

УДК 534.8+620.179

ЦИФРОВОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ РАССЕИВАТЕЛЕЙ  
МЕТОДОМ ПРОЕКЦИИ В СПЕКТРАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Бадалян В. Г., Базулин Е. Г.

Предложен метод быстрой обработки голограмм, полученных на различных частотах и многих направлениях. Увеличение скорости получения изображения достигается за счет совместной обработки данных и за счет того, что основная операция при восстановлении — это преобразование Фурье. Проанализировано влияние ограниченности апертуры на разрешающую способность. Приведены результаты численного моделирования по восстановлению моделей точечных рассеивателей.

Методы акустической голографии широко используются для обнаружения неоднородностей структуры различных объектов. При этом акустические голограммы, т. е. зарегистрированное поле, рассеянное неоднородностями, обрабатывается либо оптически, либо с помощью ЭВМ [1]. Восстановление голограмм на ЭВМ имеет ряд преимуществ перед оптическим восстановлением. К ним можно отнести: отсутствие такого промежуточного носителя голограммы, как фотопластинка, возможность улучшения отношения сигнал/шум в полученном изображении, совместной обработки голограмм, полученных на разных частотах и т. д. Вместе с тем скорость восстановления изображения рассеивателей и объем перерабатываемой информации при оптической обработке голограмм значительно больше, чем при цифровой. Поэтому увеличение скорости обработки голограмм на ЭВМ представляется весьма актуальным. Методы цифровой реконструкции акустических голограмм обычно используют дискретное преобразование Фурье, реализуемое либо программно, либо аппаратно с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ). Ниже рассматривается алгоритм получения изображения рассеивателей по акустическим голограммам — алгоритм проекции в спектральном пространстве (ПСП), в котором основной операцией является БПФ. Это позволяет существенно сократить время обработки голограмм по сравнению со временем их обработки методом угловых спектров.

Не ограничивая общности рассуждений, рассмотрим двумерное пространство с координатами  $xz$ . Будем считать, что излучатель и приемник пространственно совмещены. Падающее и рассеянное неоднородностями поле  $h(x, z)$  для случая временной зависимости  $e^{i\omega t}$ , удовлетворяют неоднородному волновому уравнению. Как известно, пространственный спектр функции  $h(x, z)$ , без учета неоднородных волн, отличен от нуля на окружности с радиусом, равным удвоенному волновому числу  $k=2\pi/\lambda$  в плоскости  $k_x k_z$ . Поэтому дальше для упрощения вида формул будем считать, что  $k=4\pi/\lambda$ . Такая структура спектра позволяет, пользуясь измерениями рассеянного поля вдоль линии  $z_h$ , определить значения двумерного спектра  $H(k_x, k_z)$  либо на верхней полуокружности (все рассеиватели расположены выше линии голограммы  $z_h=z_h^0$ ) [2],

$$H_0(k_x, k_z) = P_0(\exp(iz_h^0 \sqrt{k^2 - k_x^2}) F(h(x, z_h^0))), \quad (1)$$

либо на нижней (все рассеиватели под линией голограммы  $z_h=z_h^a$ )

$$H_a(k_x, k_z) = P_a(\exp(iz_h^a \sqrt{k^2 - k_x^2}) F(h(x, z_h^a))). \quad (2)$$

Здесь  $F$  — оператор прямого одномерного преобразования Фурье,  $h(x, z_h)$  — линейная голограмма вдоль линии  $z_h$ , а  $P_0$  и  $P_a$  — операторы проекции, которые переносят значение функции из точки  $(k_x, 0)$  соответственно в точку  $(k_x, \sqrt{k^2 - k_x^2})$  или в  $(k_x, -\sqrt{k^2 - k_x^2})$ . Если воспользоваться голограмм-

мами вдоль линий  $z_h^0$  и  $z_h^\pi$  одновременно, то можно найти двумерный спектр поля  $\hat{h}(x, z)$  (без учета неоднородных волн) на всей окружности радиуса  $k$ :

$$\hat{H}(k_x, k_z) = H_0(k_x, k_z) + H_\pi(k_x, k_z). \quad (3)$$

В одночастотном варианте изображение рассеивателей в виде восстановленного значения поля  $\hat{h}(x, z)$  можно найти, применив обратное, но уже двумерное преобразование Фурье либо к  $H_0(k_x, k_z)$ , либо к  $H_\pi(k_x, k_z)$ , либо к  $\hat{H}(k_x, k_z)$ . Полученное таким образом изображение может существенно отличаться от истинной формы дефектов, так как используемой информации может оказаться недостаточно для однозначного восстановления из-за существования, «неизлучающих» конфигураций [3].

Таким образом, алгоритм визуализации неоднородностей можно записать или в виде

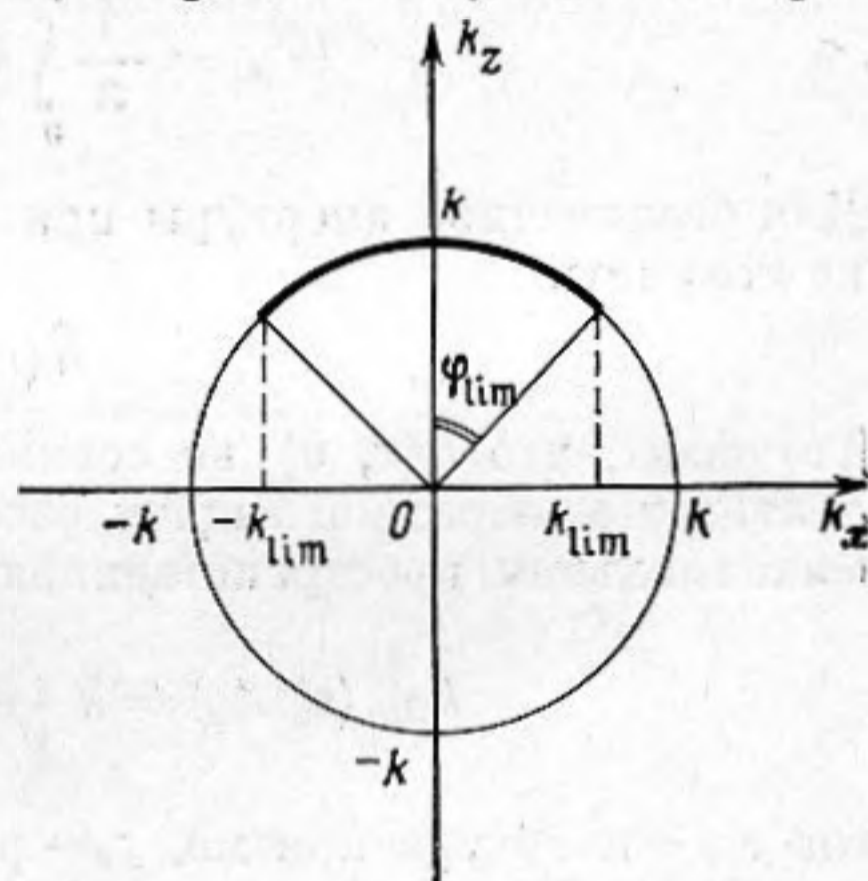
$$\hat{h}_0(x, z) = F_2^{-1}(P_0(\exp(iz_h^0 \sqrt{k^2 - k_x^2}) F(h(x, z_h^0)))) \quad (4)$$

или

$$\hat{h}(x, z) = F_2^{-1}(P_0(\exp(iz_h^0 \sqrt{k^2 - k_x^2}) F(h(x, z_h^0))) + P_\pi(\exp(iz_h^\pi \sqrt{k^2 - k_x^2}) F(h(x, z_h^\pi)))), \quad (5)$$

где  $F_2^{-1}$  — оператор двумерного обратного преобразования Фурье. Формулы (4) и (5) можно рассматривать как алгоритмы получения изображения рассеивателей в случае измерения голограммы как с одной стороны от области локализации неоднородностей, так и с двух.

