

О ЗАТУХАНИИ КОЛЕБАНИЙ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ СВЯЗАННОМ С ТЕПЛОБМЕНОМ

Чабан И. А.

В гидроакустике истари уделялось большое внимание расчету акустических свойств воды с газовыми пузырьками, поскольку именно с такой средой приходится иметь дело при изучении приповерхностных слоев в океане, биослоев, кильватерных струй. При достаточно малых амплитудах звуковой волны (в линейном приближении, которым здесь и ограничимся) два параметра газового пузырька: резонансная частота ω_0 , зависящая от радиуса пузырька R_0 , и коэффициент затухания колебаний пузырька d определяют акустические свойства рассматриваемой среды. Затухание колебаний пузырька вызывается целым рядом процессов. Среди них основными считаются три: вязкое трение в жидкости, излучение и теплообмен.

Безразмерный коэффициент затухания колебаний пузырька, обусловленный теплообменом, вычислялся в ряде работ (см. [1]). В настоящее время этот коэффициент рассчитывают по формуле Девина [1] (эта формула приводится и в последних монографиях [2]):

$$d = \frac{1}{2} \left[\frac{\operatorname{sh}(2n_1 R_0) + \sin(2n_1 R_0)}{\operatorname{ch}(2n_1 R_0) - \cos(2n_1 R_0)} - \frac{1}{n_1 R_0} \right] \left[\frac{2n_1 R_0}{3(\gamma_1 - 1)} + \frac{\operatorname{sh}(2n_1 R_0) - \sin(2n_1 R_0)}{\operatorname{ch}(2n_1 R_0) - \cos(2n_1 R_0)} \right]^{-1} \quad (1)$$

(в обозначениях работы [1] $d = b_{th} \omega / (2k)$). Здесь $n_1 = \sqrt{\omega / (2\chi_1)}$, χ_1 — коэффициент температуропроводности газа, ω — частота звука, $k = \gamma_1 P_0 / (V_0 a_1)$, $\gamma_1 = C_{p1} / C_{v1}$ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме газа P_0 , V_0 — давление в пузырьке и объем пузырька в покое, a_1 — величина, близкая к единице, изменяющаяся в интервале от 1 до γ_1 при изменении $n_1 R_0$ от ∞ до 0. Напомним, что уравнение, описывающее изменение под влиянием звукового давления $p = p_0 \exp(-i\omega t)$ объема газового пузырька $V_1 = V_0 + v$ в жидкости, имеет вид $\ddot{v} + b m_2^{-1} \dot{v} + \omega_0^2 v = -p_0 \exp(-i\omega t)$, где $b = b_{th} + b_{rad} + b_\eta$ — сумма вкладов от процессов теплообмена, излучения и вязкого трения. Приведенная формула (1) была получена Девиним в [1] при целом ряде упрощающих предположений. Некоторые из этих предположений можно снять и существенно уточнить формулу. Именно это и будет сделано в настоящей работе. В отличие от [1] не будем считать, что граница пузырька поддерживается при постоянной температуре (жидкость является термостатом), считать жидкость несжимаемой, а также полагать, что давление в пузырьке есть лишь функция времени, но не координаты.

Для получения уточненной формулы можно воспользоваться результатами работы М. А. Исаковича [3] (см. также [4]), посвященной расчету коэффициента затухания и дисперсии скорости звука, обусловленных теплообменом в эмульсии (расстояние между включениями в [3] считалось много меньшим длины звуковой волны, но значительно большим размера включения). В добавок к расчету, проведенному в [3], нужно найти лишь соотношение между коэффициентом затухания пузырька и коэффициентом затухания звука, обусловленного теплообменом, в микронеоднородной среде, состоящей из жидкости и газовых пузырьков. Это соотношение, как трудно показать, оказывается следующим: $d = \sqrt{\beta_\infty} \gamma_1 P_0 \delta / (\Phi \omega \sqrt{\rho})$, где δ — коэффициент поглощения, рассчитанный в [3], но в применении к жидкости с газовыми пузырьками, Φ — относительный объем, занятый пузырьками, ρ — плотность микронеоднородной среды, β_∞ — сжимаемость при столь высоких частотах, когда теплообмен не успевает произойти. Вместо формулы Девина (1) для величины d получаем следующее выражение:

