгибных волн в стержнях и пластинах: А. с. 440509 М. кл. *F16f* 15/00 // Б. И. 1974. № 31. С. 92.
4. *Цилькер Л. С.* Применение волноводных изоляторов для изоляции изгибных волн на платине, возбуждаемой точечной силой // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 4. С. 606–608.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965.
6. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13.IV.1987