АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIV 1988 Вып. 2

УДК 538.3

# СТЕПЕНЬ ДЕТЕРМИНИРОВАННОСТИ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ И КОГЕРЕНТНАЯ ОБРАБОТКА ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

*Гиндлер И. В., Кравцов Ю. А.*

Рассмотрены вопросы, связанные с коррекцией дисперсионных искажений сложных сигналов, распространяющихся в случайно-неоднородных средах. В качестве меры дисперсионных искажений используется отношение сигнал/шум на выходе коррелятора сигнала, прошедшего среду, и опорного сигнала. Изучена связь выходного отношения сигнал/шум со степенью детерминированности волнового поля.

Дисперсионные эффекты при распространении широкополосных сигналов с относительной шириной полосы частот $\Delta\omega/\omega_0 \geqslant 10^{-2}$ могут быть весьма значительными и заметно ухудшать параметры различных томографических схем при корреляционной обработке сигналов. В работах [1, 2] рассмотрено влияние дисперсионных свойств природных волноводов на квадратурный корреляционный прием широкополосных импульсов на фоне шума. В указанных работах, как и в данной работе, предполагается, что корреляционный приемник реализован без учета дисперсионных свойств среды распространения, т. е. спроектирован по классической квадратурной схеме [3]. Основным наблюдаемым эффектом в последнем случае является разделение во времени корреляционных откликов сигналов, приходящих по отдельным модам.

Анализ эффективности работы такого (заведомо неоптимального) приемника в диспергирующих средах требует знания точной функции Грина рассматриваемой среды [4]. В данной работе функции Грина среды предполагаются известными не точно, причем неточность является либо следствием неполноты априорных данных, либо обусловлена нестационарностью среды распространения.

Количественная характеристика эффективности работы коррелятора, согласованного не с принимаемым, а с излучаемым сигналом (и, следовательно, количественная характеристика «разделения мод»), вообще говоря, различна в зависимости от конкретной задачи исследования. Можно использовать, например, дисперсию оценки времени прихода сигналов по каждой моде (в задачах томографии), допплеровские искажения (измерение скорости течений), уширение основного пика корреляционного отклика (исследование случайных неоднородностей). В данной работе, как и в [1, 2, 4], используется пиковое отношение сигнал/шум $q_0$ на выходе квадратурного корреляционного приемника, поскольку данная характеристика является интегральным энергетическим критерием отличия применяемой системы обработки от оптимальной.

Будем характеризовать среду распространения функцией Грина $G(\omega, \mathbf{r})$, $\mathbf{r}=\mathbf{r}_s-\mathbf{r}_r$, $\mathbf{r}_s$ и $\mathbf{r}_r$ — радиус-векторы фазовых центров передающей и приемной антенн. Если корреляционный приемник реализован без учета дисперсионных свойств среды, то согласно [2]

$$q_0(\mathbf{r})=\frac{2E_0}{N_0}\alpha(\mathbf{r}),$$
$$\alpha(\mathbf{r})=|\langle G'(\omega, \mathbf{r})\rangle_{\Delta\omega}|^2,\ E_0=S_0\Delta\omega/\pi, \tag{1}$$

где $E_0$ — энергия излученного сигнала; $N_0$ — спектральная плотность мощности аддитивного изотропного гауссова белого шума, приходящаяся на 1 Гц; $G'(\omega, \mathbf{r})=|G(\omega, \mathbf{r})|\exp[i\varphi(\omega, \mathbf{r})]$ — функция Грина среды распро-

странения, из фазового множителя которой вычтен линейный по частоте фазовый сдвиг, который соответствует времени распространения сигналов от источника до приемника и не влияет на пиковое отношение сигнал/шум; $\alpha(\mathbf{r})$ — коэффициент, учитывающий ухудшение помехоустойчивости в среде с дисперсией и затуханием, $S(\omega)$ — спектр излученного сигнала $s(t)$, имеющий ширину полосы частот $F=\Delta\omega/2\pi$. База сигнала $B=FT$ ($T$ — длительность сигнала) предполагается большой, так что модуль спектра сигнала $S_0=|S(\omega)|^2$ можно считать равномерным в интервале частот П, задаваемых неравенством $\omega_0-\Delta\omega/2\leqslant\omega\leqslant\omega_0+\Delta\omega/2$.