В трехмерном пространстве спектр поля, измеренного по всему объему без учета неоднородных волн, будет отличен от нуля лишь на сфере радиуса  $k$  в пространстве  $k_x k_y k_z$  [4]. Это позволяет обобщить полученный результат и на трехмерный случай. Поэтому все дальнейшие рассуждения и расчеты проводятся только для случая двумерного пространства. Рассмотрим функцию рассеяния точки (ФРТ) [5], с помощью которой можно оценить качество изображения, создаваемого системой визуализации. Считая, что в точке с координатами  $(0, 0)$  помещен точечный рассеиватель, найдем из (4) и (5) вид ФРТ. Выражения (4) и (5) в полярной системе координат (фиг. 1) можно записать как



Фиг. 1. Вид спектра  $\hat{H}(k_x, k_z)$

$$\hat{h}(r, \theta) = \int_0^{2\pi} W(\varphi) e^{-i\mathbf{r} \cdot \mathbf{k} \cos(\varphi - \theta)} k d\varphi, \quad (6)$$

где

$$\begin{cases} x = r \cos \theta, \\ z = r \sin \theta, \end{cases} \quad \begin{cases} k_x = k \cos \varphi, \\ k_z = k \sin \varphi, \end{cases}$$

$W(\varphi) = 1$  для (5) и

$$W(\varphi) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varphi \leq \pi/2, \quad 3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ 0, & \pi/2 < \varphi < 3\pi/2 \end{cases} \quad \text{для (4).}$$

Если воспользоваться разложением функции  $W(\varphi)$  в ряд Фурье

$$W(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_n e^{in\varphi}$$

и учесть, что

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x),$$

$$J_n(x) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \varphi + in\varphi} d\varphi,$$

где  $J_n$  — функция Бесселя  $n$ -порядка, то можно окончательно записать ФРТ как

$$\hat{h}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (c_{2n}(\theta) J_{2n}(kr) + ic_{2n+1}(\theta) J_{2n+1}(kr)), \quad (7)$$

для

$$c_0 = 2\pi W_0,$$

$$c_n(\theta) = 2\pi (W_{nc} \cos n\theta + W_{ns} \sin n\theta),$$

$$W_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} W(\varphi) d\varphi,$$

$$W_{nc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} W(\varphi) \cos n\varphi d\varphi,$$

$$W_{ns} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} W(\varphi) \sin n\varphi d\varphi.$$

Для бесконечной апертуры при использовании алгоритма (5) из (6) легко получить

$$\hat{h}(r, \theta) = J_0(kr). \quad (8)$$

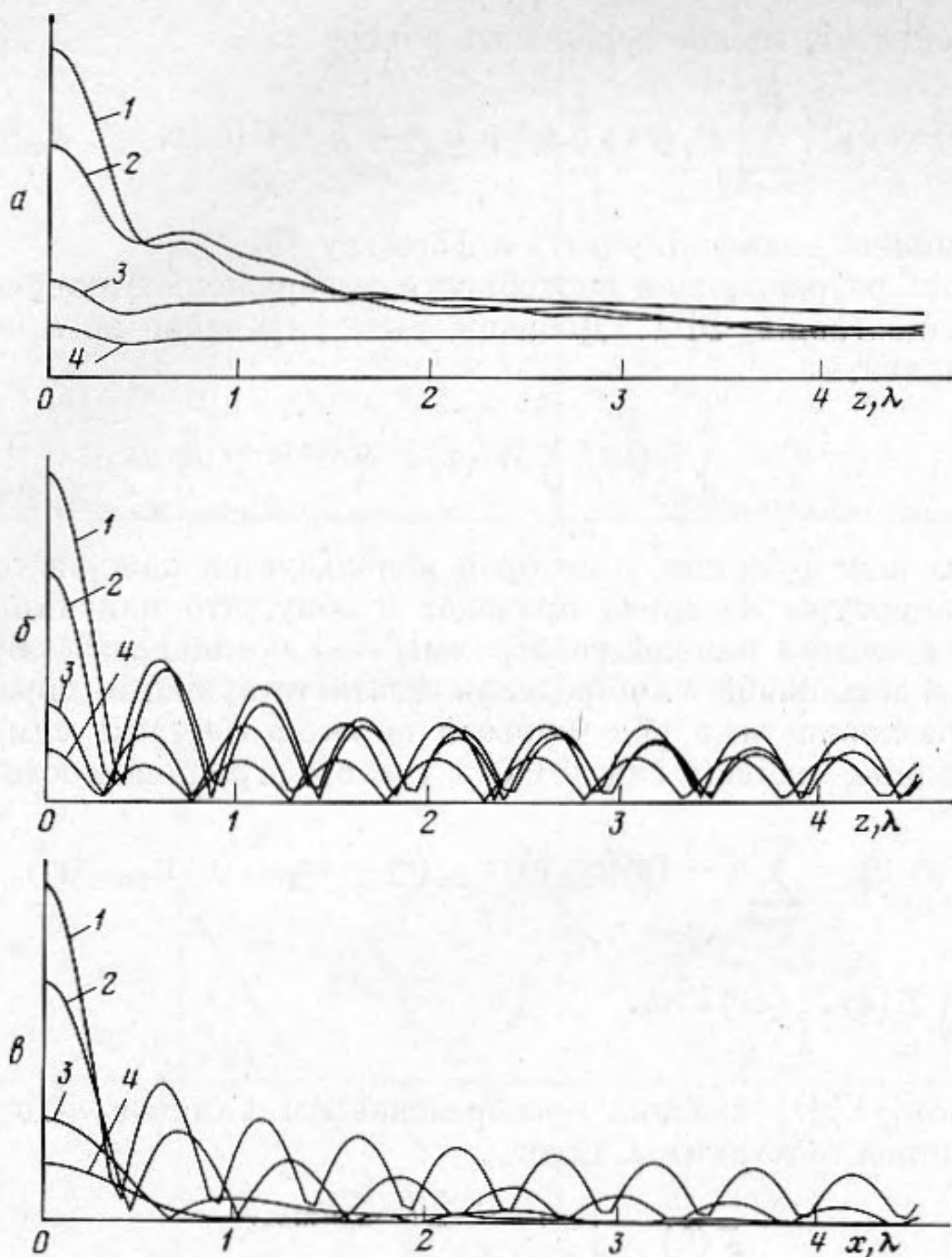
Тот факт, что  $\hat{h}(r, \theta)$  не совпала с функцией Ганкеля, связан с некорректностью обратной задачи рассеяния. В случае ограниченной апертуры максимальная пространственная частота голограммы уменьшается

$$k_{\text{lim}}(z_0/A_x) = k \frac{A_x/2z_0}{\sqrt{1 + (A_x/2z_0)^2}} = k \sin \varphi_{\text{lim}}, \quad (9)$$

