АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV | 1989 | Вып. 2

УДК 534.232

ОПТИМИЗАЦИЯ ИНТЕГРАЛЬНОЙ РЕАКТИВНОЙ НАГРУЗКИ СОСТАВНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ В ПОЛОСЕ ЧАСТОТ

Герасимов А. А.

Найдены оптимальные параметры составных излучателей малых волновых размеров с несколькими поршнями, разделяющими воздушный объем излучателя на последовательно расположенные части, и проанализированы соответственные частотные характеристики реактивных сил и мощностей.

Как известно, реактивная нагрузка на излучатель (силовая и энергетическая нагрузки на его первичный двигатель) является основным фактором, ограничивающим излучение звука на длинах волн, больших по сравнению с размерами излучателя [1]. Реактивная нагрузка исчезает на резонансных частотах колебательной системы и сравнительно мала в их окрестности. Поэтому излучатели с двумя [2] и тем более с несколькими [3] степенями свободы колебаний характеризуются уменьшенной интегральной реактивной нагрузкой при озвучивании полосы частот, содержащей резонансные частоты, при подходящем выборе параметров колебательной системы. При этом подразумевается, что на каждой частоте вынуждающая сила прикладывается к той из колеблющихся масс системы, для которой при заданной акустической мощности реактивная мощность наименьшая.

Рассмотрим задачу о нахождении оптимальных параметров составного поршневого излучателя, воздушный объем которого разделен на несколько последовательно расположенных отсеков перегородками с отверстиями, закрытыми колеблющимися в них поршнями; оптимальным параметрам соответствует минимум интегральной (в заданной полосе частот) относительной реактивной мощности.

Для такого излучателя с n поршнями и n отсеками, пронумерованными в порядке возрастания номера изнутри наружу, так что n — номер внешнего поршня, при приложении к j-му поршню гармонической вынуждающей силы, создающей на круговой частоте ω объемное смещение с амплитудой ΔV, амплитуда этой силы F_j и соответствующая ей реактивная мощность W_j выражаются через соответственные безразмерные силу Φ_j и мощность w_j по формулам [3]

$$F_j=\Phi_j\frac{\gamma\mathscr{P}}{V}s_j\Delta V,\qquad W_j=w_j\frac{\gamma\mathscr{P}}{V}\Omega(\eta\Delta V)^2,$$

$$\Phi_j=\frac{1}{v_j}[(B_j-\lambda_{j-1})l_j-\theta_j]l_{j+1}l_{j+2}\dots l_{n-1},$$

$$w_j=\Phi_j l_j l_{j+1}\dots l_{n-1}/\eta^{3/2}\ \text{при}\ j<n-1,$$

$$\Phi_{n-1}=\frac{1}{v_{n-1}}[(B_{n-1}-\lambda_{n-2})B_n-\theta_{n-1}],\qquad w_{n-1}=\Phi_{n-1}B_n/\eta^{3/2},$$

$$\Phi_n=\frac{1}{v_n}[B_n-\lambda_{n-1}],\qquad w_n=\Phi_n/\eta^{3/2},\ \text{где}$$

$$\lambda_k=\frac{\theta_k}{B_k-\lambda_{k-1}},\qquad \lambda_0=0,\qquad l_k=B_{k+1}-\frac{\theta_{k+1}}{l_{k+1}};\qquad l_{n-1}=B_n,$$

$$B_n=1-v_n\eta,\ B_k=1+\theta_k-\mu_k v_k\eta;\ \eta=(\omega/\Omega)^2,\ \Omega^2=s_n^2\gamma\mathscr{P}/(m_nV),\ \mu_k=\frac{m_k}{m_n}\left(\frac{s_n}{s_k}\right)^2$$

$v_k=V_k/V$; $\theta_k=V_k/V_{k+1}$; $\theta_0=\theta_n=0$, m_k — суммарная масса k-го поршня и соколеблющейся с ним массы среды, s_k — площадь этого поршня, V_k — объем воздуха в k-м отсеке, $V=V_1+V_2+\ldots+V_n$ — суммарный воздушный объем излучателя, $\mathcal{P}$ — внешнее равновесное давление, $\gamma=c_p/c_v$ — показатель адиабаты воздуха в излучателе. При $n=1$, когда внутренних поршней и перегородок нет, $\Phi_1(\eta)=1-\eta$; $w_1(\eta)=(1/\eta-1)/\sqrt{\eta}$.