Угловые скобки в (1) для произвольной функции $\xi(\omega)$ означают усреднение по частоте,

$$\langle\xi(\omega)\rangle_{\Delta\omega}\equiv\frac{1}{\Delta\omega}\int\limits_{\Pi}\xi(\omega)\,d\omega.$$

Из (1) следует, что максимальное значение $\alpha(\mathbf{r})$ равно $\beta(\mathbf{r})=\langle|G(\omega,\mathbf{r})|^2\rangle_{\Delta\omega}$ соответствует когерентному сложению корреляционных откликов сигналов каждой моды, т. е. оптимальному приемнику в задаче обнаружения сигнала.

Выражение (1) получено для стационарной среды. Нестационарность реальной случайно-неоднородной среды приводит к нелинейным искажениям сигнала, но при достаточно медленных (по сравнению с $T$) флуктуациях искажения спектра можно считать адиабатическими и интересоваться усредненным по ансамблю реализаций функций Грина выходным отношением сигнал/шум $\bar{q}_0(\mathbf{r})$:

$$\bar{q}_0(\mathbf{r})=\frac{2E_0}{N_0}\bar{\alpha}(\mathbf{r}),\quad \bar{\alpha}(\mathbf{r})=\mathrm{Re}\,\frac{1}{(\Delta\omega)^2}\iint\limits_{\Pi\Pi}R_{G'}(\omega_1,\omega_2,\mathbf{r})\,d\omega_1\,d\omega_2\equiv$$

$$\equiv\mathrm{Re}\,\langle R_{G'}(\omega_1,\omega_2,\mathbf{r})\rangle_{(\Delta\omega)^2},\tag{2}$$

$$R_{G'}(\omega_1,\omega_2,\mathbf{r})=\overline{G'(\omega_1,\mathbf{r})\,G'^*(\omega_2,\mathbf{r})},$$

где черта сверху означает усреднение по ансамблю реализаций.

Из (2) следует, что расширение полосы частот излученного сигнала, предпринимаемое для увеличения разрешающей способности по времени прихода сигналов, ограничено сверху полосой частотной когерентности среды распространения $W(\omega_0)$, определяемой из условия спадания коэффициента корреляции амплитуд двух узкополосных сигналов с частотами $\omega_0\pm W/2$ до заданного уровня, например 0,5:

$$\frac{\overline{G'(\omega_0-W/2)\,G'^*(\omega_0+W/2)}}{\overline{|G(\omega_0)|^2}}=1/2.$$

Нетрудно заметить, что максимальное значение $\bar{\alpha}(\mathbf{r})$ равно $\bar{\beta}(\mathbf{r})=\langle R_G(\omega,\omega,\mathbf{r})\rangle_{\Delta\omega}$, $R_G(\omega_1,\omega_2,\mathbf{r})=\overline{G(\omega_1,\mathbf{r})G^*(\omega_2,\mathbf{r})}$.

Численный расчет по формуле (1) для некоторых типов стационарных природных волноводов с числом возбуждаемых мод $\simeq 10\div 50$ показывает [2, 4], что межмодовая дисперсия значительно ухудшает отношение сигнал/шум (иногда до 15÷20 дБ и более) на расстояниях уже в несколько десятков километров. Чтобы устранить нежелательное падение отношения сигнал/шум, целесообразно ввести в систему обработки сигнала предыскажающий фильтр с модельной функцией передачи $G_M^*(\omega,\mathbf{r})$, отражающей априорные сведения о характеристиках среды распространения.