где  $A_x$  — апертура приема,  $z_0$  — расстояние до линии регистрации от рассеивателя. Тогда при использовании голограммы вдоль линии  $z_0$ , функция  $W(\varphi)$  входящая в состав выражений (6) и (7) будет определена как

$$W(\varphi) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varphi \leq \varphi_{\text{lim}}, \quad 2\pi - \varphi_{\text{lim}} \leq \varphi \leq 2\pi, \\ 0, & \varphi_{\text{lim}} < \varphi < 2\pi - \varphi_{\text{lim}}. \end{cases}$$

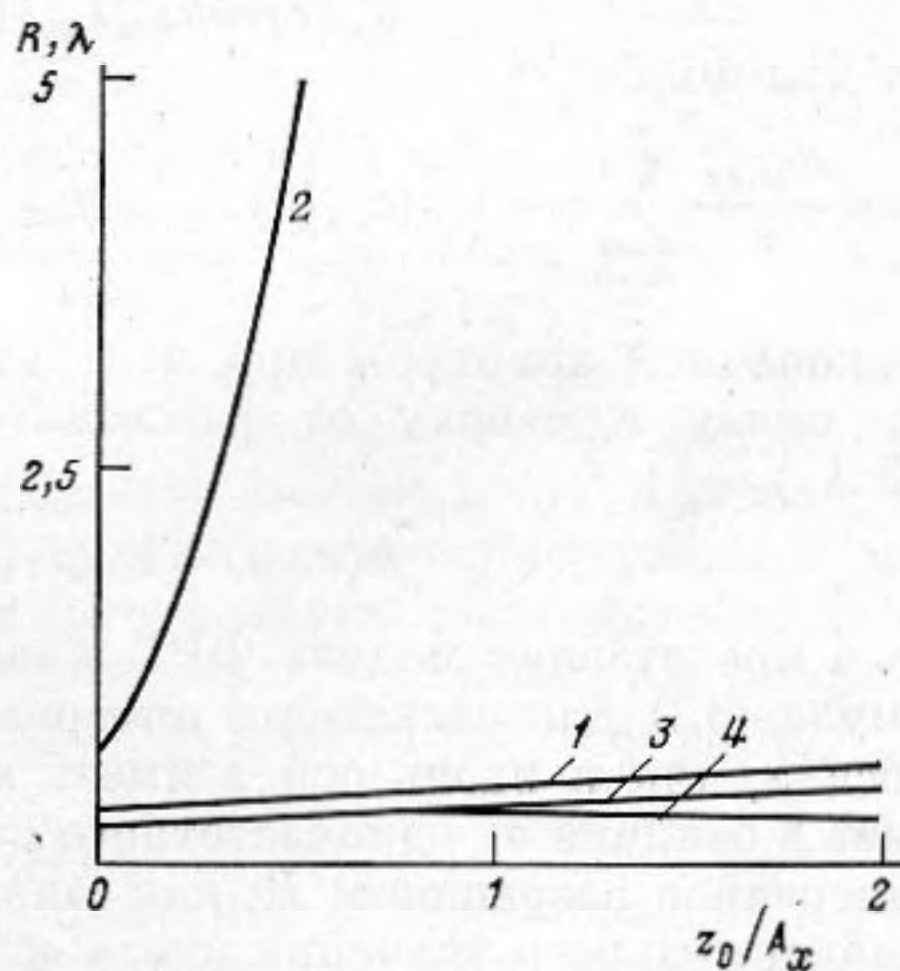
Тогда после реконструкции двумерного спектра по (2) или (3) вклад в формирование изображения будет вносить лишь часть спектра  $\hat{H}(k_x, k_z)$ . (На фиг. 1 она отмечена толстой линией как часть окружности.) Поэтому если надлежащим образом сформировать функцию  $W(\varphi)$  в (7), то можно рассчитать ФРТ с учетом ограниченности апертуры. Вид модуля функции ФРТ  $\hat{h}(x, z)$  вдоль оси  $x$  для алгоритмов по формуле (4) и (5) с точностью до множителя 2 совпадают (фиг. 2, в). Распределение ее модуля при  $z_0/A_x \rightarrow \infty$  вдоль оси  $z$  стремится к  $|\cos kz|$  в случае алгоритма (5) (фиг. 2, б), а вид ее огибающей совпадает с модулем ФРТ вдоль оси  $z$  при использовании алгоритма (4) (фиг. 2, а). Поперечную разрешающую способность  $R_x$  можно оценить как ширину модуля ФРТ на уровне 0,707 от ее максимального значения. Учитывая немонотонность спада по  $z$  модуля функции  $h(x, z)$ , будем оценивать продольное разрешение  $R_z$  по уровню 0,5. Зависимости  $R_x$  и  $R_z$  от отношения  $z_0/A_x$  представлены на фиг. 3. Видно, что несмотря на близость  $R_x$  и  $R_z$  между собой при  $z_0/A_x \rightarrow 0$ , с увеличением  $z_0/A_x$  продольное разрешение  $R_z$  ухудшается существенно быстрее, чем  $R_x$ . Поэтому для определения  $z$  координаты необходимо



Фиг. 2

Фиг. 2. Вид модуля ФРТ при использовании алгоритма (4) (а, в) и алгоритма (5) (б, в) при различных  $z_0/A_x$ : 1 — 0; 2 — 0,25; 3 — 1; 4 — 2

Фиг. 3. Зависимости продольного и поперечного разрешения от отношения  $z_0/A_x$  для одночастотного варианта ПСП ( $R_x - 1$ ,  $R_z - 2$ ) и многочастотного варианта ПСП ( $R_x^M - 3$ ,  $R_z^M - 4$ ) для диапазона частот  $(0, k_{\max})$



Фиг. 3

пользоваться дополнительной информацией, например временным стробированием [6].

Широкое распространение получила многочастотная голография [7, 8], применение которой существенно улучшает продольное разрешение  $R_z$ . Метод ПСП, выраженный формулами (4) или (5), легко трансформируется в многочастотный вариант. При этом спектры голограмм на разных частотах проецируются операторами  $P_0$  и  $P_\pi$  на окружность своего радиуса  $k_m$ , где  $m$  — номер частоты при которой регистрируется голограмма. После того как будет завершена эта операция, применяя обратное двумерное преобразование Фурье, можно найти изображение рассеива-

теля. Выражение (4) можно переписать в виде

$$\hat{h}_0(x, z) = F_2^{-1} \left( \sum_{m=1}^M P_0 (\exp(iz_h^0 \sqrt{k_m^2 - k_x^2}) F(h(x, z_h^0; k_m))) \right). \quad (10)$$

Аналогично можно модифицировать и формулу (5).