Функция $\Phi_1(\eta)$ представляет собой полином n-й степени, n корней которого являются также общими корнями всех $\Phi_j(\eta)$ и $w_j(\eta)$ и соответствуют резонансным частотам излучателя. Между этими корнями расположены дополнительные корни функций $w_j(\eta)$, соответствующие $n(n-1)/2$ антирезонансным частотам рассматриваемой колебательной системы. Очевидно, оптимальные параметры, минимизирующие интегральную реактивную нагрузку в заданной полосе частот, следует искать в такой области изменения параметров системы, для которой все резонансные, а значит, и антирезонансные частоты содержатся в этой полосе.

Поскольку акустическая мощность на заданной частоте пропорциональна $(\eta\Delta V)^2$, то при равномерной частотной характеристике излучения в заданной полосе частот, учитывая, что $d\omega\sim d\eta/\sqrt{\eta}$, в качестве относительной реактивной нагрузки E_n примем отношение интегральных в заданной полосе частот реактивных мощностей данного излучателя и излучателя сравнения, в котором внутренние поршни и перегородки отсутствуют:

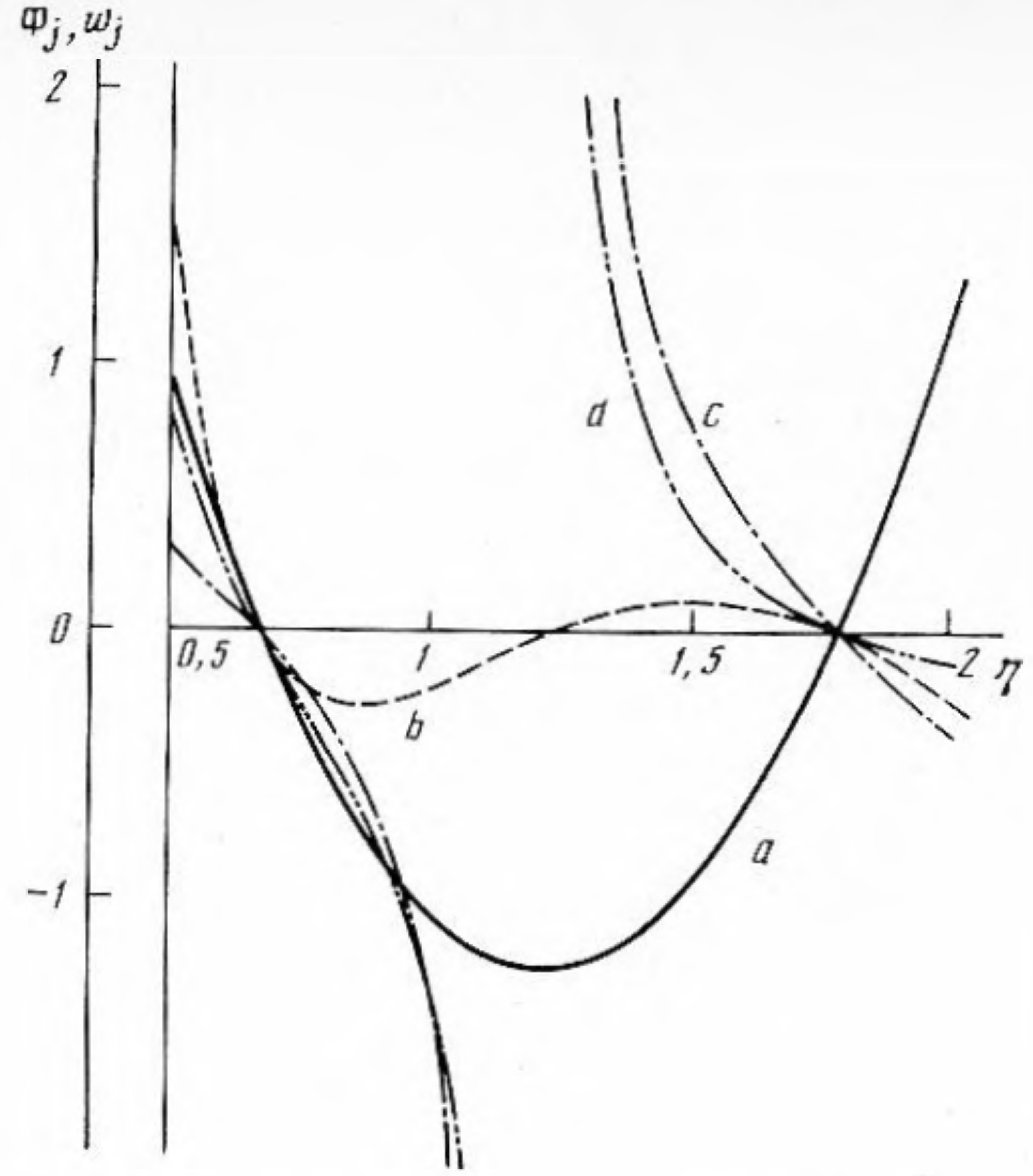
$$E_n=I_n/I_1;\qquad I_n=\int\limits_{H_0}^{H} w(\eta)\frac{d\eta}{\sqrt{\eta}};\qquad I_1=\int\limits_{H_0}^{H}|w_n(\eta)|_{n=1}\frac{d\eta}{\sqrt{\eta}},$$