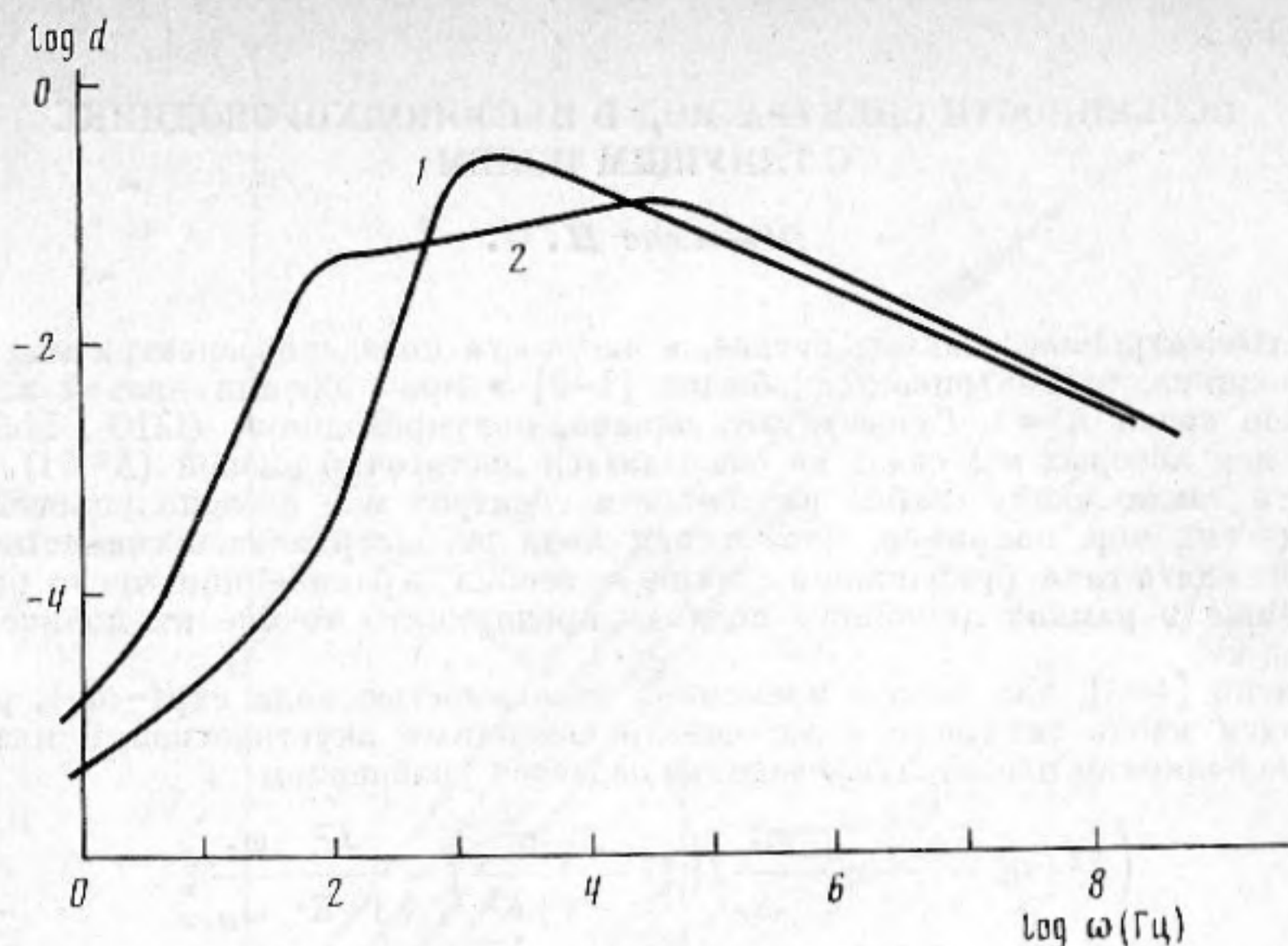
$$d = \frac{3T \chi_1 \gamma_1 P_0}{2R_0^2 \omega} \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p2}} \right)^2 \operatorname{Re} G(n_1 R_0, n_2 R_0), \quad (2)$$