Для оценки разрешающей способности изображения, полученного таким образом, построим ФРТ. Добавив интегрирование по  $k$ , выражение (6) можно записать

$$h(r, \theta) = \int_0^\infty T(k) k \int_0^{2\pi} W(\varphi) e^{-ikr \cos(\varphi - \theta)} d\varphi dk, \quad (11)$$

где  $T(k)$  — весовая функция, с которой используется каждая голограмма. Конечность апертуры  $A_x$  снова приведет к тому, что максимальная пространственная частота каждой голограммы  $k_{lim}$ , согласно (9), будет меньше предельно возможной  $k$ . Определив соответствующим образом функцию  $W(\varphi)$ , разложив ее в ряд Фурье и поменяв местами суммирование и интегрирование, найдем вид ФРТ с учетом ограниченности апертуры

$$\hat{h}(r, \theta) = \sum_{n=0}^\infty (-1)^n (c_{2n}(\theta) V_{2n}(r) + i c_{2n+1}(\theta) V_{2n+1}(r)), \quad (12)$$

где  $V_n(r) = \int_0^\infty T(k) J_n(kr) k dk$ .

Таким образом,  $V_n(r)$  связана преобразованием Ганкеля  $n$ -го порядка с весовой функцией голограммы. Если

$$T(k) = \begin{cases} 1, & 0 \leq k \leq k_{max}, \\ 0, & k > k_{max}, \end{cases}$$

то

$$V_n(r) = k_{max} J_{n+1}(k_{max}r) / r,$$

что дает для ФРТ

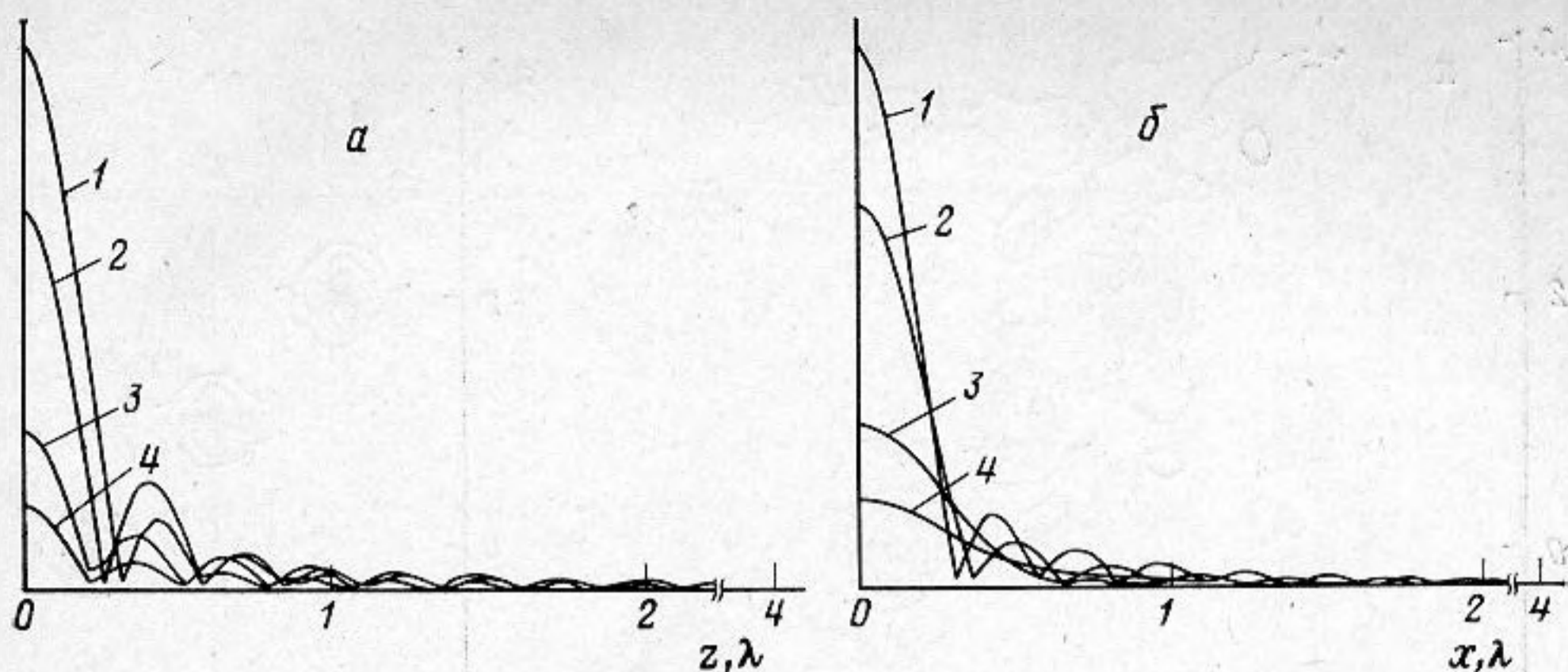
$$\hat{h}(r, \theta) = \frac{k_{max}}{r} \sum_{n=0}^\infty (-1)^n (c_{2n}(\theta) J_{2n+1}(k_{max}r) + i c_{2n+1}(\theta) J_{2(n+1)}(k_{max}r)). \quad (13)$$

Для бесконечной апертуры при использовании голограмм, зарегистрированных снизу и сверху от рассеивателя ( $W(\varphi) = 1$ ,  $c_0 = 1$ ,  $c_n = 0$ ,  $n = 1, 2, 3 \dots$ ),