где $w(\eta)$ — наименьшее из $\{|w_j(\eta)|\}$, $j=1, 2, \ldots, n$, H_0 и H — границы изменения величины η, соответствующие границе полосы. Для полосы в одну октаву $H_0=1/2$, $H=2$. Выражение для I_1 легко интегрируется: $I_1=(1/H_0)+(1/H)-2+\ln(H_0H)$. В качестве независимых параметров системы можно принять $2(n-1)$ параметров $v_2, v_3, \ldots, v_n, \mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{n-1}$.

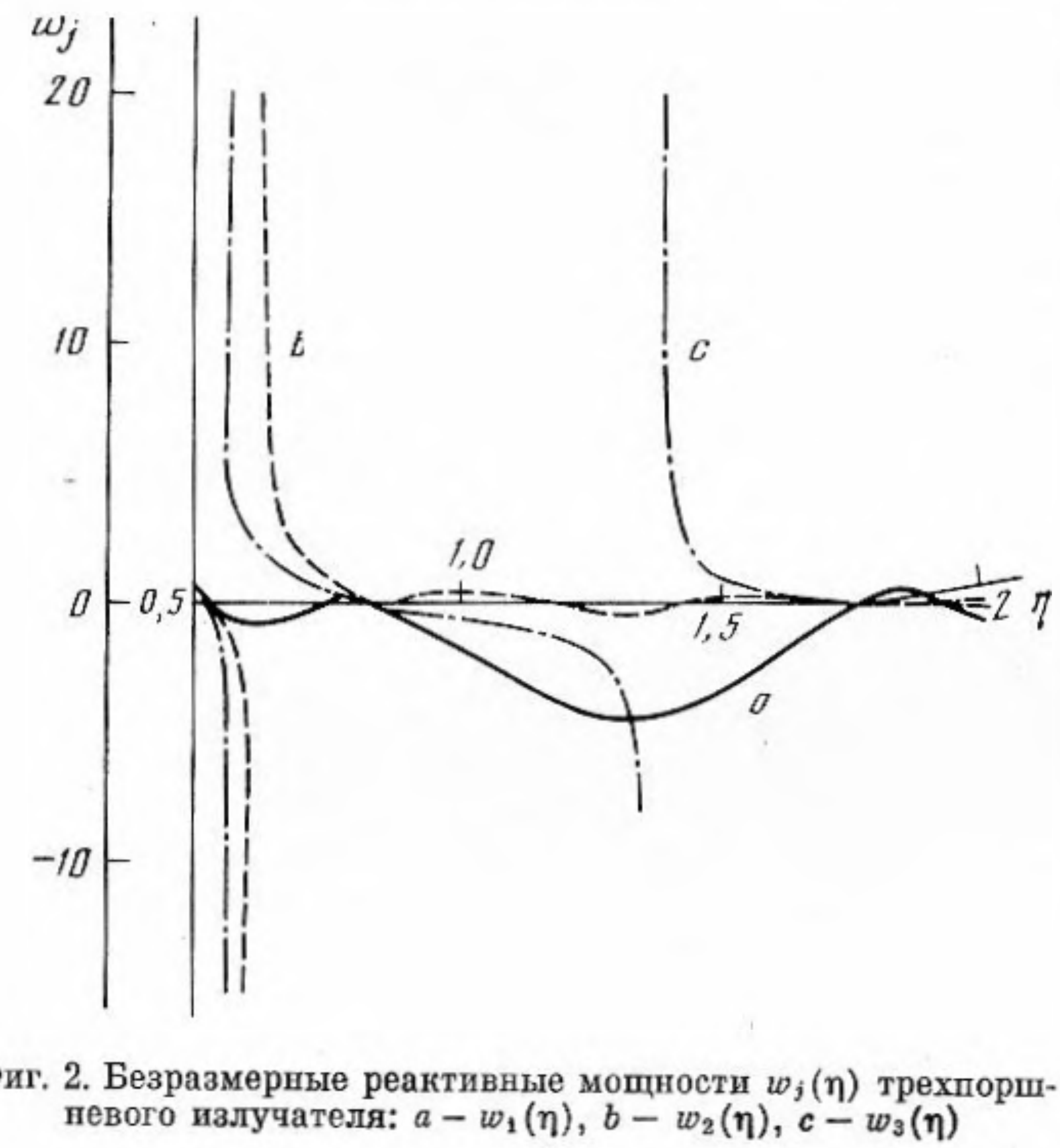
Оптимум предпочтительно искать методом наибыстрейшего численного спуска [4] от некоторых допустимых начальных значений параметров к искомым оптимальным их значениям по такому пути в пространстве параметров, вдоль которого E_n меняется быстрее всего, вместо гораздо более трудоемкого расчета этой функции во всем исследуемом объеме параметров. Формулы Виета по заданным корням полинома $\Phi_1(\eta)$, которые полагаем расположенными на интервале $H_0<\eta<H$, позволяют установить границы допустимых значений независимых параметров системы, пригодных для использования в качестве начальных их значений. Применение аналогичных формул, связывающих параметры системы и значения η, соответствующие антирезонансным частотам, позволяет наложить более простые ограничения на эти параметры, поскольку антирезонансные частоты являются резонансными частотами для случая, когда какой-либо из внутренних поршней излучателя заторможен и число степеней свободы колебаний становится меньшим n. Антирезонансным частотам соответствуют значения η, для которых $l_kl_{k+1}\ldots l_{n-1}=0$, $k=1, 2, \ldots, n-1$. Значению $k=n-1$ соответствует корень этого уравнения $\eta=1/v_n$. Поскольку он должен находиться в интервале (H_0, H), то $H_0<1/v_n<H$. Значению $k=n-2$ соответствуют корни

$$\eta_\pm=\frac{1}{2v_n}\left[1+\frac{v_{n-1}+v_n}{b_{n-1}}\pm\sqrt{\left(1-\frac{v_{n-1}+v_n}{b_{n-1}}\right)^2+\frac{4v_{n-1}}{b_{n-1}}}\right]$$