Пользуясь методикой расчета [1], нетрудно показать, что отношение сигнал/шум на выходе корреляционной системы обработки с дополнительным фильтром $G_M^*(\omega,\mathbf{r})$ имеет вид

$$q_0(\mathbf{r})=\frac{2E_0}{N_0}\beta(\mathbf{r})\,|K_\omega(\mathbf{r})|^2,\tag{3}$$

$$K_\omega(\mathbf{r})=\frac{\langle G'(\omega,\mathbf{r})\,G_M'^*(\omega,\mathbf{r})\rangle_{\Delta\omega}}{\sqrt{\langle|G(\omega,\mathbf{r})|^2\rangle_{\Delta\omega}\langle|G_M(\omega,\mathbf{r})|^2\rangle_{\Delta\omega}}}\tag{3'}$$

— нормированный коэффициент корреляции детерминированных функций $G'(\omega, \mathbf{r})$ и $G_M'(\omega, \mathbf{r})$ в заданной точке $\mathbf{r}$. Если предыскажающий фильтр не используется ($G_M(\omega, \mathbf{r})=1$), то из (3) следует (1). Если модельная функция Грина в точности отвечает реальной среде, т. е. если $G_M(\omega, \mathbf{r})=$ $=G(\omega, \mathbf{r})$, то $K_\omega(\mathbf{r})=1$, что соответствует оптимальному приемнику.

Выражение (3) очень чувствительно к величине $K_\omega(\mathbf{r})$: даже такое относительно хорошее знание среды распространения, как $K_\omega(\mathbf{r})=1/2$, приводит к проигрышу в отношении сигнал/шум на 6 дБ. Если используется приемник с адаптивной подстройкой $G_M(\omega, \mathbf{r})$ для подавления эффектов многолучевости (см., например, [5]), из (3) можно получить оценку необходимого числа итераций для достижения приемлемых характеристик.

Если модельное поле $G_M(\omega, \mathbf{r})$ формируется в виде многоотводной линии задержки с переменными коэффициентами суммирования, то $G_M(\omega, \mathbf{r})$, как и $G(\omega, \mathbf{r})$, можно представить в виде суммы по модам:

$$G(\omega, \mathbf{r}) = \sum_n a_n \varphi_n(z) \varphi_n(z_s) \exp(ih_n r),$$

$$G_M(\omega, \mathbf{r}) = \sum_n b_n \mu_n(z) \mu_n(z_s) \exp(iq_n r),$$

где $\varphi_n$ — точные, $\mu_n$ — модельные собственные функции, соответственно $h_n$ и $q_n$ — точные и модельные собственные значения. При вычислении $\langle |G(\omega, \mathbf{r})|^2 \rangle_{\Delta\omega}$ и $\langle |G_M(\omega, \mathbf{r})|^2 \rangle_{\Delta\omega}$ при достаточно широкой полосе сигнала $\Delta\omega$ недиагональные (быстро осциллирующие) слагаемые дадут пренебрежимо малый вклад, что дает

$$\langle |G(\omega, \mathbf{r})|^2 \rangle_{\Delta\omega} \simeq \left\langle \sum_n |a_n \varphi_n(z) \varphi_n(z_s)|^2 \exp(-2r \operatorname{Im} h_n) \right\rangle_{\Delta\omega},$$

$$\langle |G_M(\omega, \mathbf{r})|^2 \rangle_{\Delta\omega} \simeq \left\langle \sum_n |b_n \mu_n(z) \mu_n(z_s)|^2 \exp(-2r \operatorname{Im} q_n) \right\rangle_{\Delta\omega}.$$