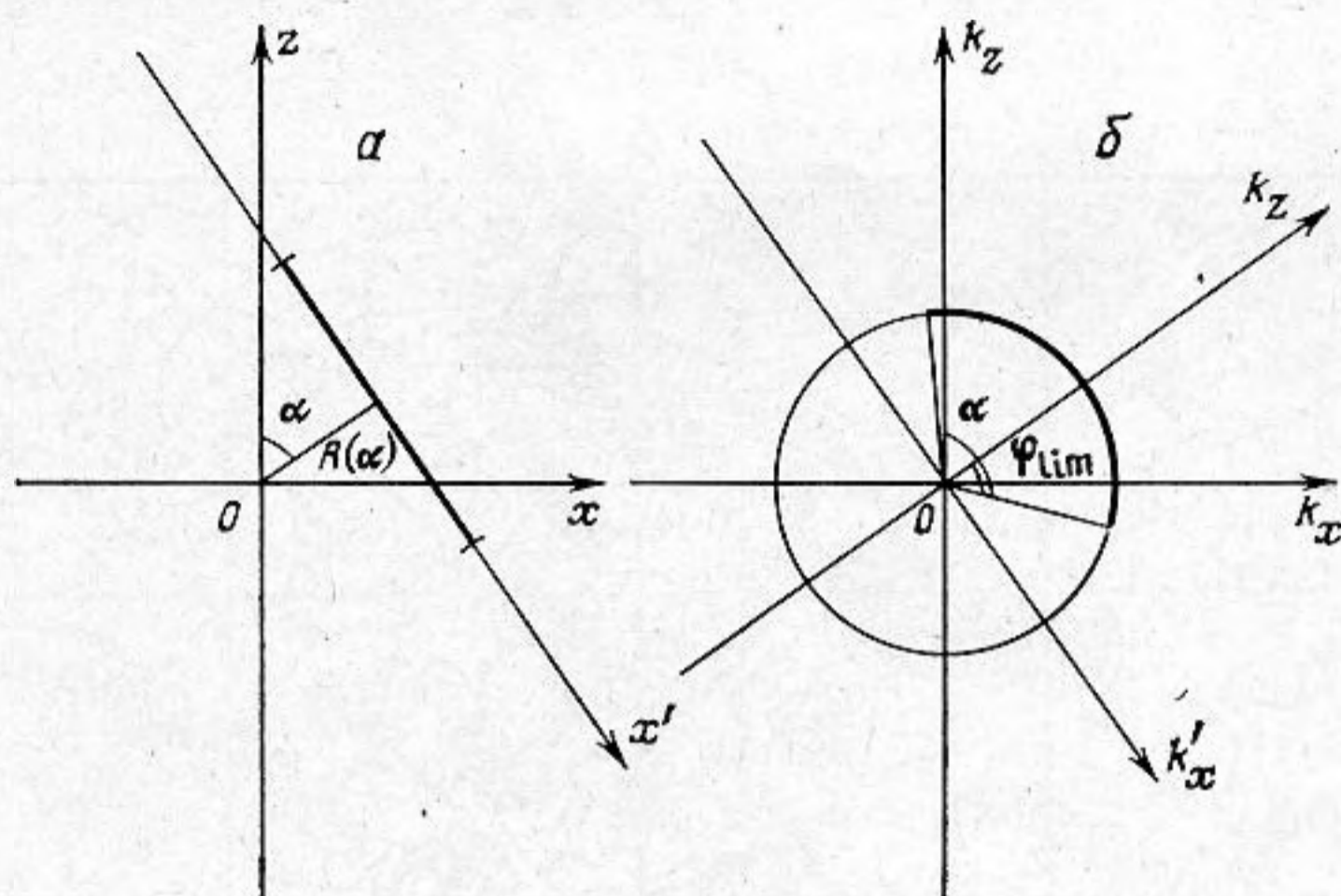
$$\hat{h}(r, \theta) = k_{max} J_1(k_{max}r) / r. \quad (14)$$

На фиг. 4 представлен модуль ФРТ в зависимости от  $z_0/A_x$ , рассчитанный по формуле (13) для частотного интервала  $(0, k_{max})$ . Видно, что ФРТ как вдоль оси  $x$ , так и вдоль оси  $z$  имеет ярко выраженный максимум. Это позволяет в отличие от одночастотного варианта ПСП оценить продольное  $R_z$  и поперечное разрешение  $R_x$  как ширину модуля ФРТ на уровне 0.707 от его максимального значения вдоль оси  $z$  и  $x$ . На фиг. 3 приведены графики зависимости  $R_x^M$  и  $R_z^M$  от  $z_0/A_x$ . Видно, что  $R_x^M$  и  $R_z^M$  слабо отличаются друг от друга. Однако в многочастотном выражении ПСП уровень «боковых лепестков» (фиг. 4, б) значительно меньше, чем в одночастотном (фиг. 2, в). Что касается продольного разрешения  $R_z^M$ , то для многочастотного варианта ПСП оно практически не зависит от  $z_0/A_x$  при  $\Delta k/k > 0.5$ .

Отметим, что уменьшение апертуры приводит не только к ухудшению разрешения, но и к неполноте восстановления плоских наклонных рассеивателей [9]. Это выражается в том, что в их восстановленном изображении остается информация только о краях рассеивателя и поэтому теряется возможность судить о форме неоднородности. Решить эту задачу можно путем регистрации голограммы на как можно большей линейной



Фиг. 4. Вид модуля ФРТ при различных значениях  $z_0/A_x$  вдоль оси  $z$  (а) и  $x$  (б) для многочастотного варианта ПСП: 1 — 0; 2 — 0,25; 3 — 1; 4 — 2

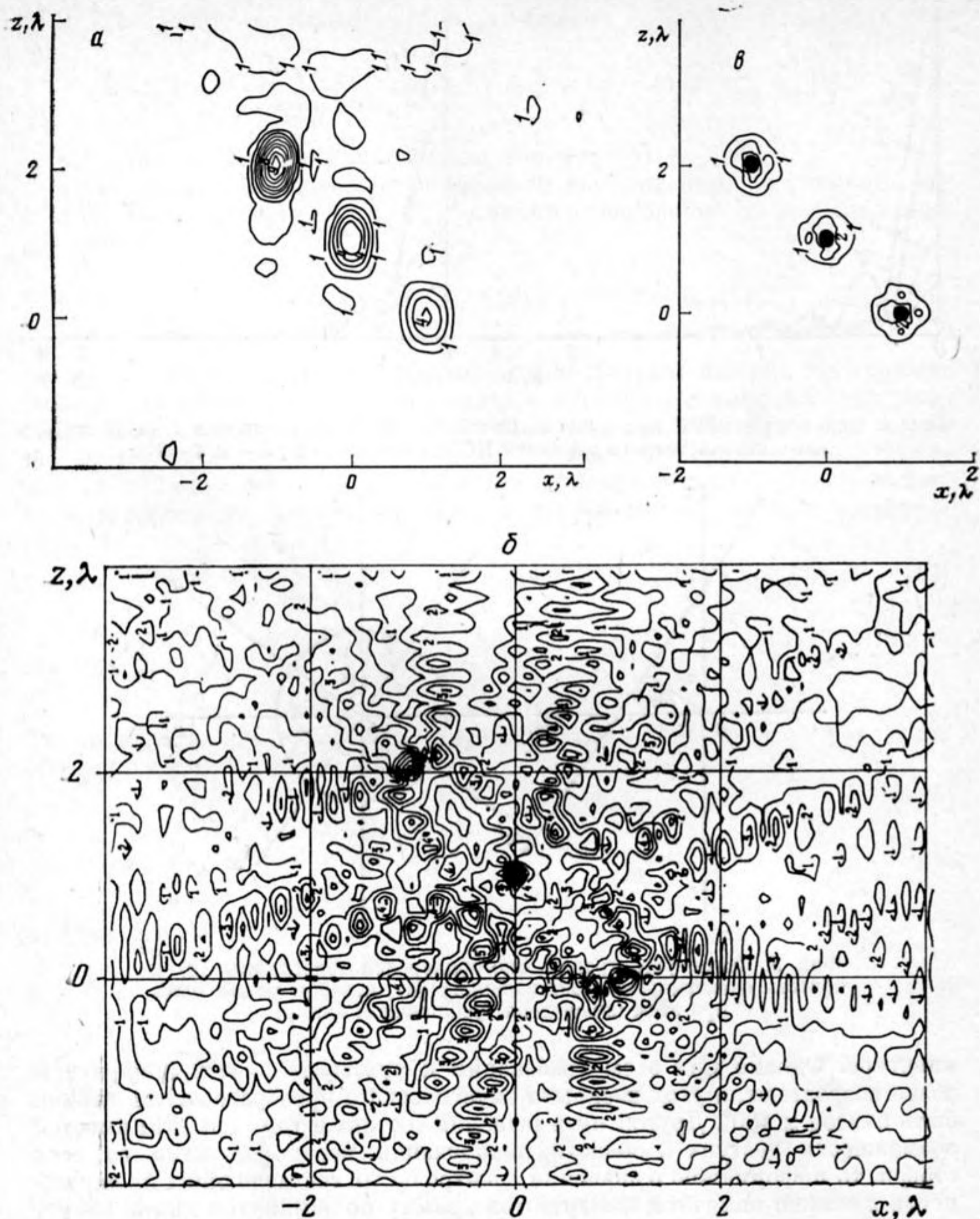


Фиг. 5. Схема регистрации многоракурсной голограммы (а) и область спектральных составляющих (б), которая может быть при этом определена (утолщенная линия)