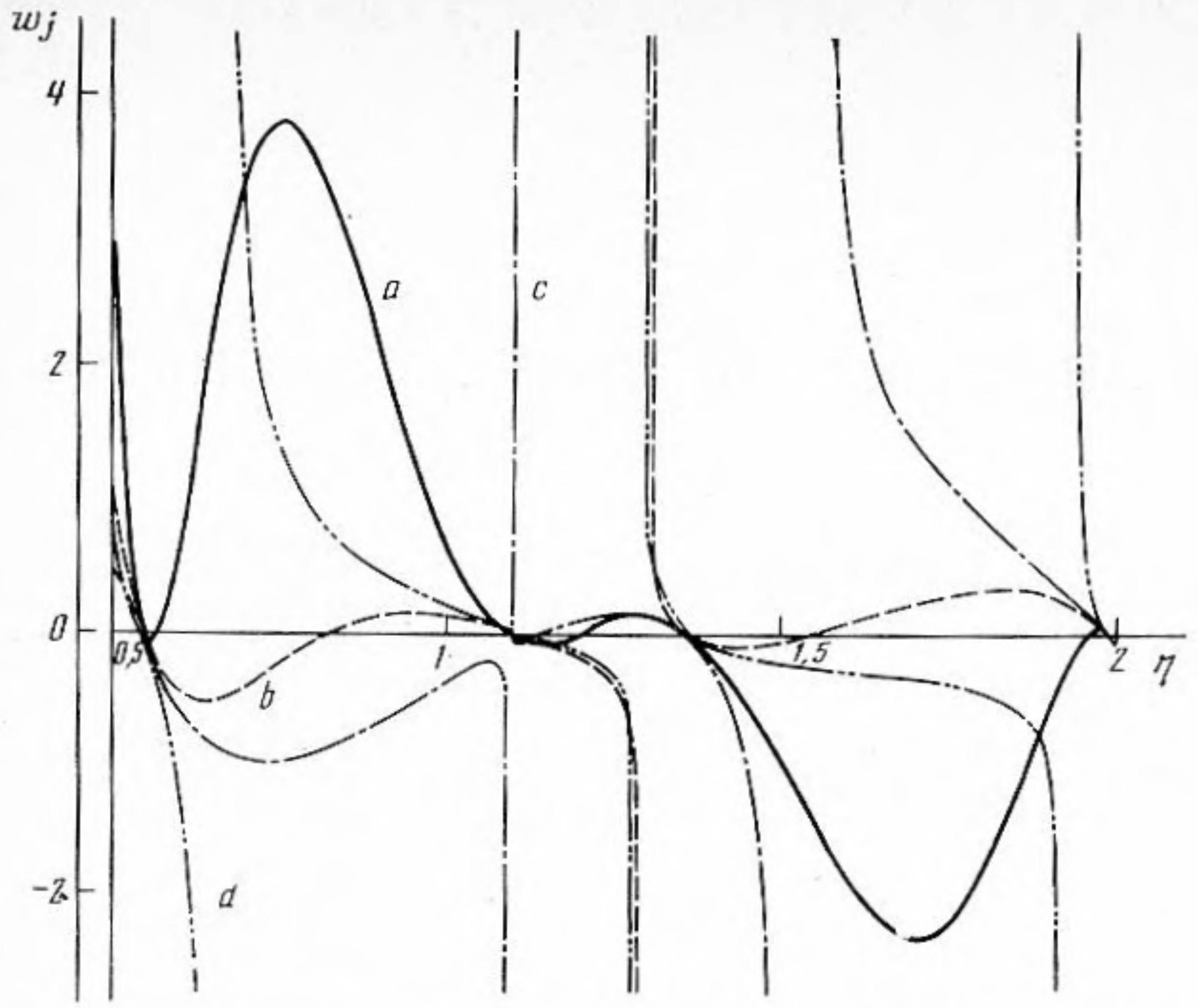
где $b_k=\mu_kv_k$, $H_0<\eta_\pm<H$. Отсюда следует, что $H_0^2<\eta_+\eta_-=4v_n/b_{n-1}<H^2$ и такие неравенства сужают диапазон допустимых значений параметров. Используя очевидное соотношение $v_1+v_2+\ldots+v_n=1$, найдем следующие допустимые начальные параметры, для которых соответствующие резонансные частоты уменьшаются в полосе частот в одну октаву ($H=1/H_0=2$): при $n=2$ $v_2=0{,}51$, $\mu_1=3{,}70$; при $n=3$ $v_2=0{,}21$, $v_3=0{,}62$, $\mu_1=4{,}54$,