где

$$G(n_1 R_0, n_2 R_0) = \frac{\{(1-i)n_1 R_0 - \operatorname{th}[(1-i)n_1 R_0]\} [1 + (1-i)n_2 R_0]}{(1 - \chi_1 / \chi_2) \operatorname{th}[(1-i)n_1 R_0] + (1-i)n_2 R_0 \operatorname{th}[(1-i)n_1 R_0] + (1-i)n_1 R_0 \chi_1 / \chi_2}$$

Здесь индексом 1 отмечены величины, относящиеся к газу, индексом 2 — к жидкости, T — абсолютная температура, χ_1 — коэффициент теплопроводности газа, α_1 , α_2 — коэффициенты теплового расширения, ρ_1 , ρ_2 — плотности, C_{p1} , C_{p2} — удельные теплоемкости при постоянном давлении.

Сравним формулы (1) и (2). В отличие от выражения (1), где имеется одно характерное время $\tau_1 = R_0^2 / (2\chi_1)$, в выражении (2) — два характерных времени $\tau_1 = R_0^2 / (2\chi_1)$ и $\tau_2 = R_0^2 / (2\chi_2)$. С этим фактом связано наибольшее расхождение между формулами (1) и (2). При $\omega \tau_1 \ll 1$ по формуле (1) получаем $d = (\gamma_1 - 1) R_0^2 \omega / (30 \chi_1 \gamma_1)$.



Зависимость безразмерного коэффициента затухания колебаний газового пузырька в воде, обусловленного теплообменом, от частоты в двойном логарифмическом масштабе: 1 — кривая, построенная по формуле Девина, 2 — по выведенной формуле (2)

При $\omega\tau_1 \ll 1$, $\omega\tau_2 \ll 1$ по формуле (2) получаем

$$\alpha = \frac{1}{6\chi_1} T \rho_1^2 C_{p1}^2 \gamma_1 P_0 R_0^2 \omega \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p2}} \right)^2 \left(\frac{1}{5} + \frac{\chi_1}{\chi_2} \right).$$

Для газового пузырька в воде можно пренебречь χ_1/χ_2 по сравнению с $1/5$ и $\alpha_2/(\rho_2 C_{p2})$ по сравнению с $\alpha_1/(\rho_1 C_{p1})$, так что последнее выражение сведется к следующему:

$$d = \frac{1}{30\chi_1} T \alpha_1^2 \gamma_1 P_0 R_0^2 \omega = \frac{(\gamma_1 - 1) R_0^2 \omega}{30\chi_1},$$

которое в γ_1 раз больше того, которое получено по формуле (1). При $\omega\tau_1 \gg 1$ по формуле (1) получаем $d = \frac{3}{4} \sqrt{2\chi_1} (\gamma_1 - 1) / (\sqrt{\omega} R_0)$; по формуле (2) при $\omega\tau_1 \gg 1$, $\omega\tau_2 \gg 1$ получаем то же самое выражение. На фигуре показаны кривые зависимости d от частоты для газового пузырька в воде при $R_0 = 10^{-2}$ см и $P_0 = 10^6$ дин/см², что соответствует $\omega_0 = 3,26 \cdot 10^4$ с⁻¹, $\tau_1 = 2,7 \cdot 10^{-4}$ с, $\tau_2 = 5 \cdot 10^{-2}$ с. Как видно, частотный диапазон, в котором велики потери, связанные с теплообменом, простирается на целую декаду дальше в область низких частот, чем это дает формула Девина. Для газовых пузырьков с радиусами 10^{-2} см, которые обычно встречаются в приповерхностных слоях океана в наибольшем количестве, как следует из уточненной формулы, потери, связанные с теплообменом, превосходят все другие практически во всем диапазоне частот, существенном для гидроакустики.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Devin. Survey of thermal, radiation and viscous damping of pulsating air bubbles in water // J. Acoust. Soc. Amer. 1959. V. 31. № 12. P. 1654–1667.
2. Красильников В. А., Крылов В. В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984.
3. Исакович М. А. О распространении звука в эмульсиях // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. № 10. С. 907–912.
4. Ратинская И. А. О затухании звука в эмульсиях // Акуст. журн. 1962. Т. 8. № 2. С. 210–215.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19.1.1988