апертуре. Однако при этом требования к чувствительности аппаратуры резко возрастают, а угол раскрытия акустического преобразователя должен быть близок к  $180^\circ$ . Другой путь решения состоит в том, что если имеется возможность доступа к области локализации неоднородностей со всех сторон, то информацию о значении спектральных составляющих на окружности  $k$  можно получить, измерив голограмму по замкнутой линии вокруг рассеивателей [10] или измерив нужное количество голограмм с различных ракурсов [11, 12].

Рассмотрим возможность реализации метода ПСП для обработки голограмм, полученных с различных направлений  $\alpha$ , как показано на фиг. 5, а. Введем систему координат  $k'_x k'_z$  в области спектрального пространства, которая повернута на угол  $\alpha$  относительно системы координат  $k_x k_z$ . Пусть ось  $x'$ , по которой регистрируется голограмма на апертуре  $A_x$  (отмечена толстой линией), определяется углом  $\alpha$  и находится на расстоянии  $R(\alpha)$  от начала координат. Тогда, применив к спектру голограммы оператор  $P_\alpha$ , можно найти часть двумерного спектра  $\hat{H}(k_x, k_z)$ , которая изображена на фиг. 5, б толстой линией. Оператор  $P_\alpha$  переносит в системе координат  $k'_x k'_z$  значение функции из точки  $(k'_x, 0)$  в точку  $(k'_x, \sqrt{k^2 - k'^2_x})$ , которая связана с точкой  $k_x k_z$  аффинным преобразованием

$$\begin{aligned} k_z &= -k'_x \sin \alpha + k'_z \cos \alpha, \\ k_x &= k'_x \cos \alpha + k'_z \sin \alpha. \end{aligned} \quad (15)$$