Регулярные составляющие $\Psi(\mathbf{r}) = \sum_n |a_n \varphi_n(z) \varphi_n(z_s)|^2 e^{-2r \operatorname{Im} h_n}$ и $\Phi(\mathbf{r}) = \sum_n |b_n \mu_n(z) \mu_n(z_s)|^2 e^{-2r \operatorname{Im} h_n}$ слабо зависят от частоты в пределах полосы П для практически используемых сигналов. Полагая $\langle \Psi(\mathbf{r}) \rangle_{\Delta\omega} \simeq$ $\simeq \Psi(\mathbf{r})$, $\langle \Phi(r) \rangle_{\Delta\omega} \simeq \Phi(\mathbf{r})$, перепишем (3) в виде

$$q_0(\mathbf{r}) = \frac{2E_0}{N_0} \Psi(\mathbf{r}) |K_\omega(\mathbf{r})|^2,$$

$$K_\omega(\mathbf{r}) = \langle G'(\omega, \mathbf{r}) G_M'^*(\omega, \mathbf{r}) \rangle_{\Delta\omega} / [\Psi(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r})]^{1/2}.$$

В нестационарной случайно-неоднородной диспергирующей среде введение предыскажающего фильтра приводит к выражению, аналогичному (3):

$$\bar{q}_0(\mathbf{r}) = \frac{2E_0}{N_0} \sqrt{\{|G(\omega, \mathbf{r})|^2\}_{\Delta\omega}} D_\omega(\mathbf{r}), \tag{4}$$

$$D_\omega(\mathbf{r}) = \frac{\{G'(\omega, \mathbf{r}) G_M'^*(\omega, \mathbf{r})\}_{\Delta\omega}}{\sqrt{\{|G(\omega, \mathbf{r})^2\}_{\Delta\omega} \{|G_M(\omega, \mathbf{r})|^2\}_{\Delta\omega}}}, \tag{5}$$

где фигурные скобки для произвольной функции $\xi(\omega)$ обозначают комбинированное среднее

$$\{\xi(\omega)\}_{\Delta\omega} \equiv \overline{|\langle \xi(\omega) \rangle_{\Delta\omega}|^2}, \tag{6}$$

т. е. среднее как по полосе частот $\Delta\omega$, так и по реализациям случайного поля. Величину $D_\omega(\mathbf{r})$ можно назвать степенью детерминированности реального поля $G(\omega, \mathbf{r})$ по отношению к модельному полю $G_M(\omega, \mathbf{r})$ [6].

Эта величина характеризует как степень статистической связи величин $G(\omega, \mathbf{r})$ и $G_M(\omega, \mathbf{r})$, так и степень их конфигурационного сходства в пределах полосы частот П.

Таким образом, степень детерминированности поля, эвристически введенная в работе [6], естественным образом возникает при анализе характеристик системы обработки сложных сигналов в реальных условиях.

Отметим, что комбинированное усреднение (6) в данной работе проводится несколько иначе, чем в [6]: здесь $\{\ldots\}=\overline{|\langle\ldots\rangle|^2}$, тогда как в [5] $\{\ldots\}=\overline{\langle\ldots\rangle}$. В данной задаче мы анализируем энергетическую (т. е. квадратичную по полю) характеристику — отношение сигнал/шум, между тем как анализ линейных по полю характеристик, например формы сигнальной составляющей на выходе коррелятора, основан в [6] на частичной детерминированности самого волнового поля. Вообще говоря, конкретная форма комбинированного усреднения не существенна, важно лишь, чтобы комбинированное среднее характеризовало бы как степень статистической связи двух функций, так и степень их конфигурационного сходства на некотором интервале изменения аргумента. В данном случае в качестве такого аргумента выступает частота, при пространственной обработке целесообразно проводить усреднение по приемной апертуре и т. д.

Величина $D_\omega(\mathbf{r})$ характеризует степень согласованности между реальным полем $G(\omega, \mathbf{r})$ и модельным полем $G_M(\omega, \mathbf{r})$. Как отличие $G_M(\omega, \mathbf{r})$ от $G(\omega, \mathbf{r})$, так и вариации параметров среды приводят к одинаковому результату — падению отношения сигнал/шум. Поэтому незнание $G(\omega, \mathbf{r})$ можно отождествить со случайностью, а степень согласованности — это и есть степень детерминированности $G(\omega, \mathbf{r})$ по отношению к модели. В гипотетическом случае, когда у $G_M(\omega, \mathbf{r})$ имеется только один меняющийся параметр $\varepsilon$, выражение (3′) есть аналог обычной (радиолокационной) функции неопределенности по $\varepsilon$. В общем случае, модельное поле может содержать сколько угодно независимых параметров и тогда $D_\omega(\mathbf{r})$ будет аналогом функции неопределенности в пространстве высокой размерности.