Фиг. 1. Безразмерные реактивные силы $\Phi_j(\eta)$ и мощности $w_j(\eta)$ двухпоршневого излучателя: $a - \Phi_1(\eta)$; $b = w_1(\eta)$; $c = \Phi_2(\eta)$; $d - w_2(\eta)$



Фиг. 2. Безразмерные реактивные мощности $w_j(\eta)$ трехпоршневого излучателя: $a - w_1(\eta)$, $b - w_2(\eta)$, $c - w_3(\eta)$



Фиг. 3. Безразмерные реактивные мощности $w_j(\eta)$ четырехпоршневого излучателя: $a - w_1(\eta)$, $b - w_2(\eta)$; $c - w_3(\eta)$, $d - w_4(\eta)$

$\mu_2=1{,}72$; при $n=4$ $v_1=0{,}10$; $v_2=0{,}20$; $v_3=0{,}01$; $\mu_1=10{,}7$; $\mu_2=3{,}57$; $\mu_3=100$.

Методом наибыстрейшего численного спуска от этих начальных значений параметров к оптимальным найдены следующие оптимальные параметры и соответствующие им минимумы E_n: при $n=2$ $v_2=0{,}80$, $\mu_1=5{,}30$, $E_2=0{,}475$; при $n=3$ $v_2=0{,}189$, $v_3=0{,}800$, $\mu_1=163{,}9$, $\mu_2=4{,}975$, $E_3=0{,}276$; при $n=4$ $v_1=0{,}0010$, $v_2=0{,}0260$, $v_3=0{,}0844$, $\mu_1=800$, $\mu_2=38$, $\mu_3=10{,}3$, $E_4=0{,}194$.

На фиг. 1–3 представлены безразмерные силы $\Phi_N(\eta)$ и реактивные мощности $w_j(\eta)$ для двух-, трех- и четырехпоршневых излучателей с оптимальными в полосе одной октавы параметрами. При этом в случае $n=2$ $|w_2(\eta)|<|w_1(\eta)|$ при $0{,}77<\eta<1{,}86$ и $|w_2(\eta)|>|w_1(\eta)|$ при остальных η. В случае $n=3$ $|w_1(\eta)|<|w_2(\eta)|$, $|w_3(\eta)|$ для диапазонов $0{,}51<\eta<0{,}53$; $0{,}56<\eta<0{,}77$ и $1{,}82<\eta<1{,}86$; $|w_2(\eta)|<|w_1(\eta)|$, $|w_3(\eta)|$, для диапазонов $0{,}53<\eta<0{,}56$ и $0{,}84<\eta<1{,}86$; при остальных η $|w_3(\eta)|<|w_1(\eta)|$, $|w_2(\eta)|$. В случае $n=4$ наименьшему $|w_j(\eta)|$ соответствует $j=1$ в диапазонах $0{,}55<\eta<0{,}59$; $1{,}13<\eta<1{,}36$; и $1{,}93<\eta<1{,}98$, $j=2$ в диапазонах $0{,}59<\eta<$ $<1{,}12$ и $1{,}36<\eta<1{,}93$, $j=3$ в диапазонах $0{,}52<\eta<0{,}55$ и $1{,}12<\eta<1{,}17$, $j=4$ при остальных η.

Очевидно, минимумы E_n монотонно стремятся к нулю с ростом n.

Представляет интерес вопрос о влиянии отклонения параметров излучателя от оптимальных на величину интегральной реактивной мощности. Результаты расчета $E_2(v_2, \mu_1)$ для двухпоршневого излучателя в зависимости от параметров v_2 и μ_1 показывают, что E_2 увеличивается на 10% при изменении v_2 на 10% или μ_1 на 15% в окрестности их оптимальных значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. § 90. С. 296.
2. *Рэлей.* Теория звука. Т. 2. М.: ГИТТЛ, 1955. § 302. С. 306–310.
3. *Урусовский И. А.* Реактивная нагрузка излучателя малых волновых размеров с n степенями свобод колебаний // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 2. С. 306–314.
4. *Фельдбаум А. А.* Вычислительные устройства в автоматических системах. М.: Наука, 1959.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10.VI.1988