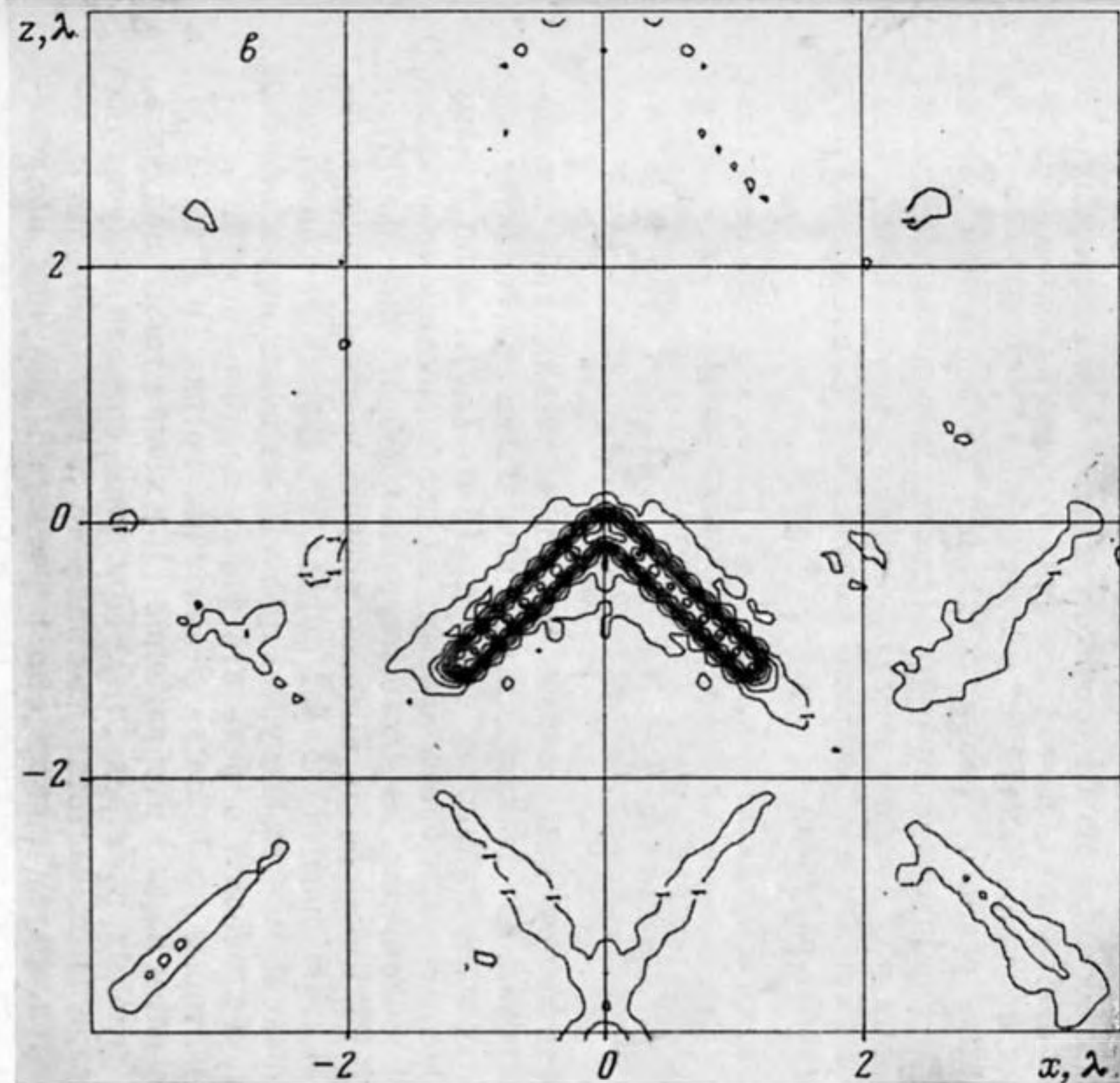
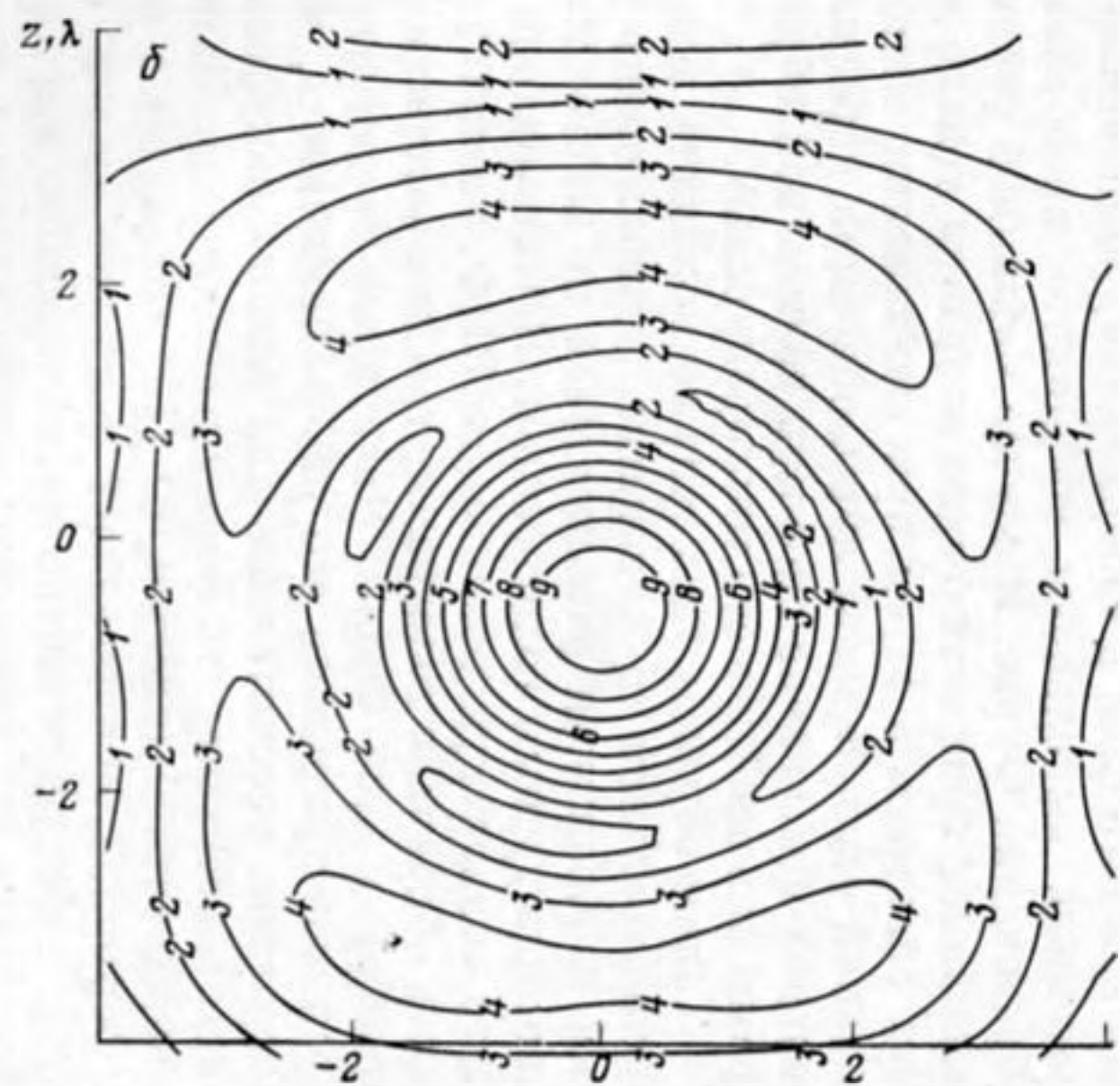
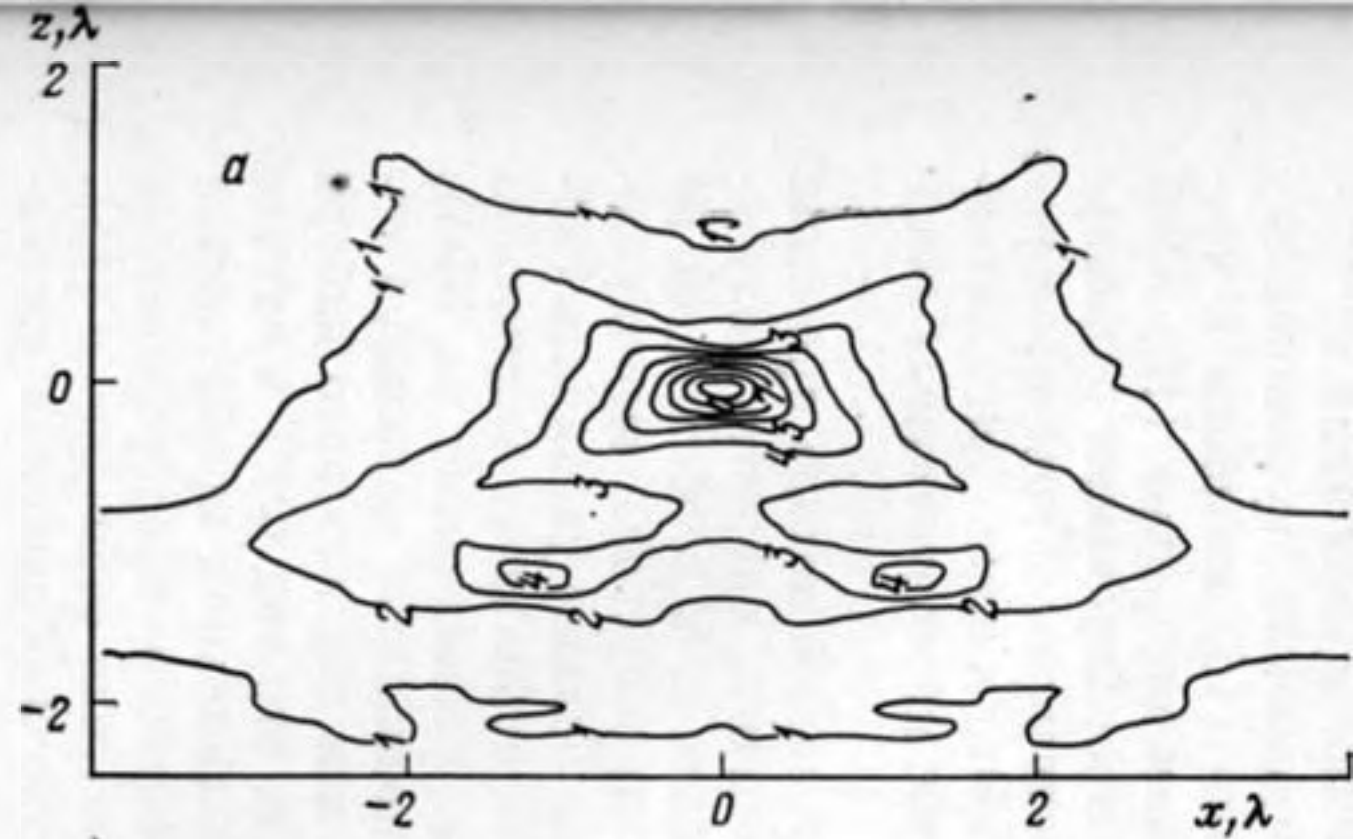


Фиг. 6. Изображение трех точечных рассеивателей, полученных методом ПСП: а — 10 частот, одна конфигурация; б — одна частота, 18 конфигураций; в — 10 частот, 18 конфигураций

Используя несколько углов  $\alpha_j$  ( $j=1, \dots, J$ ) и многочастотный вариант ПСП (13), алгоритм реконструкции изображения рассеивателей окончательно будет иметь вид

$$\hat{h}_0(x, z) = F_2^{-1} \left( \sum_{m=1}^M k_m \sum_{j=1}^J P_{\alpha_j} (\exp(iR(\alpha_j) \sqrt{k_m^2 - k_x'^2}) F(h_{mj}(x'))) \right), \quad (16)$$

где  $h_{mj}(x')$  — голограмма, зарегистрированная на частоте  $k_m$  и при угле  $\alpha_j$ . Если голограммы зарегистрированы при достаточном количестве углов  $\alpha$ , определяемом углом раскрыва акустического преобразователя, в частотном интервале  $(0, k_{\max})$ , то несмотря на конечные размеры апертуры  $A_x$ , ФРТ будет иметь вид (14).