Результаты данной работы позволяют ответить на вопрос — насколько хорошо необходимо знать среду, чтобы компенсировать дисперсионные искажения сложных сигналов, распространяющихся в случайно-неоднородных диспергирующих средах. Введем комбинированную корреляционную функцию

$$K(\tilde{W}, \boldsymbol{\rho}, \tau) = \frac{\{G(\omega, \mathbf{r}, \tilde{t})\, G_M^*(\omega + \tilde{W}, \mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, \tilde{t} + \tau)\}_{\Delta\omega}}{\sqrt{\{|(\omega, \mathbf{r}, \tilde{t})|^2\}_{\Delta\omega}\, \{|G_M(\omega, \mathbf{r}, \tilde{t})|^2\}_{\Delta\omega}}}, \tag{7}$$

где $\tilde{t}$ — «медленное» время, характеризующее флуктуации среды распространения, а комбинированное среднее понимается в смысле

$$\{\xi(\omega, \mathbf{r}, \tilde{t})\}_{\Delta\omega} = V_Q^{-1} \int\limits_Q d^3r\, d\tilde{t}\, \langle \xi(\omega, \mathbf{r}, \tilde{t})\rangle_{\Delta\omega}.$$

В (7) интегрирование проводится по некоторой пространственно-временной области $Q$ объемом $V_Q$.

В [6] указано важное свойство комбинированной функции корреляции типа (7), а именно, расстояние детерминированного поведения вдоль всех координатных осей $W_{\text{det}}$, $\boldsymbol{\rho}_{\text{det}}$, $\tau_{\text{det}}$, определяемые из условия спадания (7) до уровня 0,5, могут существенно превышать соответствующие корреляционные радиусы самого поля. Например, полоса частот $W_{\text{det}}$ может быть намного шире полосы когерентности $W$ среды распространения. Аналогично, время «предсказуемости» $\tau_{\text{det}}$ может существенно превышать характерное время флуктуаций параметров среды $\tau_c$. Таким образом, оценку параметров среды распространения можно проводить в $\tau_{\text{det}}/\tau_c \gg 1$ раз реже, а в случае $W_{\text{det}} > W$ возможна эффективная адаптивная фильтрация сигналов с полосой частот $W_{\text{det}} > \Delta\omega > W$, распространяющихся в случайно-неоднородной диспергирующей среде, с коррекцией дисперсионных искажений.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Гиндлер И. В., Петников В. Г.* Квазиоптимальный прием сложных гидроакустических сигналов: Препринт № 16. М.: ИОФАН, 1986. 46 с.
2. *Гиндлер И. В., Кравцов Ю. А., Кулапин Л. Г., Петников В. Г.* Предельное и потенциально возможное отношение сигнал/шум при корреляционной обработке многомодовых акустических сигналов: Препринт № 288. М.: ИОФАН, 1986. 20 с.
3. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 С.
4. *Гидлер И. В., Кравцов Ю. А., Петников В. Г.* Отношение сигнал/шум при приеме широкополосных импульсов в диспергирующих средах // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 3. С. 445–447.
5. *Богуш Р. Л., Джульяно Ф. У., Непп Д. Л.* Частотно-селективные замирания и их коррекция методом решающей обратной связи в высокоскоростных цифровых спутниковых каналах связи // ТИИЭР. 1983. Т. 71. № 6. С. 78–94.
6. *Кравцов Ю. А., Петников В. Г.* О частичной детерминированности волновых полей // Докл. АН СССР. 1985. Т. 295. № 4. С. 871–873.



Институт общей физики
Академии наук СССР



Поступила в редакцию
19.XII.1986