Фиг. 7. Изображение модели протяженного резонатора, полученное методом ПСП: *a* – 10 частот, одна конфигурация; *б* – одна частота, 18 конфигураций; *в* – 10 частот, 18 конфигураций

Процесс восстановления изображения рассеивателей методом ПСП моделировался на ЭВМ. При синтезе голограмм предполагалось, что ее регистрация происходит методом синтезированной апертуры при совмещенном точечном приемнике — излучателе. Расстояние  $R$  до голограмм, каждая из которых состояла из 64 отсчетов, взятых через интервал  $\lambda/8$ , было равно  $8\lambda$  для любых  $\alpha$  ( $z_0/A_x=1$ ). На фиг. 6 представлено изображение трех точечных неоднородностей с координатами  $(-\lambda, 2\lambda)$ ,  $(0, \lambda)$  и  $(\lambda, 0)$ . Номера линий равного уровня совпадают со значением модуля функции  $\hat{h}(x, z)$ , отнормированного к 10. Ниже приведены значения параметров регистрации при которых восстанавливались изображения. Наилучшим качеством обладает изображение, полученное с использованием многих частот и многих ракурсов.

Фиг. 6, 7	Кол-во частот	Диапазон частот	Кол-во конфигураций	Диапазон углов
<i>a</i>	10	0,9	1	0
<i>б</i>	1	0	18	0–2 $\pi$
<i>в</i>	10	0,9	18	0–2 $\pi$

На фиг. 7 представлено изображение модели «протяженной» неоднородности, сформированной девятнадцатью точечными рассеивателями. Изображение, полученное на многих частотах (фиг. 7, *a*), но по одному ракурсу, не позволяет определить форму неоднородности — «светятся» только ее края. Одночастотное, но многоракурсное изображение (фиг. 7, *б*) в силу того, что ФРТ имеет очень высокий уровень «боковых лепестков» (см. формулу (8)), также не позволяет определить форму рассеивателя. И только использование многих ракурсов (фиг. 7, *в*) и частот достаточно широкого диапазона позволяет определить форму неоднородности.

Рассмотрим некоторые особенности реализации метода ПСП на ЭВМ. При наличии голограмм  $h_{mj}(x')$  изображение (16) можно также получить, используя метод угловых спектров [13]. При этом сначала получают изображения на отдельных частотах для каждого ракурса, которые когерентно складываются. Затем необходимо пересчитать матрицу полученного изображения для угла  $\alpha_j$  с учетом (15) и опять когерентно сложить с изображением, полученным при  $\alpha=0$ . После того как будут рассмотрены все углы, будет получено результирующее изображение. При таком способе обработки данных ЭВМ выполняет расчет множителей типа  $e^{it\sqrt{k^2-k_x^2}}$  для каждого слоя в изображении, комплексное умножение двух линейных массивов, выполнения аффинного преобразования (15) матрицы и преобразования Фурье. В случае машинной реализации алгоритма (16) ЭВМ выполняет арифметические операции только при проецировании одномерных спектров, а затем при выполнении спецпроцессором фурье-преобразований осуществляет лишь операции пересылки. Это должно дать значительное повышение скорости совместной обработки многочастотных голограмм, и в особенности многоракурсных.

Таким образом, показана возможность использования метода проекции в спектральном пространстве, позволяющего увеличить скорость получения изображения рассеивателей по многочастотным и, в особенности по многоракурсным голограммам. Использование спецпроцессора, выполняющего аппаратную реализацию БПФ, позволяет еще больше увеличить скорость обработки голограмм, так как алгоритм ПСП использует в основном преобразование Фурье. Численные эксперименты, проведенные на ЭВМ, продемонстрировали его работоспособность, что позволило, используя голограммы, рассчитанные для разных ракурсов и для достаточного набора частот, восстановить форму рассеивателя. Заметим, что вид ФРТ в случае одночастотной голограммы (13) совпадает в параксиальном приближении с формулой, описывающей фокусное пятно кольцевого преобразователя [11], а фокусное пятно дискообразного преобразователя совпадает с (14). Используя эту аналогию, можно улучшать качество изображения рассеивателей, полученных по одночастотной голограмме за счет уменьшения уровня «боковых» лепестков, используя технику  $\cos^{2n} \theta$  множителей [15] или метод « $J^2$ -синтез» [16].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Акустическая голография/Под ред. Прохорова В. Г. Л.: Судостроение, 1975. 304 с.
2. Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
3. *Devonney A. J.* Nonuniqueness in the inverse scattering problem // *J. Math. Phys.* 1987. V. 19. № 17. P. 1526-1531.
4. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
5. Обратные задачи в оптике/Под ред. Болтса Г. П. М.: Машиностроение, 1984. 200 с.
6. *Бадалян В. Г.* Влияние стробирования на разрешающую способность систем акустической голографии // *Дефектоскопия.* 1987. № 4. С. 56-63.
7. *Ernert H., Korg R.* Multifrequency acoustical holography // *IEEE Trans. Sonic and Ultrasonics.* 1979. V. 26. № 4. P. 279-750.
8. *Certo M.* Three-dimensional defect imaging by multifrequency acoustical holography // *Mater. Eval.* 1983. V. 41. № 7. P. 946-950.
9. *Berger M., Brück D., Fischer M., Langenberg K. J., Oberst J., Schmitz V.* Potential and limits to holographic reconstruction algorithm // *J. Nondestructive Evaluation.* 1981. V. 2. № 2. P. 85-111.
10. *Langenberg K. J., Fischer M., Berger M., Weinfurter G.* Imaging performance of generalized holography // *JASA.* 1986. V. 3. № 3. P. 329-339.
11. *Adams M. F., Anderson A. P.* Tomography from multiview ultrasonic diffraction data: comparison with image reconstruction from projection // *Acoust. Imaging.* 1982. V. 3. P. 365-380.
12. *Langenberg K. J., Schmitz V.* Generalized tomography as a unified approach to linear inverse scattering: theory and experiment // *Acoustical Imaging.* 1985. V. 14. P. 283-294.
13. *Гудмен Дж.* Введение в фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 364 с.
14. *Uilkomerson D.* Acoustical imaging with thin annular aperture // *Acoust. Holography.* 1974. V. 5. P. 293-316.
15. *Маковски А.* Теория систем изображения с использованием решеток // *Системы акустического изображения* // Под ред. Уайда Г. Л.: Судостроение, 1981. С. 96-100.
16. *Wild J. P.* A new method of image formation with annular apertures and on application in radio astronomy // *Proc. Roy. Soc.* 1965. V. 286A. № 1407. P. 499-509.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
6.III.1987